

El pretensado en las estructuras de acero

Autor:

Ignacio Costales Calvo
Arquitecto

Director de tesis:

Dr. Agustí Obiol i Sánchez
Catedrático de estructuras de la UPC

Codirector de Tesis:

Dr. Josep Gómez Serrano
Catedrático de estructuras de la UPC

Fecha:

Septiembre de 2012

Estudios:

**Tecnologia de l'Arquitectura,
Edificació i Urbanisme
(UPC)**

AGRADECIMIENTOS:

Agustí Obiol i Sánchez
Josep Gómez i Serrano

Robert Brufau i Niubó
Anselmo Solas del Val (†)
Jaume Torrents Ribas
Joan Ramón Blasco
Carles Jaén González
David García i Carrera
Pepa Gómez Bernabé
Josep Pratedessaba Fargas
Xavier Gimferrer Vilaplana
Jordi Payola Lahoz
Jordi Coll Grifoll
Rosa Ramírez Burgos
Joan Llecha i Capdevila
Ana Zubelzu Viarje
Carlos Marcos Padros
Daniel García Escudero
Arcadi de Bobes Picirnell
Jaume Avellaneda Díaz-Grande
Laura Valverde Aragón
Eduard Calafell Lafuente
Javier López-Rey Laurens
Marc Seguí Pié
Miguel Usandizaga Calpasoro
Pedro Ossó Rebull
Juan Lima
Rafael Casals i Bohigas (†)
Francisco Quintero Moreno (†)

A mis padres, Teo y Maribel, por darme la vida, por educarme, por darme una carrera a 1.000km de distancia, por saber entender y por saber esperar. Por ayudarme en la tesis, por estar siempre...

A los profesores del departamento de estructuras en la arquitectura de la UPC. En especial a los profesores asociados.

A los compañeros más próximos de BOMAINPASA, aquellos que me hacen y me han hecho la vida y el trabajo más fácil: Juanjo Martínez, Luis Rodríguez, Lidia Montiel, Carmela Navarro, Carme Mallart, Paulino Vicente, Pere Vidal, Ricard Morillas, Willson Villareal, Marta Morales, Samuel Molist, Minerva Aparicio, Sergi Pérez, Oriol Dalmau, Quim Brufau, Lidia Martín, Jesús Arcos, Andrés Tovar, Carlos Muñoz, Manuel Suazo, Vero Delgado, Miriam Pastor...

A todos los que han sabido esperar a que acabase la tesis.

“Con 18 años un día le pedí a mi padre su vehículo cuando recién me había sacado la licencia. Tras varias negativas pronto cedió. Mi alegría fue inmensa: no quise entender más. Cuando pasé por el primer carril estrecho me di cuenta que aquel vehículo era bastante más ancho que el de la escuela. Tiré para adelante y afortunadamente no hubo que hacer uso del seguro, aunque pasé un mal trago. Hoy, después de muchos años sin ni siquiera mencionármelo, entiendo que mi padre sufrió... aunque hoy tengo la certeza de que no era por el vehículo” A todos aquellos que después de la escuela me han prestado su “vehículo”, cuando yo apenas me había sacado la licencia.

a l'Ingrid



El pretensado en las estructuras de acero by IGNACIO COSTALES CALVO is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivs 3.0 Unported License.

Sumario

AGRADECIMIENTOS.....	5
SUMARIO.....	9
RESUMEN.....	15
ABSTRACT.....	17
 PARTE I: ESTADO DEL ARTE	
PROLOGO.....	19
ESTADO DEL ARTE.....	20
 HISTORIA DEL PRETENSADO METÁLICO	
INTRODUCCIÓN.....	25
LOS INICIOS DEL HORMIGÓN	25
CRONOLOGÍA COMENTADA DEL PRETENSADO METÁLICO.....	27
 EJEMPLOS DE ESTRUCTURAS METÁLICAS PRETENSADAS.	
EL ATRIO DEL HESPERIA TOWER. RICHARD ROGERS.	
ALONSO I BALAGUER I ARQUITECTES ASSOCIATS	
PROYECTO ESTRUCTURAL A CARGO DE BOMA S.L.	
INTRODUCCIÓN.....	41
EL ATRIO DEL HESPERIA TOWER.	41
EL EFECTO DEL PRETENSADO.	44
 LA CUBIERTA DEL PABELLÓN DE BALONCESTO DE BADALONA.	
BONELL & RIUS, ARQUITECTES.	
PROYECTO ESTRUCTURAL A CARGO DE BOMA.	
INTRODUCCIÓN.....	47
EL PALACIO DE LOS DEPORTES DE BADALONA.....	47
EL ENTRAMADO PRINCIPAL.....	49
ANÁLISIS DE LA CUBIERTA.....	52
ANÁLISIS DEL EXTREMO DE LA VIGA TUBULAR.....	56

GIMNASIO CUBIERTO DE BASKETBALL EN VENEZUELA.

ESTEBAN TENREIRO, ARQUITECTOS.

COLABORACIÓN ESTRUCTURAL ROBERT BRUFAU I ASSOCIATS S.A.

INTRODUCCIÓN.....	57
DESCRIPCIÓN DEL PABELLÓN.....	57
ANÁLISIS DE LA CUBIERTA.....	58
CONCLUSIONES.....	59

PABELLÓN RECINTO FERIAL Y DEPORTIVO EN TORTOSA.

MARIO COREA Y EMILIANO LÓPEZ, ARQUITECTOS.

COLABORACIÓN ESTRUCTURAL BIS ARQUITECTES.

INTRODUCCIÓN.....	61
EL PABELLÓN.....	61
ANÁLISIS DE LA ESTRUCTURA.	62
ANÁLISIS DE LOS EXTREMOS	64
CONCLUSIONES.....	65

PROPUESTA DE CUBIERTA ALTERNATIVA PARA EL REAL CLUB DEPORTIVO ESPANYOL.

REID FENWICK, ESTEVE GASULLA Y JOAN TUSQUETS, ARQUITECTOS.

PROPUESTA CUBIERTA BOMA, S.L.

INTRODUCCIÓN.....	67
DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA.....	68
ANÁLISIS.....	71

PABELLONES 2.0, 3.0 Y 4.0 DE LA FIRA DE L'HOSPITALET.

RAMÓN FARRÈ-ESCOFET E ISIDRE VINYES, ARQUITECTOS.

COLABORACIÓN ESTRUCTURAL ROBERT BRUFAU I ASSOCIATS, S.A.

INTRODUCCIÓN Y DESARROLLO.....	73
--------------------------------	----

IGLESIA ROMANA-CATÓLICA ST JOHN BREBEUF EN NILES.

DISEÑO ESTRUCTURAL A CARGO DE ROGERS-COHEN-BARRETO-MARCHERTAS,

CONSULTING STRUCTURAL ENGINEERS, CHICAGO.

INTRODUCCIÓN.....	77
EXPLICACIÓN DEL EDIFICIO.....	77
ESTRUCTURA DE CUBIERTA.....	77
EXPLICACIÓN DEL PROCESO CONSTRUCTIVO.....	78
ANÁLISIS DE LA ESTRUCTURA.....	79

PROPUESTA DE ANILLO DE TRACCIÓN PARA LA CÚPULA DE LAS ARENAS.

ALONSO-BALAGUER, RICHARD ROGERS ARQUITECTOS.

COLABORACIÓN ESTRUCTURAL RAFAEL CASALS I BOHIGAS, INGENIERO.

BREVE RESEÑA.....	80
-------------------	----

PABELLÓN DE LOS DESCUBRIMIENTOS (EXPO-92)

J. FEDUCHI Y A. LOZANO, ARQUITECTOS.

COLABORACIÓN ESTRUCTURAL ESTEYCO.

INTRODUCCIÓN.....	81
EXPLICACIÓN DEL PABELLÓN.....	81
ANÁLISIS DEL PRETENSADO.....	82

EL CASO DEL EDIFICIO FORUM 2004

HERZOG & deMEURON ARQUITECTOS.

COLABORACIÓN ESTRUCTURAL ROBERT BRUFAU I ASSOCIATS, S.A, WGGSP

INTRODUCCIÓN.....	85
EXPLICACIÓN DEL PRETENSADO.....	85

LAS VIGAS *KIPPER TRUSS*

RICHARD ROGERS, C. LAMELA Y P. MOYA ARQUITECTOS.

COLABORACIÓN ESTRUCTURAL: ANTHONY HUNT ASSOCIATES.

INTRODUCCIÓN.....	89
EXPLICACIÓN DE LA ESTRUCTURA DEL VENTANAL.....	89
ANÁLISIS ESTRUCTURAL DEL SISTEMA.....	90

EL SKYLON DEL *FESTIVAL OF BRITAIN*, 1951.

HIDALGO MOYA, PHILIP POWELLY.

COLABORACIÓN ESTRUCTURAL: FELIX SAMUELY.

INTRODUCCIÓN.....	93
UN TENSEGRITY.....	93
CALCULO DE LA ESTRUCTURA.....	94

PARTE 2: INVESTIGACIÓN

FORMAS DE PRETENSAR PERFILES METÁLICOS

INTRODUCCIÓN.....	97
PRETENSADO DE TORNILLOS DE ALTA RESISTENCIA.....	97
MODELO DE CÁLCULO PARA ANALIZAR TORNILLOS PRETENSADOS.	101
PRETENSADO DE VIGAS SIMPLES. PRETENSADO DE VIGAS FINK.	101
PÉRDIDAS POR ROZAMIENTO.....	106
PRETENSADO DE TIRANTES.....	111
PRETENSADO INTERIOR LINEAL DE VIGAS.....	110
PRETENSADO INTERIOR POLIGONAL DE VIGAS.....	112
PRETENSADO EXTERIOR POLIGONAL DE VIGAS.....	113
PRETENSADO PARA VIGAS CONTINUAS.....	113
PRETENSADO PARA ESTRUCTURAS ESPACIALES DE BARRAS.....	114
PRETENSADO DE ANILLOS DE TRACCIÓN.....	115
REFUERZO DE ESTRUCTURAS EXISTENTES Y RECUPERACIÓN DE LA FORMA.	116
PRETENSADO DE ESTRUCTURAS METÁLICAS POR CONTRAPESADO.....	116
CAMBIO DEL COMPORTAMIENTO DE LA ESTRUCTURA A VOLUNTAD	116
PRETENSADO MIXTO.....	117
PRETENSADO DE PIEZAS PREFABRICADAS ANTES DE SER MONTADAS....	118
VIGAS PREFLEX.	119
PRETENSADO DE VIGAS PARA ANULAR LA COMPRESIÓN.....	119
OUTRIGGER STRUCTURES.	119
PRETENSADO DE <i>TENSEGRITIES</i>	121
EJEMPLO DE PRETENSADO: PORTICO TRIANGULADO CON CRUZ DE SAN ANDRÉS.....	123
EJEMPLO DE PRETENSADO: VIGA FINK.....	124
EJEMPLO DE PRETENSADO: TIRANTE PRECOMPRESO.....	128
DIFERENCIA ENTRE PRETENSADO Y POSTENSADO EN ACERO.	130
EJEMPLO DE PRETENSADO: CALCULO DE VIGA EN CELOSÍA CON ALTA CARGA PERMANENTE.	132
EJEMPLO DE PRETENSADO: CALCULO DE VIGA-CONTINUA.	133

INFLUENCIA DE LA DEFORMACIÓN EN EL CÁLCULO DE UNA VIGA METÁLICA

INTRODUCCIÓN.....	137
VIGA SIMPLE SOMETIDA A UNA CARGA LINEAL.....	137
VIGA SIMPLE SOMETIDA A UNA CARGA CONCENTRADA EN SU CENTRO..	142
CONCLUSIONES DEL CAPITULO.....	147

CÁLCULO MANUAL DE VIGAS FINK

INTRODUCCIÓN.....	149
COMPORTAMIENTO TENSIONAL DE LA VIGA FINK SIMPLE.....	150
VIGAS FINK RESUELTAS CON ELEMENTOS DE DÉBIL RIGIDEZ.....	152
OBTENCIÓN DE LOS ESFUERZOS EN FUNCIÓN DE LA RIGIDEZ. VIGA SIMPLE CON CARGA CONCENTRADA CENTRAL SIN PRETENSAR....	153
PREDIMENSIONADO DE VIGAS FINK SIMPLES CON CARGA CONCENTRADA CENTRAL, SIN PRETENSAR.....	155
OBTENCIÓN DE LOS ESFUERZOS EN FUNCIÓN DE LA RIGIDEZ. VIGA SIMPLE CON CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA, SIN PRETENSAR.....	162
PREDIMENSIONADO DE VIGAS FINK SIMPLES CON CARGA REPARTIDA, SIN PRETENSAR.	164
CONCLUSIONES AL CAPÍTULO.....	167

CÁLCULO MATRICIAL DE VIGAS FINK

INTRODUCCIÓN.....	169
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	169
COMPOSICIÓN DE MATRICES.....	170
ENSAMBLADO Y RESOLUCIÓN DE LA MATRIZ.....	173
DIAGRAMAS DE LA ESTRUCTURA.....	179
PRETENSADO DEL CORDÓN INFERIOR.....	181
DIAGRAMAS DE LA ESTRUCTURA PRETENSADA.....	186

GRUPOS DE VIGAS CON PRETENSADO

INTRODUCCIÓN.....	189
DOS VIGAS QUE SE CRUZAN, UNA DE ELLAS PRETENSADA.....	189
ENTREVIGADO CON UN PARTELUZ PRETENSADO CENTRAL.....	191
TRES SISTEMAS DE ENTREVIGADO.....	191

PÓRTICO UNIDO MEDIANTE TENDONES PRETENSADOS

EXPLICACIÓN DEL SISTEMA.....	199
DESARROLLO DE UN EJEMPLO.....	201
SOLUCIÓN ISOSTÁTICA SIN PRETENSADO.....	203
SOLUCIÓN ISOSTÁTICA CON PRETENSADO.....	207
DETALLES DE LA SOLUCIÓN.....	210
UNA ALTERNATIVA SIN ARRIOSTRAMIENTO.....	214
ANÁLISIS DE VIBRACIONES.....	215
MEJORAS A LA SOLUCIÓN.....	219
 CONCLUSIONES.....	 221
LINEAS DE CONTINUIDAD.....	229

ANEXOS

INDICE DE LAS ILUSTRACIONES.....	231
BIBLIOGRAFIA.....	235
DICCIONARIO INGLÉS-CASTELLANO, CASTELLANO-INGLÉS DE TÉRMINOS TÉCNICOS.	243
TRADUCCIÓN PR ENV-1993 PARTE 1-11.....	249
TRADUCCIÓN PRESTRESSED STEEL STRUCTURES.....	291
TRADUCCIÓN DE BUCKLING OF PRESTRESSED STEEL GIRDERS.....	309
TRADUCCIÓN PRESTRESSED STEEL SPACE FRAME.....	319
TRADUCCIÓN DE WHICH DESIGN CONCEPT FOR PRESSTRESED STEEL.....	323
ANEXO INFLUENCIA DE LA DEFORMACIÓN EN EL CÁLCULO DE UNA VIGA METÁLICA.....	345

Resumen

En 1879 nace Eugène Freyssinet, padre reconocido del hormigón pretensado. Cuarenta años antes de su nacimiento, ingenieros americanos ya habían empezado a pretensar perfiles de hierro fundido, para evitar que cuando éstos entrasen en tracción, se quebraran. Ciento setenta años después el hormigón armado pretensado se estudia en centenares de artículos, revistas especializadas y tesis doctorales diversas, mientras que el acero pretensado no ha tenido el mismo desarrollo desde unos cincuenta años atrás. Raras son las ocasiones dónde se llega a justificar que pretensar una estructura metálica es necesario y razonable económicamente. Si nos centramos en estructuras de edificación, aún serán menos estas ocasiones. La presente tesis estudia la historia de las estructuras metálicas pretensadas, la mayoría de edificación, algunas de ellas a fondo, como las recientemente construidas en Catalunya. También se repasan las posibilidades que el pretensado metálico ofrece al consultor de estructuras, completándolo con algunos ejemplos. Se ofrece un análisis pormenorizado de la viga Fink, con especial cuidado en su predimensionado y en el cálculo tanto manual, como matricial. Se incluye un análisis de refuerzo de techos formados por viguetas reforzadas transversalmente por una viga que cambia su rigidez según criterio del proyectista. Al final se desarrolla una solución de unión de viga y pilar metálico unidos mediante tendones pretensados, para facilitar el montaje en obra, resolviendo las holguras gracias a la unión mediante nudos semirrígidos.

Palabras Clave

Arquitectura, Estructuras, Tipologías Estructurales, Estructuras Metálicas, Estructuras Metálicas Pretensadas, Estructuras Ligeras, Cálculo Matricial, Cálculo no Lineal, Construcción, Historia de las Estructuras, Grandes Luces, Uniones Semirrígidas, Cálculo en Segundo Orden, Prefabricado Pretensado.

Abstract

Eugène Freyssinet, born in 1879, is the acknowledged father of prestressed concrete. Forty years before his birth, American Engineers had begun to prestress cast iron profiles to prevent them from breaking after entering in tension. One hundred and seventy years after prestressed concrete is studied in hundreds of articles, journals and diverse dissertations, while prestressing of steel has not had the same development since about fifty years ago. Rare are the occasions where the technician is able to justify that prestressing steel structures is necessary and economically reasonable. If we are considering building structures, these occasions to prestress the structure will be even less. This thesis studies the history of prestressed steel structures, some of them in depth, as some of those recently built in Catalonia. It also reviews the possibilities that metallic prestressed structures offer to the consultant, including some examples. It provides a detailed analysis of the Fink truss beam, with special care in their pre-dimensioning and calculation both manually as matrix. It includes an analysis of strengthening reinforced slabs, with a beam that changes its stiffness at the discretion of the designer. Eventually it develops a joint solution of a beam and a steel column, connected by prestressed tendons, to make assembly easier, meeting the gaps with the connection by means of semi-rigid joints.

Keywords

Architecture, Structures, Structural Types, Steel Structures, Prestressed Steel Structures, Lightweight Structures, Stiffness Matrix, Nonlinear Analysis, Construction, History of the Structures, Large Span Structures, Semi-rigid Joints, Second-order, Precast Prestressed.

PARTE I: ESTADO DEL ARTE

PROLOGO

En el año 1994, después de pasar tercero de arquitectura, pensé que era el momento para empezar a profundizar en mis conocimientos adquiridos en la universidad, con otros de tipo laboral. Durante varios meses había estudiado los tres volúmenes de la asignatura de resistencia de materiales, incluyendo casi la totalidad de los ejercicios, hechos uno a uno, una y otra vez. Desde segundo de carrera me rondaba por la cabeza dedicarme a esto de las estructuras por varios motivos. Desde que empecé la carrera mi padre me transmitió que en Ingeniería, al menos en su época y en su facultad, la asignatura de Resistencia de Materiales era “el hueso” de las asignaturas, así que todo presumía que lo iba a pasar mal. Yo afortunadamente tuve la suerte de cursarla en el antiguo plan de la mano de Joan Ramón Blasco y de Robert Brufau que, sin duda, ayudaron a poner las cosas en su sitio, cuando las asignaturas te acompañaban como mínimo diez meses. Así que aproveché aquel empujón inicial para continuar sin parar hasta hoy.

Recuerdo que cuando estábamos en segundo o tercero de carrera uno de los temas más frecuentes de conversación era acerca de esa tendencia que cada vez amenazaba más a nuestra profesión, que era la de la especialización. No entendíamos cómo estando en una carrera tan creativa, en la que podíamos saber de todo, debíamos acabar sabiendo únicamente de una: instalaciones, urbanismo, estructuras, legalizaciones el que menos, o poco más. Afortunadamente había trabajo bastante para muchos años. La conversación generalmente se acababa pensando en que sin duda ese panorama tardaría en llegar y que nosotros nos libraríamos como de otras muchas cosas de las que nuestra generación se libró, entre ellas la del antiguo plan de estudios.

Empecé en esto de las estructuras gracias al maestro Robert Brufau i Niubó, que por aquel entonces dirigía la sociedad Robert Brufau i Associats. Seguramente si no hubiese sido por su continua paciencia conmigo y con mi trabajo, hoy no estaría en la posición que profesionalmente tengo. Después de dieciocho años compartiendo proyectos, sigo ilusionado con el trabajo que desempeño, y creo que su forma de ver las estructuras tiene mucho que ver. Una vez elegida la especialidad de estructuras, las conversaciones ya no se centraban en si era posible que en un futuro me especializase: ahora el tema de conversación era dudar de si había merecido la pena haber estudiado arquitectura para acabar haciendo lo que un ingeniero, porque estaría en desventaja con ellos. Generalmente el conflicto se resolvía opinando que era una situación de preparación transitoria, que no sería definitiva, pero si interesante a nivel formacional: en breve dejaría esta práctica para acabar siendo arquitecto. No cabe duda que algunos de los mejores arquitectos estructuristas, no sólo de España, sino del planeta, están en Catalunya, seguramente porque son raras las escuelas que expliquen tan a fondo estructuras como las escuelas catalanas.

Los arquitectos tenemos creatividad y los ingenieros constancia en los números. Y como en todo, conviene tener un poco de los dos, por no decir mucho de ambos. A veces la creatividad sobrepasa lo técnicamente posible, como a veces los números te impiden avalar una solución que es razonable. Justo al acabar la carrera me matriculé en el programa de doctorado, porque el primer año de arquitecto fue de subida y de bajada. Gracias a haberme matriculado en el doctorado, pude conocer a los profesores del departamento de estructuras de Barcelona y otras maneras de ver las estructuras, que me complementaron profesionalmente. Durante cinco o seis años estuve completando los cursos poco a poco, a la vez que iba progresando profesionalmente. Había poco tiempo para estudiar y mucho trabajo, afortunadamente. Más adelante pasé a formar parte de la empresa BOMA, junto con los otros socios de OMA. Fue entonces cuando contacté con el maestro Agustí Obiol i Sanchez al que le solicité que me ayudase en mi tesis doctoral porque trataba sobre estructuras metálicas, aunque yo todavía no sabía en qué dirección. Entendía que la materia se ajustaba más a sus conocimientos, aparte de yo poder contar así con otras maneras de entender las estructuras.

En el año 2007 comencé a buscar, con más dedicación, información sobre el tema que había elegido para desarrollar la tesis tan sólo un año antes. Debo decir que elegir un tema para la tesis me supuso muchas dudas iniciales y, desde luego, fue un acierto tomar un camino y dejar de dudar. La materia no me era nueva: unos años atrás, con apenas 28 años, ya había tenido oportunidad de pretensar la viga de la Fira de L'Hospitalet. La viga no era inicialmente pretensada, sin embargo la constructora solicitó una variante para reducir los kilos de acero de la estructura metálica. La viga en cuestión estaba dimensionada por deformación, así que el pretensado era un posible camino. El ahorro se cerró en unos 5kg/m², que a razón de 5Ha y a 2,2€/kg, no salió del todo mal.

En el libro “La estructura metálica hoy” que ha sido guía de muchos estudiantes de ingeniería y de arquitectura, del maestro Ramón Argüelles, encontré algunas respuestas, pero también nuevas dudas. La metodología era clara y un gran equipo de la constructora, liderado por el ingeniero Don Francisco Quintero, al que ojalá hoy pudiese enviarle una copia de mi tesis, hizo que el trabajo resultase más llevadero. Siempre me surgía la duda de porqué pretensar una estructura metálica. Pocos son los edificios que tienen en su haber una solución pretensada de acero. Cuando empecé con esto de la tesis me encontré con el mismo problema: muy poca información, todo y que habían pasado ocho años de cambios en Internet y por lo tanto en apertura de fuentes y de búsqueda. Ante este contratiempo un doctorando puede tomar dos actitudes: si pocos profesionales han escrito sobre este tema es porque no es interesante y he de cambiar de tema. La otra postura puede ser de total optimismo: tengo lo que pocos aspirantes a doctores buscan y un tema dónde se pueda abrir camino o dónde se pueda hacer una patente. Decidí continuar el camino emprendido. Interrumpir la tesis por una semana o un mes no ayuda, aunque muchas veces era necesario: trabajo, vacaciones, familia, amigos, compromisos, universidad, salud. Una tesis no se hace en un día, pero hasta que no te das cuenta de que ha de ser un trabajo casi diario, con más o menos dedicación, no empiezas a notar que tu trabajo da frutos.

Pasados unos años descubrí otras fuentes que ampliaron a 18 manuscritos más la bibliografía, gracias a la ayuda imprescindible para cualquier doctorando de la biblioteca de la ETSAV. Quiero mencionar la importancia que han tenido en mi trabajo las sesiones que recibí en esta escuela de arquitectura, por parte de la profesora Lluïsa Amat: si esta formación la hubiese recibido antes, con toda seguridad puedo decir que me hubiese evitado mucho trabajo posterior. Algunos ajustes en la maquetación han quedado sin corregir, pues venían de hacía dos o tres años atrás y actualizarlos hubiese supuesto casi como volver a empezar.

Llegados a este punto debo agradecer al maestro Josep Gómez Serrano su apoyo profesional dentro del departamento de estructuras del Vallés, como también por aceptar codirigir esta tesis. Quiero así mismo agradecer a Miguel Usandizaga, profesor del departamento de Composició Arquitectònica de la ETSAV, la mano que me tendió para poder acabar la tesis. Así mismo debo agradecer a todos los profesionales que me aceptaron en sus programas de universidad, sin apenas conocerme.

ESTADO DEL ARTE

La Revolución Industrial comienza hacia 1760 en Inglaterra. Este término conlleva al menos tres aspectos de cambio: mejora en los procesos industriales, incremento de la natalidad y reducción en la mortalidad, y por último, incremento de la producción industrial. Es sabido que en Inglaterra en 1801, cuando se hace el primer censo de población, los habitantes son un poco menos de 9 millones de personas. Treinta años después esta cifra casi llega a 14 millones. No se detecta aumento en la natalidad en esa época en comparación con las anteriores, sin embargo se demuestra que la mortalidad pasa de un 36 a un 20%, en tan sólo diez años. La causa sin duda es la mejora en las condiciones higiénicas y sanitarias del país. En setenta años el país pasa de una producción anual de hierro de 20.000 toneladas, a multiplicarla por 35 en 1830. Algo parecido sucede con la industria del algodón y con la del carbón. En lo que se refiere a la construcción, la Revolución Industrial lleva consigo una mejor racionalización en los modos de construcción, así como en el conocimiento de los materiales (investigación de sus resistencias), la introducción de nuevos materiales (vidrio, fundición y más tarde hormigón armado) y la eliminación de otros menos duraderos y seguros (paja, madera).

En 1747 se inaugura en Francia la que sería primera escuela de ingeniería conocida, la “École nationale des ponts et chaussées”. Un año después lo haría la “École royale du génie de Mézières”. Estas dos universidades son sin duda impulsoras directas de lo que vendría después, y de que por primera vez se distinguiese la figura del arquitecto con la del ingeniero. Por aquella época los técnicos trabajan en varias disciplinas diferentes: diseño de barcos a vapor y de edificios, construcción de puentes de piedra y de hierro, edificación y jardinería, por citar unos ejemplos reales.¹

Si bien es cierto que nadie sabe precisar quién empezó a utilizar el hierro por primera vez, también lo es que antes y durante la llamada Revolución Industrial, destacan unos nombres que deben ser recordados:

Réaumur, un científico francés nacido en 1683, del que hoy nos queda una escala de temperatura en desuso, y un método de estañar el hierro que todavía es empleado. Dedicó buena parte de su vida al conocimiento y desarrollo del denominado “acero cementado”, sin embargo fue el primero que descifró que tanto el hierro colado, como el acero, como el hierro forjado, tenían una cantidad de carbono diferente. Este hallazgo le valió una pensión de 12.000 libras.

Dud Dudley, metalúrgico inglés que a los 20 años toma la dirección de la fábrica de su padre, Lord Edward, situada en la ciudad de Dudley. En esta ciudad llegó a haber casi 20.000 fraguas. Fue el primero en conseguir reducir² con éxito mineral de hierro con coque. Primero fue usando madera vegetal, lo que representó un verdadero problema para la comarca que veía que sus bosques estaban siendo talados en toda su extensión. Después usaría la madera de otras comarcas cercanas, hasta que el transporte le limitó la materia prima. Finalmente pudo usar carbón como combustible de fundición. En 1618 tomó como referencia el carbón vegetal, que es madera tratada para después ser quemada. Así entendió que se podía hacer lo mismo con el carbón obteniendo coque, puesto que si el carbón no era tratado previamente, desprendía azufre que arruinaba el hierro y por tanto la mezcla. Sin embargo no sería Dud quien pasase a la posteridad por este invento ya que tuvo mala suerte en sus empresas, por los celos que suscitaba entre sus colegas, arruinándose hasta tres veces. Finalmente se llevará consigo el descubrimiento.

Los Darby, que son tres Abraham: primero, segundo y tercero, correspondientes a tres generaciones de una misma familia. Abraham I, pasó por ser el primero en conseguir fundir hierro colado con carbón. Sin embargo el excesivo celo de su logro, hizo que cuando muriese, Abraham II tuviese que volver a empezar. En 1735, después de seis largos días haciendo pruebas en sus altos hornos, al séptimo día consiguió la mezcla para no perderse nunca más. Abraham III pasó por ser el primer constructor de un puente en hierro, y por alcanzar el primer puesto en industrias de toda Inglaterra. Sin embargo el acero de los Darby no era acero propiamente dicho: era un material entre hierro fundido, hierro colado y acero, de no excesiva calidad.³

Huntsman, oculista y cirujano, que en realidad se ganaba la vida como relojero. Cansado del acero inglés de mala calidad, pasó a convertirse en el primero en limpiarlo a base de una fusión repetida. A día de hoy no se sabe con certeza qué proceso seguía. Se cree que ponía el acero en un crisol⁴ de arcilla que se podía cerrar y después ser colocado sobre un fuego de carbón, consiguiendo que se fundiese, pudiéndose luego verter. Lo básico era entender que era la llama la que debía calentar al acero, no el mismo carbón ardiendo. La fórmula es robada por Mr. Walter, un fabricante de acero que se hace pasar por un mendigo. Le pide a Huntsman en una noche lluviosa, pasarla a cubierto en su fábrica. También un plato de sopa. Mientras cena, puede observar cómo

¹ BENÉVOLO, LEONARDO. *Historia de la arquitectura moderna*. Barcelona. Gustavo Gili.

² Reducir, del inglés *smelt*: Beneficiar un material. Extraer el metal o metales de un mineral en un horno por reducción, generalmente por medio de materias sólidas carbonosas, tales como la hulla, coque o carbón vegetal que a la vez suministran el calor necesario. No debe confundirse con *melt* (fusión).

³ En realidad se le denominaba “acero cementado” por su mala calidad.

⁴ En inglés “*crucible steel*”

trabajaba Hunstman, y copiarle así un proceso que ni siquiera estaba patentado. Sin embargo, en 1760 la demanda de acero era tal que Hunstman no llegó a notar pérdidas económicas por el robo de su descubrimiento.

Henry Cort, que con un socio que le financia la construcción de una fábrica de acero, consigue obtener un buen material, gracias a pasar el hierro sobre los gases que producía un horno de llama. Así se formaba una masa pastosa⁵ a la que se le añaden después barras de acero. Se consigue que en esta pasta el carbono y el acero salgan a la superficie, pudiendo entonces variar la mezcla. Como en otras tantas historias de empresa, hubo un mal final, pues una vez muerto el socio, se demostró que éste, obtenía parte del dinero mediante procesos fraudulentos, lo que acabó con la exitosa carrera de Henry Cort, denunciado por sus rivales, sin poder hacer frente a sus cuantiosas deudas. Sólo el parlamento inglés pudo sacarle del hambre mediante una pensión anual vitalicia. Cort junto con Watt representan para Inglaterra los cimientos de la industrialización.

Henry Bessemer, quién en 1855 consigue por primera vez reducir la mezcla de carbono en el acero, gracias a la inyección de aire. Así consiguió que el material vertido en un molde no formase rápidamente un lingote, sino que permanecía líquido por un tiempo, ganando trabajabilidad. Bessemer pidió una libra por cada tonelada producida a sus socios, solución que le hizo inmensamente rico.

y **Sidney Gilchrist Thomas**, que fue el último en descifrar uno de los pocos misterios que quedaban: eliminar el azufre de la torta de Bessemer, pues había más hierro con azufre que sin él. Aplicó un revestimiento de piedra en el convertidor que era capaz de adherir el azufre en la escoria, consiguiendo además un excelente abono. Thomas muere a los 35 años (1885), después de invertir siete de ellos en descifrar el último enigma necesario para conseguir acero.⁶ Thomas junto con Bessemer, dan nombre a uno de los convertidores más usados en la historia del acero. En 1968 sería finalmente desplazado por el convertidor LD, por su mayor rapidez y menor coste.

El uno de enero de 1781 se inauguraba el Coalbrookdale, que es un puente de hierro de fundición (*Cast iron*)⁷ sobre el río Severn. Son el arquitecto Thomas Farnolls Pritchard y el ingeniero John Wilkinson, quienes firman esta construcción. Este puente que apenas alcanza los treinta metros en su arco central, pasa por haber sido el primer puente metálico que se conoce. También porque es uno de los pocos puentes que quedan en pie de aquella fecha. Su forma de ensamblar los perfiles como si fuesen secciones de madera, denotan la falta de tradición en esta materia.⁸ La fundición de sus piezas se completó en la factoría de Abraham Darby III. Wilkinson es a su vez uno de los impulsores de la máquina de vapor. Así comienza la revolución industrial en la construcción de puentes, en este caso para tráfico rodado, hace ahora más de 230 años. Este material, el de fundición, había sido antes empleado con éxito en cañones (1315) y en tuberías (1455), pero su utilización en la edificación y en la ingeniería era todavía demasiado costosa para entender su comercialización tal como hoy la conocemos.

En 1786, Tom Paine idea un nuevo sistema de construcción de puentes metálicos, ayudado por unas cimbras temporales construidas sobre el lecho del río. Con este sistema se construirían diversos puentes, entre ellos el de Sunderland, sobre el río Wear. El constructor era Rowland Burdon.⁹ La siguiente referencia de la que hoy tenemos constancia, es el puente que hay en París que tiene por nombre “Pons des Ars”, que data del año 1801. Fue reconstruido en los ochenta con el mismo carácter que inicialmente tenía, que es el de absoluta ligereza, seguramente incluso sobrepasando los límites razonables de seguridad.

⁵ En inglés *puddle* es revolver. Este término da nombre al material obtenido según este método: Acero pudelado.

⁶ Como referencia bibliográfica para estos inventores: MUTHESIUS, VOLKMAR. *Tú y el acero*. Editorial Labor. 1º Edición. Barcelona. Y Wikipedia, la Enciclopedia libre.

⁷ Para las traducciones del inglés: TIEMANN, HUGH P. *Hierro y Acero. (Iron and Steel)* Instituto del hierro y el acero. 1º Edición. Madrid 1950.

⁸ SCHULITZ; SOBEK; HABBERMANN. *Steel Construction Manual*. Birkhäuser Edition detail. 1º Edición, 2000.

⁹ BRUFAU I NIUBÓ, ROBERT. *Rehabilitar con Acero*. Publicaciones APTA. 1º Edición, 2010.

En edificación debemos de irnos hasta 1811 para encontrar en la Bourse de Commerce de París; una gran cúpula formada por meridianos de hierro forjado, que resulta de una reconstrucción de una primera solución para la cúpula que queda destruida. No es casualidad este salto de Inglaterra a Francia: Napoleón (1769-1821), gran entusiasta del acero, hizo mucho porque la proyección de la fabricación siderúrgica creciese en su país.

Sin embargo el uso del hierro en las construcciones hay que buscarlo en Grecia, dónde se empleaban colas de milano de acero entre sillares de piedra. Esto sucedía ya en el siglo V A.C. Siglos más tarde esta técnica fue también empleada en Roma. En la construcción de Santa Sofía en Estambul, fueron usados por los años 532-537, redondos de hierro para la construcción del templo. El hierro fue igualmente empleado en la época del románico y del gótico, para resolver ventanas y barandillas que no podrían haber sido solucionadas de otra manera. Para acabar este breve resumen del uso del hierro, conviene citar las propuestas que hacen Filippo Brunelleschi en la cúpula de la Catedral de Santa María dei Fiore (1445), y Michelangelo en la cúpula de Roma (1546). Posteriormente a estas construcciones, el uso de hierro en cúpulas se generalizó para reforzarlas radialmente.

Los métodos para fabricar perfiles de acero han variado en estos dos siglos de construcción metálica. Desde la fundición (*Cast iron*) ya comentada, dónde se consiguen secciones muy resistentes a compresión, pero menos a tracción y a cortante. El segundo proceso a comentar es la laminación (*Rolling*) donde el producto alcanza los 1.250°C fácilmente, para pasar a deformarse con los rodillos de desbaste haciendo presión y girando en sentido contrario, consiguiendo reducir las secciones a las mínimas razonables. Esta forma de obtener acero es posible gracias a la ductilidad que posee, gracias a la corrección del carbón de constitución del material. La Forja (*Forging*) es el tercer proceso importante para obtener secciones de acero resistentes. El material se calienta y gracias a dos moldes con formas diferentes y al golpeo repetido, se consigue una sección que no puede obtenerse mediante el sistema anterior de laminación.

Algunos de los capítulos de la Arquitectura e Ingeniería contemporánea, no pueden ser entendidos sin la introducción del acero. Por ejemplo la escuela de Chicago¹⁰ que utiliza este material para conseguir alturas de más de catorce plantas, gracias a una ingeniería de nudos no conocida hasta el momento. Otro episodio que puede ser incluido en estas referencias es la carrera en la construcción de puentes, que inicia a final del siglo XIX, intentando trabajar con secciones cada vez más esbeltas. La carrera por llegar a cotas cada vez más altas en edificios urbanos, tampoco puede ser entendida sin el uso razonado del acero. La corriente arquitectónica que en el siglo XX fue denominada “*High-Tech*”¹¹, no podría haber llegado al mismo lenguaje sin el uso del acero. Para acabar estos pasajes podemos mencionar el triunfo del ingeniero Eiffel sobre el proyecto de la torre solar de piedra de Bourdais, que era inicialmente el autor de la idea de la construcción de la torre, que representaría a París desde entonces.

Se puede aprovechar este último pasaje, tomando por referencia la construcción del monumento a Washington y haciendo una comparación con la de la Torre Eiffel¹². La primera, que inicia su construcción en 1846, tardaría casi 30 años en finalizarse, puesto que sus cimientos comenzaron a ceder cuando apenas había alcanzado los 50 metros. El material empleado era piedra y mármol, consiguiendo ser la estructura más alta en el mundo entre 1884 y 1889, llegando a los 170m. El edificio que toma el relevo es precisamente la torre Eiffel, que tan sólo cinco años después, casi duplica la anterior cifra: 330m.

Pretensar una estructura metálica puede resultar arrogante. Durante la tesis se demuestran las ocasiones en las que un consultor encuentra licencia para usarlo, sin resultar un capricho, pero casi siempre con un coste similar al no pretensado: tan solo conseguir un lenguaje más fino puede ser un motivo si nos alejamos de soluciones que tengan que ver con el objetivo de limitar la deformación. La primera aplicación del pretensado metálico en un edificio nacional y reciente que encontré, fuera de mi lugar de trabajo, fue la “torre Espacio” de Madrid: una viga en celosía metálica que apeaba la totalidad de las plantas del gran rascacielos, uno de los más altos de la

¹⁰ FRAMPTON, KENNETH. *Historia Crítica de la arquitectura moderna*. Gustavo Gili. 6ª Edición, 1993. Pág. 52. “El crítico contemporáneo Montgomery Schuyler observó en 1899 que el ascensor dobló la altura del edificio de oficinas y la estructura de acero volvió a doblarla”.

¹¹ “*High-Tech*” significa Alta tecnología, del libro: KRON, J.; SLESIN, S. *The Industrial Style and Source Book for The Home*, 1978.

¹² LEMOINE, BERTRAND. *Gustave Eiffel*. Akal Arquitectura. 1ª Edición, 2002. Págs. 78 a 102.

península. Después encontré una iglesia en EEUU, el pabellón de los descubrimientos, un polideportivo de Mario Corea y poco más. A veces aparecían comentarios que hacían dudar de las soluciones empleadas.

Uno de los documentos que ha servido de referencia en esta tesis ha sido el Eurocódigo 3.11, que hace referencia a estructuras metálicas en tracción. Es interesante mencionar que este documento apenas llega a 33 hojas y que presenta bastantes vacíos que seguramente deben ser cubiertos con el paso del tiempo. En ese sentido conviene destacar que, hasta hace poco, Checoslovaquia era el único país Europeo que tenía normativa referente a estructuras metálicas en tracción¹³. Desde el presente año 2012, AENOR publica todas las normativas de acero agrupadas en un CD. También incluye casi la totalidad de los Eurocódigos, no habiendo entre ellos el correspondiente al 3.11, de un tema tan específico como es el que trata el acero en tracción¹⁴. En realidad la versión más reciente de esta normativa en inglés es del año 2003 con la introducción de algunos ligeros cambios en el año 2006.

Distinguir una estructura metálica pretensada de otra que no lo está, pero que tiene elementos que trabajan no linealmente con su esfuerzo axial, es decir, aceptan tracciones pero no compresiones, no es fácil, pues la mayoría de los cables o barras se activan desde un inicio para no hacerlos cargar excesivamente, perdiendo una deformación que no puede ser observada en un cálculo inicial global. Al activar estos elementos se generan tensiones que generalmente tienen el mismo signo que generan las gravitatorias: no sirven para anular las de succión del viento, pero provocan una contraflecha que fácilmente se puede conseguir previendo una contraflecha en el montaje. Los documentos que he encontrado en general no son concluyentes. Generalmente explican las cualidades del técnico que los desarrolla y las virtudes del sistema, sin resultar una generalización imprescindible para futuros casos.

En 1861 A.V. Gadolin empieza mejorando el comportamiento de sus municiones colocando anillos metálicos a los recipientes que los contenían. Los tornillos y los roblones funcionan por pretensado entre sus partes. Algunos vagones de tren, a mitad del siglo XIX, eran pretensados mediante un redondo interior para conseguir reducir su deformación transversal. Shukov comenzó el pretensado de arcos mediante haces simétricos de tendones interiores. En mástiles y en torres de comunicación, donde se precisa alcanzar cotas altas con poco peso, el pretensado es una solución adecuada. El empleo del pretensado fue utilizado en máquinas de excavación de materiales en minas donde con poco peso era necesario llegar a largas distancias, moviendo los minerales de un lado a otro. Se han escrito líneas para reducir la cantidad del material como las emprendidas por Trofimovich, Sopotko, Tolmachev y Chepurnoy entre otros. Otros investigadores como Magnel y Belenya fueron continuadores de estas líneas años más tarde, que llegaron a estimar en una reducción de un 40% la cantidad de acero ahorrado en ciertos tipos de estructuras. Incluso hay algunos autores que afirman que las estructuras de aluminio se vuelven más rígidas pretensándose mediante tendones de acero. Los avances del pretensado metálico han llegado no sólo a pórticos planos y sistemas suspendidos, sino que han sido incorporados a estructuras espaciales, diafragmas, etc. También se han llevado a cabo aplicaciones en depósitos para estabilizarlos. De una manera más razonable ha sido empleado como recurso en procesos constructivos, edificios industriales, hangares, para dar continuidad a piezas prefabricadas, incluso en edificios con anillos de estabilización y forjados suspendidos.¹⁵ El resto de la historia, así como las prestaciones que este sistema ofrece al proyectista, se describen en los dos siguientes capítulos: historia del pretensado metálico y ejemplos de estructuras metálicas pretensadas.

¹³ TOGHACEK, MILOSLAV; GENE AMRHEIN; FRANCIS. *Which Design Concept for Prestressed Steel?*

¹⁴ *Acero estructural. Instrucción EAE y Normas UNE*. AENOR. CD-ROM ISBN: 978-84-8143-744-7.

¹⁵ BELENYA, E. *Prestressed Load-Bearing Metal Structures*. MIR publishers Moscow.

Historia del pretensado metálico

INTRODUCCIÓN

Hace ya más de cien años que el ingeniero alemán M. Koenen propuso, aunque sin poder resolver los aspectos técnicos más importantes, pretensar barras de acero para mejorar el comportamiento del hormigón. Esta propuesta, que data de 1903, se efectuó antes de que el propio Eugène Freyssinet, hoy en día el padre más reconocido del pretensado, abriese el camino correcto. Desde entonces, los avances y las soluciones técnicas de las estructuras pretensadas en obra civil y en edificación han avanzado mucho, siendo hoy en día una especialidad muy desarrollada y reconocida.



{1} En 1927 Eugène Freyssinet desarrolló por primera vez las bases del hormigón prestensado (FREYSSINET, E.; GUYON, F.; RUI-WAMBA, J.; FERNÁNDEZ ALBA, A., 2003).

Uno de los primeros trabajos que Eugène Freyssinet desarrollará como profesional son unos postes eléctricos de hasta 16 m de altura,¹ con paredes de 18 mm de grosor y con recubrimientos de 5 mm. Los postes se colocaron en 1928 y hoy siguen en funcionamiento. Es bien sabido que la obra que le dio más prestigio y reconocimiento mundial a Freyssinet fue el refuerzo de la cimentación que desarrolló en la presa de Le Havre, en el Sena, siendo el único ingeniero capaz de presentar una solución adecuada a un problema que llevaba a la presa irrevocablemente al colapso.

Sin embargo, el pretensado de acero no ha tenido el mismo recorrido, precisamente porque encuentra un campo más limitado que el del hormigón armado, al menos en la especialidad de edificación, donde las

luces suelen ser más domésticas y donde raras veces se puede justificar un pretensado para hacer una viga o vigueta de menor canto entre un 5 o 10%, sin mejorar significativamente el coste.

Para empezar a enfocar el desarrollo de la tesis, se presenta un desarrollo cronológico de los trabajos más importantes en el campo del acero pretensado, junto con otras fechas, también destacables, en el campo del hormigón pretensado.

LOS INICIOS DEL HORMIGÓN

Generalmente, cuando se intenta hacer historia del pretensado de hormigón, se hace referencia a Considère como precursor del pretensado moderno. Sin embargo, Considère se apartaba de la línea que Freyssinet y la mayoría de los padres modernos del hormigón estructural aceptaban, tal como Eugène explica en sus artículos sobre su vida profesional. El trabajo que desarrolló Considère es un embarcadero realizado en granito en Francia (Finisterre). Los bloques de piedra se iban uniendo entre sí con barras pretensadas a través de una tuerca en vertical, tal como podría hacerse hoy en día.

En 1886 un americano llamado Jackson, P. H. patentó un sistema para pretensar hormigón armado y arcos de piezas prefabricadas, mediante tuercas y cuñas. Tan solo dos años después, en Alemania, C. E. Doehring intentó pretensar hormigón sin éxito, debido a que ni el hormigón ni los alambres alcanzaban unas resistencias adecuadas.

Ya en el siglo XX, un francés, Charles Rabut, tutor del propio Freyssinet, construyó en 1903 ménsulas pretensadas de hormigón armado. Este ingeniero es autor del túnel de Batignolles.

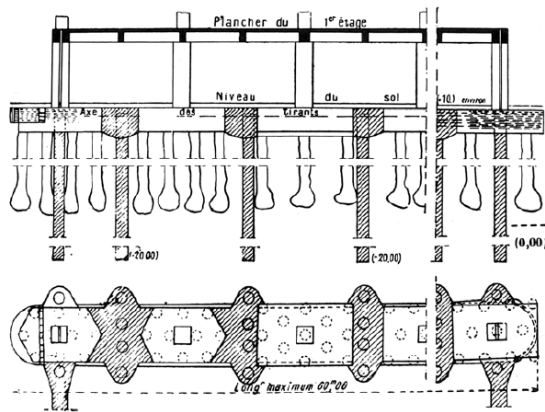
En 1906 el alemán M. Koenen registró una nueva patente con refuerzos pretensados que resultó fallida debido a que las fuerzas se perdieron, porque la contracción del hormigón no fue considerada.

Para recuperar las pérdidas del pretensado, C. R. Steiner, desde América, propone efectuar dos fases de pretensado. Era el año 1908. Había pasado medio siglo desde que Monier pensó que, para reforzar sus tiestos de hormigón, era conveniente introducir barras de acero en su interior: los inicios del hormigón armado.

¹ En todo el apartado, datos obtenidos del libro FREYSSINET, E.; GUYON, F.; RUI-WAMBA, J.; FERNÁNDEZ ALBA, A. *Eugène Freyssinet, un ingeniero revolucionario*. Madrid, Fundación Esteyco. 2003. Pág. 48.

Antes de mencionar a Freyssinet, todavía habría que aludir a dos norteamericanos y a un austriaco: en 1923 F. Emperger es el primer ingeniero que propone en Europa introducir las fuerzas mediante alambres de alta resistencia. En Estados Unidos, W. H. Hewet propone pretensar horizontalmente cientos de tanques de hormigón armado; mientras, R. H. Hill consigue tensar las armaduras y anclarlas posteriormente al hormigón una vez endurecido. Corría el año 1925, poco antes de que un francés cambiase el rumbo del pretensado.

En el año 1928 Eugène Freyssinet registra unos métodos que describen a la perfección el sistema de pretensión del hormigón armado. En los años siguientes aprovecha estas patentes para prefabricar, industrializar y comercializar vigas, viguetas, tubos y losetas de hormigón armado pretensado. En 1934 es el único ingeniero capaz de presentar una solución eficaz para conseguir recuperar la estación marítima de Le Havre.



[2] Consolidación de las cimentaciones de la estación marítima de Le Havre, 1934. E. Freyssinet (FREYSSINET, E.; GUYON, F.; RUI-WAMBA, J.; FERNÁNDEZ ALBA, A., 2003).

Aunque no es el tema que se trata en esta tesis; sin embargo, parece prudente escribir unos párrafos sobre el pretensado de hormigón, para poder establecer paralelismos o divergencias con respecto a su homólogo en acero.

Es sabido que el hormigón armado trabaja bien a compresión y nada o poco a tracción. Es por este motivo por el que se le incorporaron barras de acero principalmente en aquellas zonas que iban a “intentar” trabajar a tracción. Los estribos se colocan para mejorar el comportamiento a cortante, aunque podrían no ser necesarios; porque la capacidad que el hormigón tiene frente a acciones verticales es suficientemente razonable como para ser considerada en el cálculo, algo que no sucede con su capacidad a tracción.

Es así como se ha conseguido defender el método de cálculo de tensiones para secciones de hormigón armado denominado parábola-rectángulo: la fibra neutra diferencia el bloque de fibras que trabajan a compresión de las que no, porque son susceptibles de sufrir fisuración. El bloque a compresión tiene un reparto tensional equivalente a una parábola de segundo grado, en la zona más cercana a la línea neutra, y a un rectángulo, en la zona más alejada de la misma. Este reparto es posible gracias al conocimiento de la plastificación de las secciones, que no fue aprovechado hasta la década de los sesenta, aunque los estudios primeros datasen del siglo XIX.

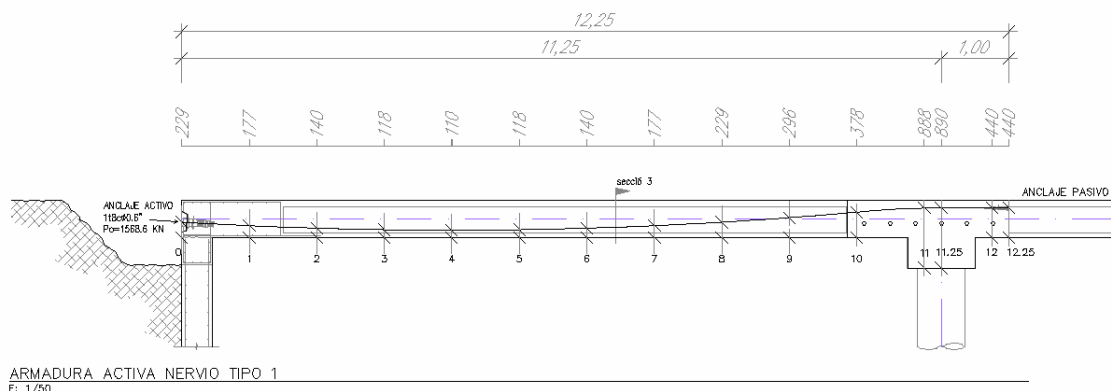
Así pues, si somos capaces de hacer trabajar a la totalidad de las fibras precomprimiéndolas, podremos reducir el canto de la sección entre un 10 y un 20% (y hasta un 30% en algunos casos). Esta reducción afecta de forma directa al peso propio del material, que también repercute a la sección de los pilares y al tamaño de la cimentación. Con el pretensado podemos mejorar también el comportamiento del hormigón frente a solicitaciones de cortante.

Otro camino que el pretensado nos ofrece es la posibilidad de plantear luces mayores a las habituales de hormigón armado, reduciendo el número de pilares y limitando la deformación de la estructura, porque se controla mejor la fluencia del material, así como su fisuración.

Podemos distinguir entre el pretensado mediante armadura pretensada adherente previa al hormigonado y el pretensado sobre hormigón endurecido con tendones envainados no adherentes al hormigón. Esta última técnica es comúnmente conocida como hormigón postensado, para diferenciarlo del anterior. En ambas técnicas se emplean tendones de alta resistencia que fácilmente alcanzan valores últimos de 1.800 N/mm^2 .

Un tema que es necesario analizar en profundidad en el cálculo del hormigón pretensado es el de las pérdidas que tienen lugar cuando inducimos las fuerzas. Son básicamente las que se producen en las cuñas y las que resultan por efecto de la fluencia. Las primeras se deben al ajuste de las cuñas en los casquillos y las segundas están causadas por las características propias del material.

Estas pérdidas se pueden cuantificar en un 15% de la carga total aplicada, que suele ser un 80% de la carga de rotura, a las que hay que añadir generalmente las pérdidas causadas por las propias cuñas; unos 5 mm más.



{3} Trazado típico de una viga apoyada-empotrada. En el extremo izquierdo, la cabeza se sitúa en el centro de gravedad; mientras que, a la derecha, pasa lo más cerca posible a la fibra superior (imagen del autor).

También es importante analizar las tensiones que originan las trompetas en el hormigón, porque precisamente son las zonas más susceptibles de romperse cuando éste tiene un par de días de edad. Existen terminales activos, que son sobre los que se aplica la fuerza, o pasivos, que se utilizan cuando no es posible dejarlos vistos y quedan embebidos e impracticables dentro del hormigón.

Otro tema importante es dominar el diseño de los trazados{3}, poniendo especial cuidado en que los terminales activos o pasivos queden correctamente situados, generalmente en la línea neutra, y presentando también atención en el punto de inflexión o de cambio de curvatura, que suele situarse a un sexto de la luz entre pilares.

Los trazados pueden tener doble curvatura en el espacio, puesto que pueden sortear huecos o pilares metálicos, si es que se estudia convenientemente.

Las aplicaciones en hormigón armado son variadas, aunque su principal uso se encuadra en el cálculo de vigas y losas cuando se trabaja a flexión simple. Se puede pretensar un tensor de hormigón para que trabaje destensándose sin que las descompresiones del hormigón lleguen a convertirse en tracciones, evitándole por tanto fisurarse; se puede pretensar una losa de cimentación, de modo que se evite así la fisuración y, por lo tanto, la posible entrada de agua, reduciendo no solo la excavación, sino también el empuje hidrostático; se pueden unir en seco piezas prefabricadas de hormigón armado mediante pretensado, sin necesidad de otro sistema de conexión, y se pueden construir mástiles muy esbeltos de hormigón trabajando a flexión, por citar las soluciones más representativas.²

² MURCIA VELA, J.; AGUADO DE CEA, A.; MARÍ BERNAT, A. R. *Hormigón armado y pretensado*. Barcelona, Ediciones U.P.C., 1996.
SÁNCHEZ AMILLATEGUI, F.; GONZÁLEZ PERICOT, C. *Curso de hormigón pretensado. Vol 1. Fundamentos*. Madrid, Qualitas Ingeniería y Construcción, 2002.

CRONOLOGÍA COMENTADA DEL PRETENSADO METÁLICO

El inicio del pretensado metálico no está claro. Seguramente fue casual y, con el paso del tiempo, se empezó a entender que aquella recuperación de deformación que aparecía al pretensar los puentes o las vigas podía ser una herramienta que había que tener en cuenta en el cálculo estructural. Si se considera que Freissynet todavía no ha nacido y que los conocimientos del hormigón pretensado no sirven de referencia, muchos autores atribuyen a Polanceau o a Fink este privilegio, mientras que algunos estudiosos se atreven a proponer a Whipple como precursor³. Lo cierto es que hacia 1840 en Estados Unidos muchos ingenieros empiezan a cambiar el hierro forjado, que tan buenos resultados obtiene en compresión, en los elementos traccionados, como es el caso de William Howe y Thomas Pratt.



{4} Un puente de Squire Whipple, U.S. Patent 2.064, April 24, 1884 (HAMILTON, G. S. *Rodrick Bridge*, Licking County, Ohio, 2005. Photo 2004).

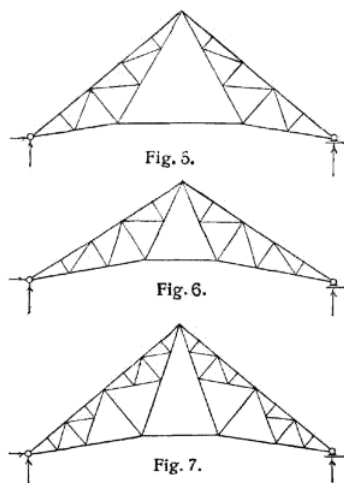
Pensilvania se erige como un microcosmos donde empiezan a surgir soluciones para puentes, debido a la necesidad de conectar los diferentes estados mediante líneas férreas. Así llegamos hasta 1880, cuando las soluciones se generalizan por todo el estado. No cabe duda de que el inicio del

³ Whipple, S. *A Work On Bridge Building*, Utica. H. H. Curtiss, 1847.

pretensado está ligado a Estados Unidos y a los inicios del ferrocarril.⁴

1837. Squire Whipple propuso pretensar elementos metálicos de fundición; pues se había detectado que, cuando un elemento de fundición trabajaba a tracción, presentaba problemas de rotura frágil. Para evitarlo, alojaba redondos metálicos pretraccionados dentro de los cordones de fundición, para después ser traccionados. Esta contradicción puede entenderse como la necesidad, por un lado, de tener tracción y, por el otro, de tener rigidez; solo así se puede entender que la solución no hubiese sido colocar únicamente un redondo.

1847. Un ingeniero ferroviario francés, llamado Barthélemy Camille Polanceau (1813-1859), inventa la viga que lleva su nombre, antes incluso de que la viga Fink haya sido patentada. En ella se pueden apreciar dos vigas Fink inclinadas, unidas por un tensor inferior. Sorprende que la viga Polanceau se descubra antes que la Fink, pues parece que para comprender la primera haya que entender antes la segunda.⁵

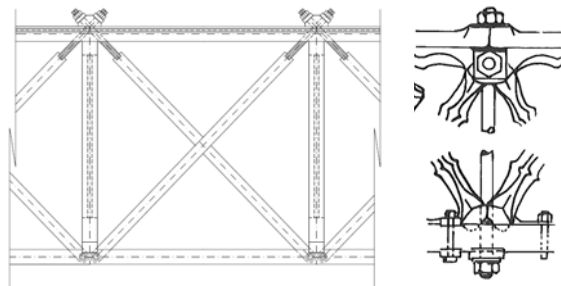


{5} Vigas Polanceau de diferentes tipos (SCHULTZ, H. C.; SOBEK, W.; HABERMANN, K. L. J., 2000)

1847-1850. H. Rider diseña vigas tipo Howe pretensadas utilizando elementos de fundición tanto en el cordón superior como en las barras de relleno verticales. En las diagonales y en el cordón inferior utilizaba hierro pudelado, que es el antecesor del acero, con el que se consiguieron construir estructuras como la torre Eiffel o la estatua de la Libertad. El efecto del pretensado fue introducido únicamente en las diagonales, que eran dobles: uno de los dos extremos tenía un terminal cerrado unido mediante un pasador; el otro terminal contaba con

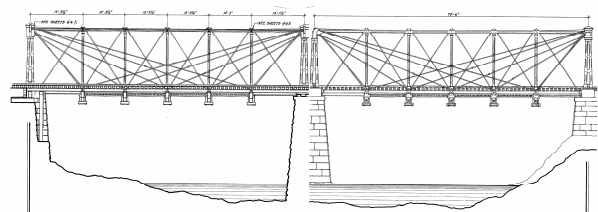
una barra roscada que se activaba a través de una tuerca.

Una variante de este último tipo se usó en Checoslovaquia en la segunda mitad del siglo XIX. Esta variante consistía en utilizar diagonales más robustas y montantes verticales resueltos mediante barras redondas que se pretensaban. El pretensado tenía una doble función: armar la pieza y conseguir que todas las diagonales desde un inicio estuvieran comprimidas; de esta manera, unas se descomprimían y las otras aumentarían su compresión. Este tipo de celosía es comúnmente usado en madera y se le conoce como Brown Truss.



{6} Izquierda: detalle de una viga en celosía pretensada. Solución por H. Rider (imagen del autor). Derecha: solución utilizaba en Checoslovaquia (TROITSKY, M. S.; VAN NOSTRAND, R., 1990).

1850. Se utiliza por primera vez la denominada viga Bollman; una viga en celosía que es parecida a la Fink y con la que se suele confundir {7}. En realidad es una sucesión de vigas Fink simples no simétricas. Los extremos inferiores de los montantes se unen con una viga que forma el tablero.⁶



{7} Viga Bollman (SCHULTZ, H. C.; SOBEK, W.; HABERMANN, K. L. J., 2000).

La viga Bollman se aplicó por primera vez en el ferrocarril de Baltimore a Ohio.⁷ El ingeniero que la proyectó fue Wendel Bollman de Baltimore. La viga incorpora hierro fundido en los miembros de compresión y hierro forjado en los elementos a tracción.

Circa 1850. B. Schnirch proyectó un puente que autorregulaba las tensiones. El sistema era sencillo: un único tramo resuelto con una viga Pratt con el

⁴ HISTORIC AMERICAN ENGINEERING RECORD. Baltimore & Ohio Railroad, Bollman Truss Bridge, Spanning Little Patuxent River, Savage, Howard County, MD. Library of Congress, 1984.

⁵ BRUFAU I NIUBÓ, R. "Columnas en el aire", *Geometría y proporción en las estructuras: ensayos en honor de Ricardo Aroca*. Madrid, Outer Ediciones, 2010-2011.

⁶ GRIGGS, F. Wendel Bollman (1814-1884). *A Self-Taught Engineer. Structure Magazine*. February 2006.

⁷ BRUFAU I NIUBÓ, R. "Columnas en el aire", *Geometría y proporción en las estructuras: ensayos en honor de Ricardo Aroca*. Madrid, Outer Ediciones, 2010-2011.

cordón inferior en forma de arco, sobre dos pilonas. En cada extremo, había dos voladizos cortos de forma triangular; en las puntas, unos cables que se unían con las bases de las pilas, que permitían hacer que el puente estuviese más o menos deformado.



{8} El Crystal Palace de Joseph Paxton (FRAMPTON, K., 1993).

1851. Fue erigido, en el Hyde Park londinense, el pabellón denominado Crystal Palace, obra del arquitecto Joseph Paxton.⁸ Este edificio, que hoy seguramente nos llamaría la atención al igual que otros muchos de arquitectos de primera línea, en su día fue un hito de lo que se llamó la revolución industrial: era una construcción sin precedentes. Sus medidas descomunales, 600 x 120 m en planta y una altura de hasta 34 m, la hacía una de las mayores construcciones de acero de la época. Se dice tradicionalmente que las vigas Fynk interiores estaban pretensadas, unos años antes de su aplicación en el hormigón armado.

En el Crystal Palace se usaron numerosas vigas Fink de uno y dos tramos. Es significativo destacar que el fin de este edificio lo causara el fuego, incluso tras ser cambiado de ubicación. Es el comienzo de una historia, aún sin fin, de diferencias entre las estructuras de acero y las de hormigón.

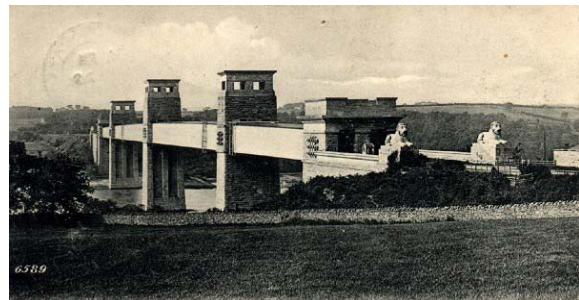
1857. Albert Fink (1827-1897) proyectó el puente sobre Green River en la línea ferroviaria de Louisville a Nashville, en el sureste de Estados Unidos. Era un puente de unos 300 m de longitud total, soportado por seis pilastras de piedra {9}.

Desgraciadamente, a finales de 1961 se da orden de derribar el puente, por ser considerado un punto estratégico militar, para no ser reconstruido hasta la fecha.⁹



{9} Viga Fink. (BRUFAU I NIUBÓ, R., 2010-2011).

Hacia mediados del siglo XIX. El Britannia Tubular Bridge es un interesante puente de acero para ferrocarriles, situado en el estrecho de Menai. Actualmente solo existen dos puentes para pasar de Gales a la isla de Anglesey. Por desgracia, en 1970 un incendio hizo que todo su tablero tuviese que reconstruirse, deformando por completo su aspecto para siempre. Sin embargo, el esquema que se reconstruyó, con el fin de añadir un paso para peatones, fue diferente; aunque hoy en día conservamos alguna imagen que lo recuerda en sus inicios.



{10} El Britannia Tubular Bridge de Robert Stephenson (postal, colección privada de JOCHEM HOLLESTELLE).

En esa misma época, otro ingeniero afamado, John Roeblin,¹⁰ que firmó puentes tan importantes como el de Brooklyn o el del Niágara, afirmó¹¹ que o bien el diseño de Stephenson o bien los suyos eran una gran metedura de pata. Stephenson, que había diseñado su puente tubular con la idea de que era el más económico, vivió el resto de su vida pensando que su puente había sido un fracaso.

El esquema original era el de un cajón de acero roblonado. Había cuatro vanos: uno de 230 pies, otros dos de 460 pies y el último de 230 pies otra vez (70 m / 140 m / 140 m / 70 m), así que el esquema era simétrico. Las piezas metálicas fueron

⁸ FRAMPTON, K. *Historia crítica de la arquitectura moderna*. Barcelona, Gustavo Gili, 1993. En realidad Joseph Paxton era jardinero y famoso por sus invernaderos. En tan solo ocho días pudo hacer un proyecto gracias a sus modelos estandarizados.

⁹ OFFICIAL RECORDS. *The Preserve: L&N Railroad Bridge*. Bowling Green. September 19, 1861. Vol. 52, pt. 2, p. 152.

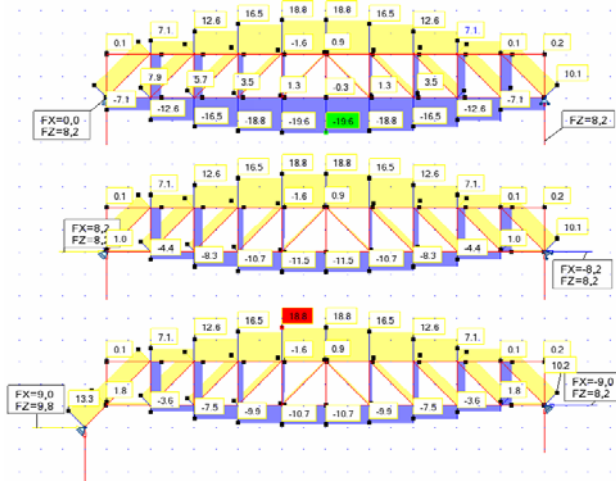
¹⁰ FERNÁNDEZ TROYANO, L. *Bridge Engineering: a Global Perspective (Tierra sobre el agua)*. London, Thomas Telford Ltd., 2003.

¹¹ PETROSKY, H. "Los altibajos de los puentes", *La ingeniería es humana*. Madrid, Cinter, 2007. Por aquella época se había emprendido una carrera para hacer los puentes cada vez más y más delgados. En realidad, los puentes de John Roeblin no eran tampoco un ejemplo de delgadez. La carrera acabó con el puente de Tacoma, que obligó a reforzar muchas construcciones que se habían pasado de esbeltez.

montadas de una manera isostática, por lo que el diagrama de momentos de su peso propio no tenía negativos.

Para no perder la condición de continuidad, se introdujeron gatos sobre dos de los apoyos elevando ligeramente las piezas. Una vez las vigas estaban unidas por roblones, se retiraron lentamente los gatos, originando, por un lado, unos grandes voladizos que devolvieron la continuidad al puente y, por otro, consiguiendo las distribuciones de esfuerzos y las deformaciones de una viga continua.

Otro sistema igual de ingenioso que el anterior, para pretensar estructuras metálicas de una forma natural es el consistente en incluir apoyos no horizontales sobre los soportes. Si éste es ligeramente inclinado, para resistir una carga vertical debe aparecer otra horizontal, que, en caso de haber dos apoyos simétricos, pueden llegar a contrarrestarse en una compresión de uno de los dos cordones{11}. Es necesario tener presente que estas fuerzas horizontales de gran magnitud hacen que, generalmente, no sea una solución adecuada para muchos casos. Sin embargo, en el caso de pilonas para puentes puede usarse sin muchos problemas.¹²



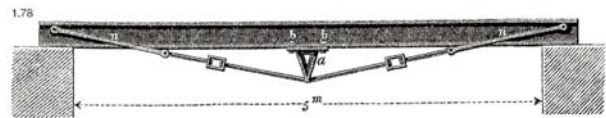
{11} Tres diagramas diferentes para una misma solución: en el caso superior, los apoyos son verticales. En el intermedio, los apoyos son inclinados. El último tiene un péndulo a la izquierda. El esfuerzo axial del cordón inferior traccionado se reduce en el segundo y en el tercer caso en beneficio de un cortante en los apoyos (imágenes del autor).

Una variante de esta solución es el sistema de apoyo pendular ideado por Böhreke{11}.

1861. A. V. Gadolin, un constructor de armas finlandés, hizo una propuesta de barriles pretensados mediante alambres calientes que, cuando enfriaban, pretensaban el barril. De este modo, consiguió que, al explotar, se redujera la tensión de las cargas y aumentara el poder de explosión sin incrementar por ello el peso de la

carga: en definitiva, cargas más ligeras y económicas.¹³

1867. John Kibble construye el Kibble Palace en los jardines botánicos de Glasgow. Es un edificio de hierro y de vidrio con mejor fortuna que el Cristal Palace de Paxton. En una de las intersecciones de las naves, además de observar un bonito arco espacial de hierro forjado como si se tratara de una boca, podemos adivinar un refuerzo inferior a modo de viga Fink. Seguramente, su autor conocía el trabajo del padre de esta solución estructural y es posible que fuese un refuerzo posterior a la estructura.



{12} Viga Fink (GOTTGETREU. Manual de construcción, citado en SCHULITZ, H. C.; SOBEK, W.; HABERMANN, K. L. J., 2000).

1868. Albert Fink cierra la viga, que llevaba su nombre, por su parte inferior en el puente de Zoarville Station. Esta solución, al igual que en la viga Bollman de Baltimore, permitía que el tren pasase por dentro, transmitiendo la carga al cordón inferior, como una viga cajón muy ligera.

1871. James Starley (1830-1881) saca al mercado una bicicleta revolucionaria que, entre otras mejoras, presentaba unos radios metálicos que se pretensaban mediante un fácil giro de llave.¹⁴ Hasta entonces, la rueda de bicicleta se resolvía mediante pesados radios sólidos de madera o acero, diseñados para trabajar a compresión y que le daban mucho peso propio a la máquina.

1893. V. G. Shukhov propuso una bóveda de 15 m de diámetro, compuesta por cerca de 50.000 tirantes y unos 20.000 vidrios, para cubrir las galerías GUM situadas en la plaza Roja de Moscú, que habían sufrido un incendio unos años antes. La estructura, que hoy en día sigue en pie, es del autor del hiperboloide más famoso: la torre de radio Shabolovka, que también se conserva.

¹³ BELENIA, E. I. *Prestressed Load-Bearing Metal Structures*. Moscow, Mir, 1977.

¹⁴ WEIGHTMAN, G. "Los revolucionarios industriales", *La creación del mundo moderno. 1776-1914*. Barcelona, Ariel, 2008.

BRUFAU I NIUBÓ, R. "La roda de bicicleta com a model estructural." *Quaderns d'Arquitectura i Urbanisme*, núm. 250, págs 86-91, 2006.

RAUCK, M. J. B.; VOLKE, G.; PATURI, F. R. *Historia de la bicicleta*. Barcelona, Blume, 1981.

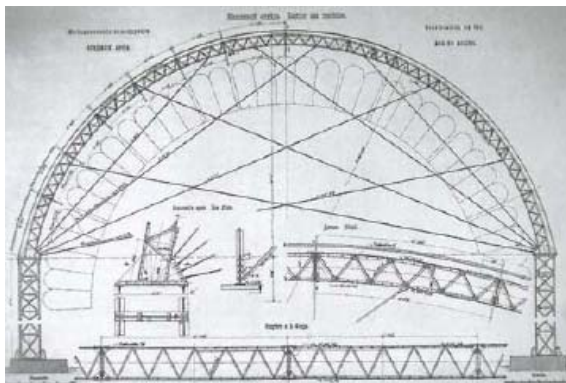
¹² TROITSKY, M. S. *Prestressed Steel Bridges: Theory and Design*. New York, Van Nostrand Reinhold, cop., 1990.



{13} Detalle de la cubierta de las galerías GUM en Moscú, de G. Shukov (Photo by Arieswliang).

La solución para cubrir el patio central de las galerías consiste en un arco con tres parejas de tirantes que salen de cada apoyo de una manera simétrica, dividiendo así un arco en siete partes.

1893. En el Broadbury Building de Los Ángeles, George Herbert Wyman utiliza un sistema de viga Fink, que después recogería el *Manual de construcción* de Gottgetreu¹⁵ {12}. En los extremos se puede apreciar cómo los tirantes no se unen a la viga en su eje de gravedad, sino que van a buscar el ala superior de la viga, posiblemente tratando de salvar el apoyo. Esta solución no es técnicamente correcta, aunque solamente produce una ligera disminución de capacidad de resistencia.



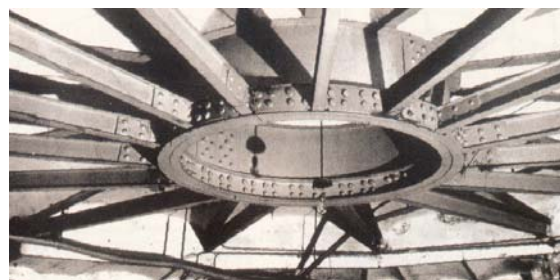
{14} La gran sala de máquinas del Centro de Exposiciones de Todas las Rusias (SCHULITZ, H. C.; SOBEK, W.; HABERMANN, K. L. J., 2000).

1895. Se finaliza la primera construcción tensada que se conoce: el Oval Pavillion. Los autores son Vladimir Shukhov y Nizhny Novgorod.

1895. Se completa la gran sala de máquinas del Centro de Exposiciones de Todas las Rusias, de los arquitectos Niznij Novgorod y A. N. Pomerancev,

con una solución de arco atirantado del estilo de la utilizada en las galerías GUM en Moscú.

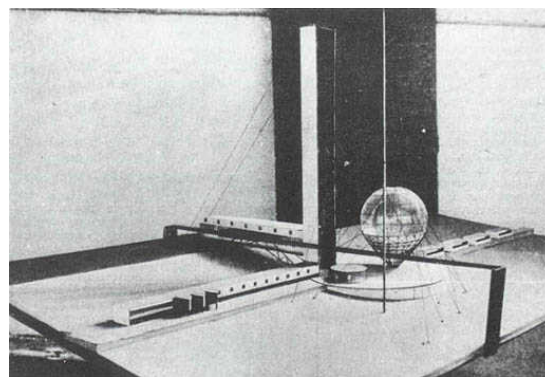
1912. Se inaugura la casa Milà de Antoni Gaudí en Barcelona, más comúnmente conocida como la Pedrera. En el sótano propone una viga metálica a modo de rueda de bicicleta, que transmite las tensiones gracias a un tambor central. Parece que Gaudí utilizó un sistema ingenioso de tornillos que hacía traccionar las diagonales inferiores. Se suele decir que esta estructura está pretensada; sin embargo, no hay escritos del autor que lo justifiquen.¹⁶



{15} La rueda de bicicleta horizontal de Antoni Gaudí en la casa Milà (BRUFAU I NIUBÓ, R. 2006).

1912. Se inaugura el Pushkin Museum, obra, una vez más, de Vladimir Shukhov y Nizhny Novgorod. La solución de la cubierta es parecida a la de las galerías GUM.

1920. Karl Longanson inventa un sistema *proto-tensegrity* en Rusia denominado "Gleichgewicht-konstruktion" (estructura en equilibrio), que es precursora de las *tensegrities*.



{16} Leonidov Lenin Institute (http://en.wikipedia.org/wiki/File:Leonidov_lenin_institute.jpg).

1927. Ivan Leonidov gana un concurso con una solución visionaria y muy adelantada en su tiempo, para el instituto Lenin y una biblioteca en Moscú que no llegó a ejecutarse. Esta obra ha sido

¹⁵ Citado en SCHULITZ, H. C. ; SOBEK, W.; HABERMANN, K. L. J. *Steel Construction Manual*. Birkhäuser Edition Detail, 2000.

¹⁶ BRUFAU I NIUBÓ, R. "La roda de bicicleta com a model estructural", *Quaderns d'Arquitectura i Urbanisme*, núm. 250, págs. 86-91, 2006.

referente para otros proyectos posteriores, como la torre de Collserola de sir Norman Foster.¹⁷

1935. Un conocido y excelente ingeniero alemán, Franz Dischinger, que experimentó con láminas y hormigón armado pretensado, comenzó a utilizar soluciones de acero pretensado para puentes de autopista y para ferrocarriles formados por cajas.¹⁸

1948. Kenneth D. Snelson empieza a investigar con estructuras ligeras que, mediante pilares y tirantes, consiguen un equilibrio gracias al tensado de los cables. Estos sistemas serán bautizados más tarde por Füller como *tensegrities*. Kenneth es el autor de una de las *tensegrities* más conocidas: la torre Neddle.

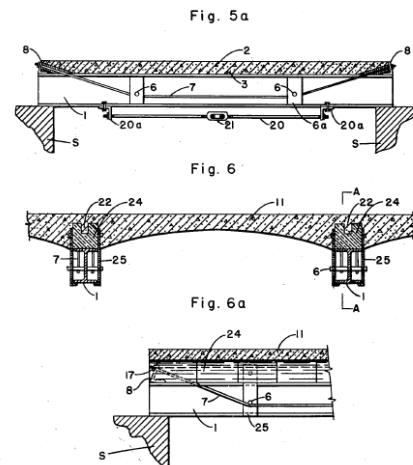
1949. Baes y Abraham Lipski desarrollan la técnica de la preflexión. Las vigas Preflex fueron usadas en España gracias a Rubiera en la segunda mitad del siglo XX. El sistema de vigas Preflex parte de una viga en doble T que ya tiene cierta contraflecha. En el ala inferior se le sueldan unos conectores y unas barras metálicas a modo de estribos y de armado longitudinal. Se le aplican fuerzas verticales mediante gatos, generalmente dos iguales, a L/4 de los apoyos. Así se consigue que la viga quede plana. Entonces se le hormigona la aleta inferior en forma de C, tal como se puede observar en la imagen {17}. Cuando el hormigón se ha endurecido, se le retiran las fuerzas. La viga recupera parte de la deformación, quedando un poco menos contraflechada que en el inicio, debido a la rigidez del nuevo hormigón. El hormigón quedará precomprimido, por lo que podrá descomprimirse, y protegerá el ala contra el fuego. Finalmente se coloca en obra consiguiendo una viga de menor sección que una estándar.

1950. Magnel propuso pretensar vigas en celosía metálicas, introduciendo armadura activa dentro de uno de los cordones abiertos de la viga. También empleó una solución parecida en unos hangares belgas para *aircrafts*; sin embargo, únicamente pudo reducir un 9% de coste, cifra relativamente baja si se compara con el caso del hormigón armado.¹⁹



{17} Una viga Preflex en construcción (Cement, núm. 25, pág. 12, 2008).

1950. Leo Coff patentó en Estados Unidos un sistema de vigas metálicas pretensadas mixtas {18} que utilizaban dos tipos de activación: uno interno en forma poligonal y uno inferior recto.



{18} La patente de Leo Coff (www.freepatentsonline.com).

1951. En el *festival of Britain*, se construye el Skylon, de los arquitectos ingleses Hidalgo Moya y Philip Powelly. La torre, que fue derribada al acabar la feria, debía ser pretensada para reducir las deformaciones causadas por el viento. Hace poco se ha puesto en marcha una campaña para la reconstrucción del Skylon, sin que se sepa, en el momento en que se redactan estas líneas, dónde estará su ubicación final²⁰ (ver capítulo “Ejemplos de estructuras metálicas pretensadas”).

1955. Se construye el Lauffen Bridge sobre el canal Neckar en Alemania.²¹ Es un puente metálico, de 34 m de distancia, entre soportes de 5 m de ancho,

¹⁷ Extraído de la serie de Televisión “Icones”. Capítulo: “La torre de Collserola: Un pes lleuger” Emitido el 19-11-2011 en BTB.

¹⁸ MIKHAIISHCHEV, V. YA. Synthesis of Prestressed Metallic Beam Systems”, *International Applied Mechanics*, Rovno, Ukrainian Institute of Hydraulic Engineers, 1975.

¹⁹ BARAJAS VALDÉS, U.; PORTELA, G.; STANTON, T.; VARELA, W.; VELÁZQUEZ, G. *Método de análisis para vigas pre-flexionadas basado en estándares de Norte América*, Revista Internacional de Desastres Naturales, Accidentes e Infraestructura Civil, vol 10, núm. 2, 2010.

²⁰ Para algunos autores esta estructura significó el salto definitivo de la estructura plana a la espacial. NEWBY, F. *Hi-Tech or Mys-tech*, citado en BERNABÉU LARENA, A. *Estrategias de diseño estructural en la arquitectura contemporánea. El trabajo de Cecil Balmond*. Tesis doctoral, Universidad Politécnica de Madrid, 2007.

²¹ NUNZIATA, V. *Teoria e pratica delle strutture in acciaio*. Palermo, Dario Flaccovio Editore, 2011.

resuelto por dos vigas de alma llena, pretenasadas en su ala inferior por 52 hilos de 5,3 mm cada una.

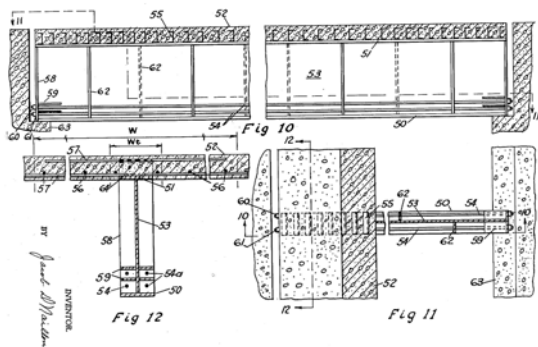
1956. Frank Lloyd Wright propone una visionaria torre de una milla de altura, que no llegaría a ver la luz jamás. Hasta el momento no se ha llegado a esa altura y es probable que jamás suceda. Para resolver este proyecto, Wright y sus colaboradores propusieron un núcleo central de hormigón con forjados en voladizo y un atirantado en el plano de fachada pretensado, con el fin de reducir las oscilaciones del edificio.²²

1957. Barnett recuperó la viga Queen, introduciéndole un pretensado inferior que hacía ahorrar hasta un 30% de material.

Década de 1960. Robert le Ricolais y Buckminster Fuller introducen la viga Polyten,²³ que es una secuencia de vigas Fynk de tres tramos sucesivos a diferente escala, con lo que pueden alcanzar luces muy elevadas.

1960. Se inaugura el Memorial Auditorium en Útica, obra de los arquitectos Gehron & Seltzer, con diseño estructural de Lev Zetlin. Es un diseño inspirado en la estructura de una rueda de bicicleta, con dos capas de cables de acero pretensado, estabilizado por un anillo perimetral de hormigón armado. Zetlin usó dos anillos a diferente altura para crear distintas tensiones entre las capas.

1961. J. D. Naillon, en Estados Unidos, desarrolló una patente de pretensado de perfiles metálicos. En ella recogía tres soluciones: una viga en vientre de pez invertida, un sistema de ménsula pretensada y una viga laminada con pretensado inferior recto, tal como se muestra en la imagen {19}.



{19} La patente de J. D. Naillon (www.freepatentsonline.com).

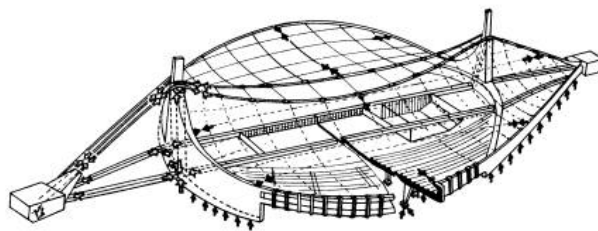
1961. Se construye en Alemania el puente Ischl, que es el primero construido en ese país con acero

²² MARTÍN SAINZ, D. *El Guggenheim Museum de New York. Interpretación del papel de la estructura a través de la colaboración entre Frank Lloyd Wright y Jaroslav J. Polivka*, tesis doctoral, ETSAV, Universidad Politécnica de Catalunya, 2012, pág. 157.

²³ LE RICOLAIS, R. *Columns suspendidas en el aire, Visiones y paradojas*. Madrid, Fundación COAM-EA. Ediciones de Arquitectura, 1997.

pretensado. Tiene un ancho de 5,2 m y una luz de 47 m. El puente está precomprimido en su parte inferior mediante cuatro líneas de tendones.²⁴

1962. Buckminster Fuller²⁵ formula el término *tensegrity* que proviene de la combinación de los términos *integrity* y *tensional*. Sin embargo, muchos autores explican que, aunque Fuller inventó el término, el sistema ya estaba inventado años antes.²⁶



{20} Gimnasio de Yoyogi de Kenzo Tange (MARGOLIUS, I. 2002).

1964. Se inaugura el estadio olímpico de Yoyogi, edificio del arquitecto japonés Kenzo Tange y del ingeniero Yoshikatsu Tsuboi. El edificio, con capacidad para unas 10.000 personas, consta de un atirantamiento de la cubierta en el que se pueden distinguir dos familias: la principal, de unas 13'' de diámetro, y la secundaria, que cubre el edificio transversalmente.²⁷

1964. David Georgess Emmerich empieza a investigar con las *tensigrities*, dos años después de la explicación de Fuller.

1964. E. V. Finn y F. H. Needham utilizaron el pretensado metálico en puentes de autopistas para peatones; sin embargo, los materiales fallaron muchas veces en las pruebas.

1964. Cedric Price, Lord Snowdon y Frank Newby construyen el aviario de Londres. En realidad no se trata de una estructura de acero, sino de aluminio. Es una estructura que se basa en las *tensigrities* de B. Fuller.²⁸

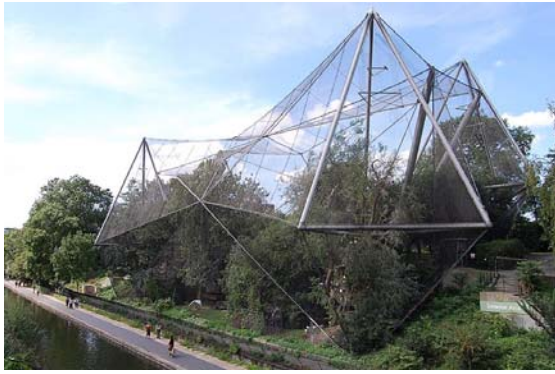
²⁴ NUNZIATA, V. *Teoria e pratica delle strutture in acciaio*. Palermo, Dario Flaccovio Editore, 2011.

²⁵ KRAUSSE, J.; LICHTENSTEIN, C. *Your Private Sky*. R. Buckminster Fuller. *The Art of Design Science*. Zürich, Lars Müller Publishers, 1999.

²⁶ Entre otros, GÓMEZ JÁUREGUI, V. *Tensegrity Structures and their Application to Architecture*, tesis doctoral, School of Architecture Queen's University Belfast, 2004.

²⁷ MARGOLIUS, I. *Architects + Engineers = Structures*. Wiley-Academy, 2002.

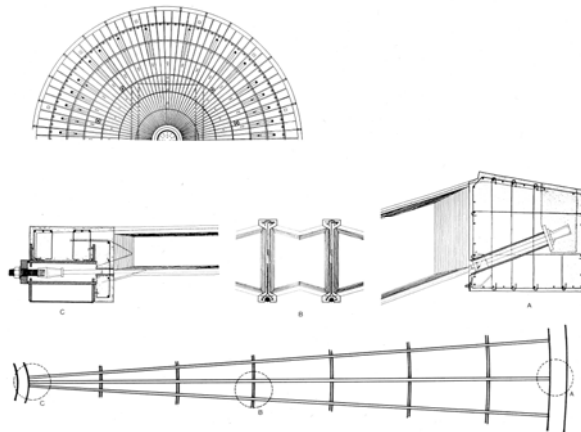
²⁸ BERNABÉU LARENA, A. *Estrategias de diseño estructural en la arquitectura contemporánea. El trabajo de Cecil Balmond*, tesis doctoral, Universidad Politécnica de Madrid, 2007.



{21} El aviario de Londres de Price y Newby (es.wikipedia.org).

1964. Philip Jonson, junto con Zetlin, construye el pabellón de Nueva York para la feria Tent of Tomorrow, celebrada en la misma ciudad. Se trata de una estructura similar a la de Útica, formada por cables y un anillo de hormigón armado perimetral.

1966. La iglesia católica romana St. John Brebeuf en Niles, Chicago, de los arquitectos Rogers, Cohen, Barreto y Marchertas, encuentra como única solución, para colocar un lucernario sobre una cubierta cónica, pretensar el anillo exterior traccionado, precomprimiéndolo (ver capítulo "Ejemplos de estructuras metálicas pretensadas").

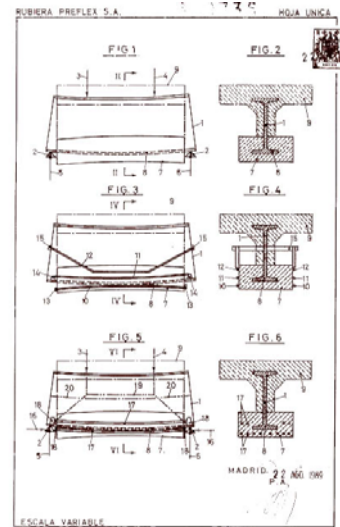


{22} El Oakland Colliseum de SOM (<http://elintrepidosalomortaldelexcentrismo.blogspot.com.es/>).

1966. Se construye el Oakland Colliseum, obra de SOM, un cilindro de 128 m de diámetro sujeto por 96 cables de acero.

1968. La torre Needle, una *tensegrity* de 18 m de altura, es construida en Washington, en aluminio. El autor es Kenneth Snelson.

1970. Ferjencik, M. Tochacek y F. G. Amrhein analizan a fondo el estado del pretensado metálico en Checoslovaquia.



{23} Sistema de vigas de hormigón mixtas predeformadas (patente española E04C3/26).

Década de **1970.** Se construye el North Bridge Approaches en Dusseldorf, Alemania. Es un puente metálico pretensado, con trazados con cambio de dirección, a modo de viga Fink de tres tramos. Está resuelto por dos vigas de alma llena, una a cada lado. Los trazados están descentrados de su eje, provocando así una precompresión transversal.²⁹

1971. El fabricante asturiano de viguetas pretensadas de hormigón, Rubiera, anuncia en el periódico *ABC* madrileño unas viguetas metálicas denominadas Preflex. Con este sistema de vigas y viguetas, había conseguido cubrir luces de hasta 35 m con sistema de vigas biapoyadas y de hasta 15 m en voladizo.

Anteriormente, en 1969, Rubiera había patentado unos sistemas de pretensar vigas de hormigón con alma metálica interna {23}. Hoy en día, Rubiera se dedica únicamente al sector de prefabricados de elementos de hormigón, lo que indica que el mercado del acero pretensado no encontró un buen camino.

1972. Frei Otto concluye el estadio olímpico de Múnich para las olimpiadas del siguiente año, donde se incorpora una serie de vigas Fynk, que completan la cubierta tensada más interesante que se haya construido hasta la fecha.³⁰

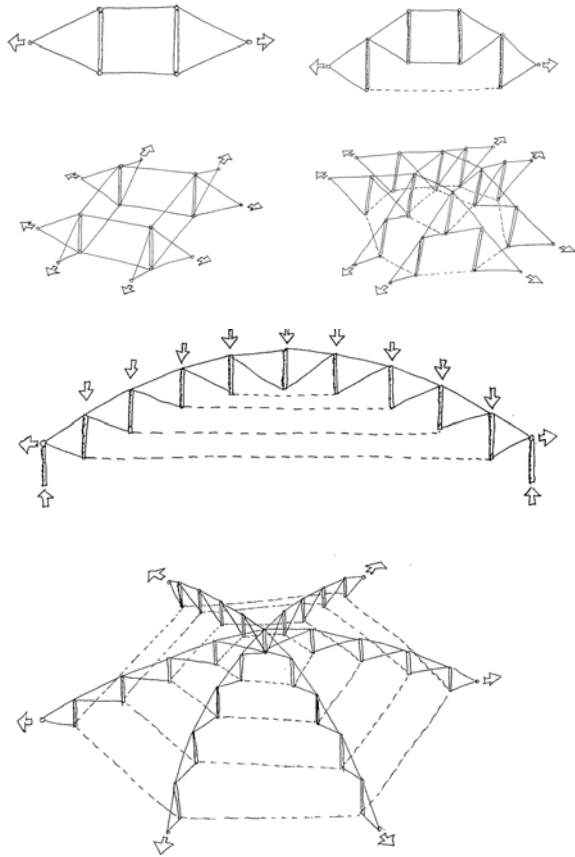
1974. Zetlin, el ingeniero de Útica, realiza un proyecto de una estructura de 1.000 pies en Milwaukee, que usaría tendones pretensados

²⁹ NUNZIATA, V. *Teoria e pratica delle strutture in acciaio*. Palermo, Dario Flaccovio Editore, 2011.

³⁰ NERDINGER, W. *Frei Otto. Complete Works. Construction Natural Design*. Basel, Birkhäuser, 2011.

SCHLAICH, J.; BERGERMANN, R. *Leicht weit. Light Structures*. München, Prestel, 2003.

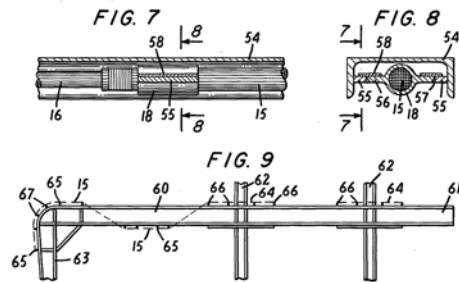
controlados automáticamente. El proyecto no llega a construirse.³¹



[24] *Sistemas en suspensión* (dibujos de ESCRIG, F. "La cúpula autotensada o el triunfo de la levitación". Hormigón y acero, núm. 187, págs. 95-112, 1993).

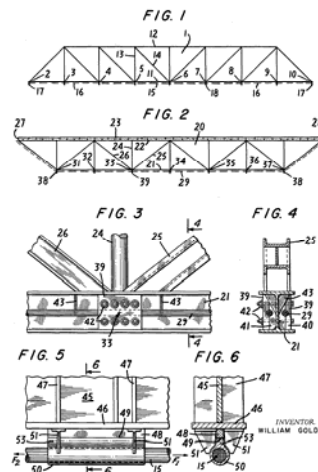
1974. Fuller patenta la cúpula de suspensión, que consiste en celosías de cables y barras, similares a los poliedros también investigados por el propio Fuller. Estas celosías, cuando son espaciales, eliminan el cordón inferior traccionado, cambiándolo por anillos y consiguiendo así cúpulas muy interesantes.³²

1976. Anthony Pugh de la Universidad de Berkeley, California, escribe un libro denominado *An introduction to Tensegrity*, donde se recoge la mayoría de las *tensegrities* que hoy conocemos.



[25] GOLD, W., "Pretensado de pórticos simples". U.S. Patent 4144686, Filing date: June 27, 1977, Issue date: March 20, 1979.

20 de marzo de 1979. William Gold, un calculista de Nueva York, patentó en Estados Unidos una forma de pretensar vigas metálicas en celosía y pórticos simples.³³ La patente, que se puede encontrar en páginas electrónicas de registro de sistemas, muestra unas soluciones parecidas a las explicadas en esta tesis, pero para conseguir resolver las uniones acude a piezas de fundición.



[26] GOLD, W. "Pretensado de estructuras metálicas en celosía", U.S. Patent 4144686, Filing date: June 27, 1977, Issue date: March 20, 1979.

1980. Jörg Gribl concluye el aviario del zoo de Hellabrunn, en Múnich. Se trata de una malla pretensada, resuelta estructuralmente por Frei Otto y el ingeniero Ted Happold con unas mallas de 60 x 60 mm² que cubren una superficie total de 4.600 m². La malla está soportada por diez mástiles que generan unas formas anticlásticas en toda su superficie.³⁴

1986. Se completa el conjunto de Seúl para las olimpiadas. La estructura, del arquitecto Geiger, es un sistema de suspensión con cuatro anillos y cubierta textil.

³¹ MARGOLIUS, I. *Architects + Engineers = Structures*. Wiley-Academy, 2002.

³² ESCRIG, F. *Estructuras en tracción. Estructuras tensadas II*. STAR Structural Architecture, núm. 6, 2002.
ESCRIG, F. *Estructuras en tracción. Estructuras tensadas I*. STAR Structural Architecture, núm 5, 2005.
ESCRIG, F. *Estructuras en tracción. Mallas de barras*. STAR Structural Architecture, núm. 7, 2006.

³³ <http://www.freepatentsonline.com>

³⁴ NERDINGER, W. *Frei Otto. Complete Works. Construction Natural Design*. Basel, Birkhäuser, 2011.

1990. VSL construye en Suiza el viaducto Bois de Rosset, que es una viga cajón metálica, con pretensado interior accesible para su reparación frente a la corrosión.

1990. Geiger construye también el Suncoast Dome en St. Petersburg, Florida. Es la cubierta de un estadio de béisbol para 43.000 espectadores, con un diámetro de 210 m. El sistema sigue siendo de aspersión, al igual que el anterior, con cuatro anillos interiores, y uno exterior comprimido de unos 5 m de ancho.



{27} Pabellón de gimnasia y de lucha en Seúl (<http://www.columbia.edu/cu/gsap/BT/DOMES/SEOUL/s-struct.html>).

1992. VSL otorga su premio anual a Armand Fürst, un ingeniero alemán que propone en su tesis doctoral un puente pretensado que combina acero y hormigón, así como otros materiales, consiguiendo una mayor economía en su construcción. Son dos vigas en celosía en forma de vientre de pez. Entre ellas se suspende una pasarela que crea un segundo nivel. La tesis estaba dirigida por el profesor Dr. Peter Marti.³⁵

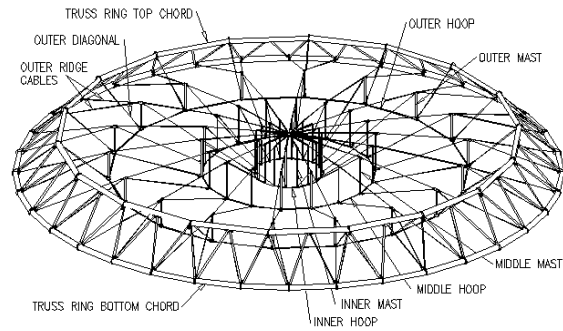
1992. E. Bonell y F. Rius proponen una cubierta para el pabellón de baloncesto de Badalona, con una solución pretensada en dos direcciones (ver capítulo "Ejemplos de estructuras metálicas pretensadas").

1992. El pabellón de los Descubrimientos, de los arquitectos J. Feduchi y A. Lozano, presenta en Sevilla una estructura metálica que incluye unos tirantes pretensados que acortan la luz (ver capítulo "Ejemplos de estructuras metálicas pretensadas").

1992. Se construye en Italia el viaducto n.º 10 de la vía rápida en la variante de la S. S. 18 entre la estación y Policastro Bussentino Vallo della Lucania. Obra del ingeniero Luigi Musumeci, son dos puentes de 100 m de luz, resueltos por vigas de alma llena. El pretensado se sitúa en la cara inferior del cajón en 12 tramos que no tienen la misma

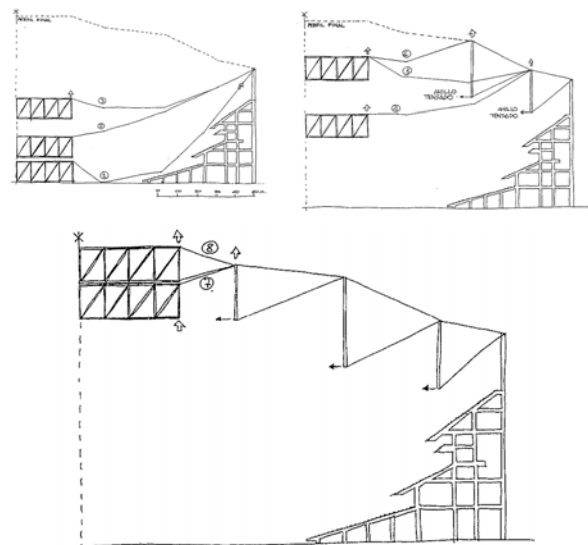
longitud, en función de los esfuerzos que la flexión genera en su cara inferior.³⁶

1994. Se inaugura el Crown Coliseum en Fayetteville, Norte de California, proyecto de Odell Associates Inc. de Charlotte, Carolina del Norte. La estructura está formada por un sistema de aspersión estabilizado por un anillo de compresión espacial exterior. El diámetro de la cubierta casi alcanza los 100 m.



{28} Esquema estructural del Crown Coliseum en Fayetteville (esquema de Valentín López Jáuregui, 2004).

1996. El Georgia Dome en Atlanta propone una malla de base elíptica de 192 x 240 m², soportada sobre 52 pilares. Toda la cubierta se completa con paneles textiles una vez que el proceso de tesado se había acabado.



{29} Proceso constructivo del Georgia Dome (dibujos de ESCRIG, F. "La cúpula autotensada o el triunfo de la levitación". Hormigón y acero, núm. 187, págs. 95-112, 1993).

1997. El arquitecto portugués Siza Vieira proyecta un interesante pabellón, sujeto mediante decenas de barras de acero. Esta estructura, que fue calculada por Cecil Ballmond, utilizaba el pretensado como método de desapuntalado, consiguiendo así que la lámina se separase del encofrado y se pudiese

³⁵ VSL News-1993-01

³⁶ NUNZIATA, V. *Teoria e pratica delle strutture in acciaio*. Palermo, Dario Flaccovio Editore, 2011.

retirar fácilmente. También sirvió como prueba de carga. La cubierta tiene un área de 3.900 m².

1998. Se inaugura la cubierta retráctil de la plaza de toros de Jaén. La estructura se desarrolla mediante una malla de cables radiales pretensados sobre un anillo de hormigón armado, situado sobre el graderío, y cuyos puntos altos se generan por ocho mástiles apoyados sobre el graderío existente y otro mástil situado en el centro de la plaza sin apoyo en el suelo. En realidad la cubierta central podría entenderse como una rueda de bicicleta plana.

1999. Se inaugura el London Eye, una gran noria de 132 m de altura. Se ha convertido en el símbolo de Londres, lo que vendría a ser su torre Eiffel. Pese a estar apoyada en su base, fue necesario pretensar los radios de 60 m para conseguir que siempre trabajaran a tracción.



{30} Detalle del centro de la noria Millennium Eye (fotografía de DOM WILLSON).

En este proyecto las cargas de viento eran bastante significativas; por lo que se introdujeron 64 amortiguadores TMD de masa sincronizada, que se instalaron a lo ancho de los dos anillos exteriores de la armadura de cubierta de la rueda y quedan bien integrados a ojos del espectador. Son tubos huecos de paredes interiores de baja fricción, que contienen una puntilla unida a una masa con ruedas de nailon y que facilitan el movimiento y la reducción del ruido.³⁷

2000. Se inaugura en Roma la multisala Lucchina, que resuelve el techo a base de perfiles metálicos laminados pretensados, consiguiendo así una gran ligereza.

2000. Se inaugura el Millennium Dome, obra de Norman Foster y del estudio de ingeniería Buro Happold. La construcción, de 365 m de diámetro, cuenta con doce mástiles de 100 m de altura, que sirven para sujetar un sistema de cables que soportan la cubierta.

El concepto estructural se basa en unos radios tensados, que soportan la lona y se extienden sobre

el anillo interior y la curva cóncava del borde de la lona. En cada uno de los 12 segmentos está posicionado un estay, sujeto al anillo interior, y dos refuerzos posteriores, unidos a anclajes en las dos esquinas inferiores del segmento. La red de cables también está sujeta a la parte superior de cada poste de 100 m de altura y sirve para sostener y dar forma a la carpa, que está mucho más abajo, a lo largo de las cinco líneas de circunferencias intermedias alrededor de la cúpula.³⁸



{31} Vista del Millennium Dome (london-architecture.info).

2000. Se inauguran las naves de Can Pedrosa en Barcelona, de Ramon Ferrè-Escofet e Isidre Vinyes, que incorporan un cordón inferior tubular metálico con pretensado interior (ver capítulo "Ejemplos de estructuras metálicas pretensadas").

2002. Se postesa una viga Prat de 112 m de luz, en la factoría de Gijón de Aceralia. Esta gran viga sirve de soporte a un puente grúa. Debido a su excesiva deformación, la viga causaba el descarrilamiento del puente grúa. La viga tiene unos 1.160 mm de canto. Para resolverlo se optó por introducir en la viga un postesado en forma de viga Fink de tres tramos iguales, consiguiendo así generar dos fuerzas verticales que contraflechaban el sistema. La solución corre a cargo de CTT Stronghold-VSL.

2002. Masic & Skelton proponen una malla *tensegrity* desplegable, que no llegará a construirse. Es un paso más para las soluciones de las *tensegrities*.

2004. Se levanta en Barcelona el edificio Fòrum, de los arquitectos suizos Herzog & de Meuron. La estructura metálica superior, denominada macroestructura, incorpora un sistema interno de pretensado exterior para reducir las deformaciones (ver capítulo "Ejemplos de estructuras metálicas pretensadas").

2004. Se inaugura el gimnasio cubierto de baloncesto en Venezuela, cuyo arquitecto es

³⁷ LYALL, S. *Maestros de las estructuras. La ingeniería en las edificaciones innovadoras*. Barcelona, Blume, 2003.

³⁸ LYALL, S. *Maestros de las estructuras. La ingeniería en las edificaciones innovadoras*. Barcelona, Blume, 2003.

Esteban Tenreiro (ver capítulo “Ejemplos de estructuras metálicas pretensadas”).

2004. En Lleida, la biblioteca de Gülichsen incorpora unas vigas mixtas que presentan un pretensado recto, consiguiendo salvar luces de 20 m con apenas 300 mm de grosor (ver capítulo “Formas de pretensar estructuras metálicas”).

2005. Se inaugura en Madrid la T4, que incorpora las vigas Kipper-Truss. Estas vigas, para ser efectivas, precisan del pretensado de la cubierta superior. El edificio es del arquitecto británico Richard Rogers (ver capítulo “Formas de pretensar estructuras metálicas”).

2006. Se inaugura el hotel Hesperia Tower en Barcelona, que contiene un atrio pretensado. El arquitecto es, asimismo, sir Richard Rogers (ver capítulo “Ejemplos de estructuras metálicas pretensadas”).

2007. El pabellón recinto ferial y deportivo de Tortosa, obra de Mario Corea y Emiliano López, presenta una viga en vientre de pez que introduce unas vainas metálicas. Tales vainas se pretensan antes del izado, consiguiendo precomprimir el cordón inferior (ver capítulo “Ejemplos de estructuras metálicas pretensadas”).

2007. La torre espacio de Madrid, de Pei Cobb Freed & Partners, con 238 m de altura, presenta en su planta baja una viga metálica Pratt con diagonales pretensadas (ver capítulo “Formas de pretensar estructuras metálicas”).

2009. Concluyen las obras de la nave Diagonal 80, obra de los arquitectos AMID cero9, una estructura metálica que evoluciona la forma de entender las vigas Fink.³⁹ En planta los cordones superiores se bifurcan en cada extremo, formando una doble Y gracias a que el cordón inferior se abre en dos.

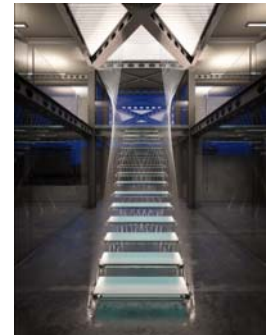


{32} Kurilpa Bridge en construcción (fotografía de Wikipedia por Paulguard).

2009. Se inaugura el puente peatonal Kurilpa que cruza la ría Brisbane en Queenslane, Australia. La longitud total de esta construcción alcanza los 470

m con un ancho de 6,5 m. La distancia máxima entre pilas es de 120 m.

En la actualidad, es el puente *tensegrity* más largo del planeta.⁴⁰ La estructura del mismo se compone de 18 tramos estructurales de acero, 20 mástiles, 16 largueros horizontales y 72 losas de hormigón prefabricado. El sistema de cables cuenta con 80 cables galvanizados en espiral y 252 cables de tensegridad, que están fabricados en acero inoxidable súper dúplex.



{33} Escalera metálica de Georges D. Valkai y Casimir Zdanius (fotografía de Grimshaw Architects).

2010. En el Congreso de Estructuras de la ASCE,⁴¹ se presenta una escalera metálica de acero inoxidable pretensada con peldaños de vidrio, para el centro AMG de Long Island, Nueva York, a cargo de la firma internacional Nicolas Grimshaw. Es un trabajo de los arquitectos George D. Valkai y Casimir Zdanius, así como del ingeniero Will Laufs.

El planteamiento estructural es un cable atirantado, que va de techo a suelo y que se une a otro mediante un peldaño de vidrio que trabaja a compresión.

2011. Se concluye el soporte para un esqueleto de una ballena en el edificio Forum 2004,⁴² obra de los arquitectos Herzog & de Meuron. La estructura plantea cuatro grupos de tirantes que traccionan el tubo interior de soporte. Así se consigue que el tubo de soporte central, que ha de ser de 40 mm como máximo para que entre dentro del esqueleto, no sufra pandeo, pudiendo de esta forma soportarlo con un tubo de calibre muy reducido, permitiéndole así alojarse dentro de las vértebras. Es el único lugar en el mundo donde se puede observar el esqueleto de una ballena desde abajo en una posición doblada, más natural que la posición erguida para este animal.

⁴⁰ COX RAYNER + ARUP. *Complete Worlds Largest Tensegrity Bridge in Brisbane*. 13 octubre, 2009.

⁴¹ VALKAI, G. D.; ZDANIUS, C.; LAUFS. “Innovate Harp Staircase”. ASCE, Structures Congress, 2010.

⁴² Museo de Ciencias Naturales de Barcelona. NAT.

³⁹ DÍAZ MORENO, C.; GARCÍA GRINDA, E. “Esqueletos. No sólo estabilidad, no sólo resistencia”. *Revista Arquitectos*, núm. 185, pág. 42.



{34} *Ballena del Museo de Ciencias Naturales de Barcelona*
(fotografía de Inés Baucells, ABC).

2011. Se cubre el Estadio Único Ciudad de la Plata en Argentina, proyecto del arquitecto Roberto Ferreira. El estadio incluye en la cubierta unas *tensegrities* que abarcan una dimensión de 180 x 240 m².



{35} *Estadio Único Ciudad de la Plata* (fotografía de Flickr).

Ejemplos de estructuras metálicas pretensadas.

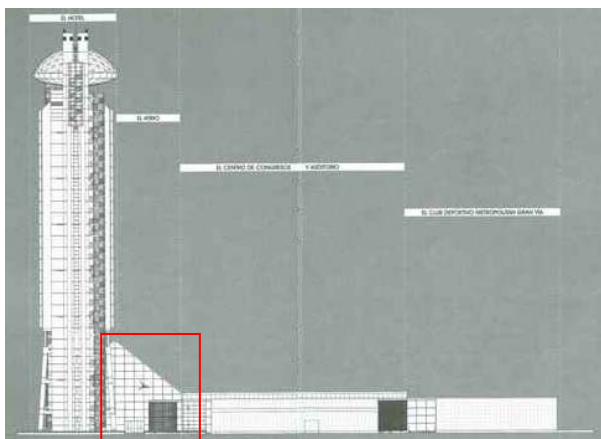
Dentro del presente capítulo se analizan construcciones metálicas pretensadas realizadas recientemente en la provincia de Barcelona. El autor de esta tesis tuvo la oportunidad de colaborar en el análisis de la estructura de algunas de ellas. También se muestran otras cuatro obras ejecutadas fuera de Cataluña (una en Sevilla, otra en Madrid, la tercera en Londres y la cuarta de ellas en Niles, Estados Unidos), que se han analizado con el fin de establecer lo que podría ser un completo catálogo de estructuras “ligeras”. En todas ellas, existe una voluntad de aprovechamiento de material, cuyo origen se encuentra en la necesidad de reducir la deformación de los elementos o de controlar su tamaño.

El atrio del Hesperia Tower.

Richard Rogers. Alonso i Balaguer i Arquitectes Associats. Proyecto estructural a cargo de BOMA s.l.

INTRODUCCIÓN

En 1999 José A. Castro, presidente de los hoteles Hesperia, solicita a Alonso Balaguer y a Richard Rogers una propuesta de hotel en L'Hospitalet del Llobregat. No será un hotel cualquiera: se trata de un alojamiento de cinco estrellas que se convierta en el nuevo buque insignia de la cadena y reavive el tramo sur de la Gran Vía de les Corts Catalanes cercano al aeropuerto, a la nueva feria de exposiciones de Barcelona y a la zona industrial de L'Hospitalet.¹



{36} Sección descriptiva del hotel Hesperia: la segunda franja por la izquierda corresponde al atrio (ALONSO, L.; SÁNCHEZ, E.; LETHEN, M., 2006).

El complejo, de la manera que hoy lo conocemos, se plantea, grosso modo, con dos cuerpos bien diferenciados: uno horizontal y otro vertical. El horizontal alberga el centro de congresos, un auditorio y un club deportivo: el Metropolitan Gran

Vía. El vertical es el hotel propiamente dicho: una torre de 107 m de altura, que tiene por techo una estructura singular, el restaurante Evo, la “guinda”² del edificio.

Entre los dos cuerpos antes descritos, a nivel de calle, se encuentra el atrio, una estructura metálica cubierta de vidrio, que funciona como salón cafetería del hotel.

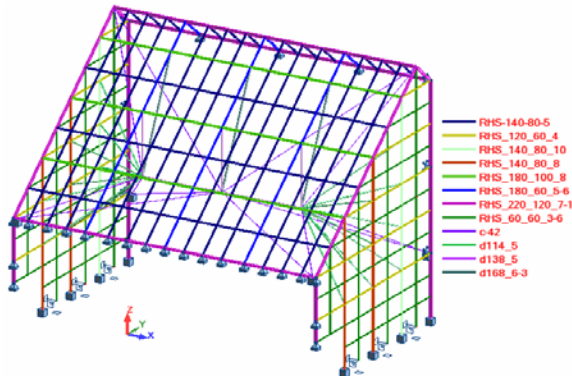
Todos los datos que se utilizan en el siguiente apartado se han estimado mediante fotos y lecturas de artículos relacionados con la materia. Así pues, no tienen por qué ser los definitivos ni pretenden juzgar o analizar el trabajo del consultor estructural responsable del proyecto.

EL ATRIO DEL HESPERIA TOWER

El atrio del Hesperia Tower tiene unas dimensiones aproximadas en planta de 30 x 20 m, con una altura máxima de 24 m. Está modulado por una trama de rectángulos que, en las paredes verticales, tienen unas medidas de 2 x 2,5 m². Dicha trama está formada por tubos rectangulares y cuadrados de diferentes escuadrías según su jerarquía o posición.

¹ ALONSO, L.; SÁNCHEZ, E.; LETHEN, M. *Hesperia Tower, historia de un proyecto*. Barcelona, Alonso Balaguer i Arquitectes Associats, 2006.

² Muchos de los edificios del arquitecto Richard Rogers plantean un hito, una referencia en su volumetría. En el Hotel Hesperia Tower, el restaurante Evo parece la “guinda” del edificio, haciendo referencia a la guinda de una tarta.



{37} Perfilería metálica del atrio del hotel Hesperia. (Imagen del autor)

La estructura metálica se apoya directamente sobre la torre y sobre el muro de fachada del centro de congresos. Gracias a la gran rigidez de estos soportes y a los cables que se disponen, se consiguen tres puntos en el espacio, inmóviles en cualquier dirección, que son indispensables para poder controlar las deformaciones y las secciones de la estructura.

La estructura está sometida a una carga de intensidad de $0,75 \text{ kN/m}^2$, que corresponde al peso propio del vidrio, y de $0,40 \text{ kN/m}^2$, en previsión de nieve. A ella hay que añadir la correspondiente afectación del ángulo que tiene la cubierta; además de la presión y la succión de viento, según el ángulo del paramento y la NB-AE-88, normativa vigente en aquel momento, y del peso propio de los perfiles metálicos.



{38} Vista exterior del atrio del Heperia Tower. (Imagen del autor)

Para entender la estructura final, podemos distinguir los siguientes elementos:

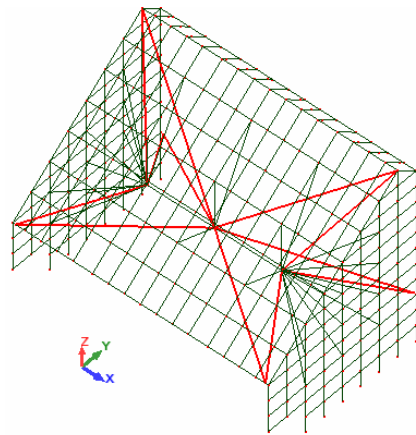
- La piel exterior o fachadas, que son cuatro planos: dos verticales y dos inclinados {37}.
- Las barras interiores {39} y {40}.

Estas barras interiores también se pueden jerarquizar a su vez en:

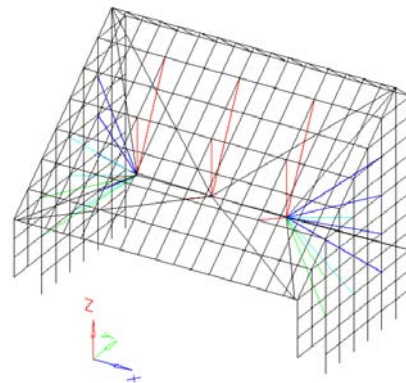
- Elementos traccionados que se pretensan {39}.
- Elementos comprimidos que sirven de soporte de la piel exterior {40}.

Asimismo, los elementos comprimidos {40} pueden agruparse en dos tipos:

- Los tres trípodes que soportan la cubierta, que están incluidos en tres planos verticales paralelos, equidistantes entre sí.
- Los dos haces de tornapuntas de componente más o menos horizontal que soportan las fachadas. Estos haces están formados por tres planos en cada haz: de dos, tres y cuatro tornapuntas, si se agrupan verticalmente, haciendo referencia al montante sobre el que coinciden.



{39} En la imagen superior se muestran en rojo las barras interiores que se pretensan. (Imagen del autor)



{40} En la imagen superior se muestran en colores las barras que quedan comprimidas. En rojo, los tres planos verticales que forman tres trípodes equidistantes. En verde y azul, los haces de barras que estabilizan la fachada. (Imagen del autor)

Las barras interiores forman dos nudos simétricos en el espacio de compleja solución, puesto que sobre un mismo punto confluyen hasta 16 barras. Una de ellas está a un lado y las otras 15 quedan en el lado opuesto. Un detalle del nudo se puede ver en {41} y {42}, donde se ha empleado una pieza especial, cortada con láser durante varias horas, teniendo como base de inicio un lingote de acero macizo.



{41} Nudo interior, unión de 16 barras. (Imagen del autor)



{42} Nudo interior, unión de 16 barras (ALONSO, L.; SÁNCHEZ, E.; LETHEM, M., 2006)

Toda la estructura se ha resuelto con una perfilaría metálica de acero de calidad S-355-JR. Si despreciamos las uniones, podemos establecer la siguiente relación de pesos propios, descompuestos por tipos de sección:

Fachada:

Perfil	Parcial
RHS-140x80x5,0	6.585 kg
RHS-60x60x3,6	2.047 kg
RHS-120x60x4,0	1.513 kg
RHS-140x80x8,0	1.480 kg
RHS-140x80x10,0	1.244 kg
RHS-180x60x5,6	1.550 kg
RHS-180x100x8,0	3.025 kg
RHS-220x120x7,1	7.214 kg
Total:	24.658 kg

Barras interiores traccionadas:

Perfil	Parcial
Macizo ϕ 42	2.163 kg
Total:	2.163 kg

Barras interiores comprimidas:

Perfil	Parcial
CHS 114x5,0	2.462 kg
CHS 138x5,0	561 kg
CHS 168x6,3	844 kg
Total:	3.867 kg

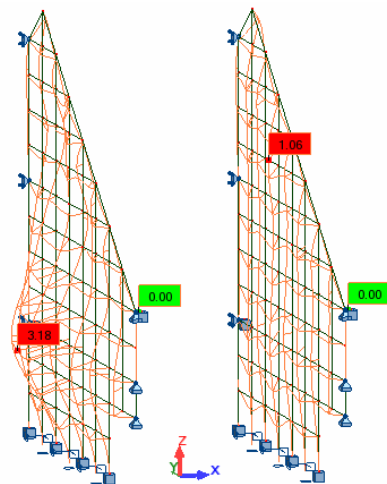
Total: 30.688 kg

Si repercutimos el peso de todos los perfiles entre la superficie en planta, 20 x 30 m, obtenemos la cifra de 50 kg/m². Esta cifra parece normal-baja para una estructura de estas características. Se ha de tener en cuenta que la cubierta es inclinada y que en esta cifra también se ha repercutido el peso propio de los cerramientos.

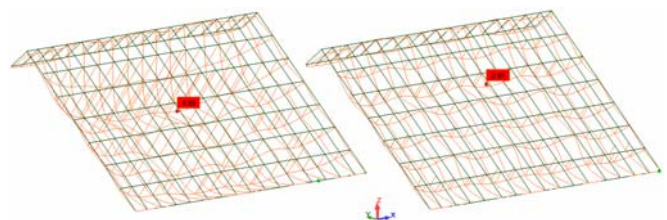
Si obtenemos la relación de la división del peso total del acero entre toda el área del cerramiento (335 + 335m² de fachadas más 681 + 98m² de cubiertas), tendríamos una cifra mucho menor: 21 kg/m². El resultado es realmente bajo si consideramos la luz resuelta: 20 x 30 m sin pilares.

En la anterior estimación no se ha computado el peso propio de las chapas y de las uniones de 16 barras. No supone un incremento mayor de entre el 0,5 y 1,0 kg/m².

Si hacemos una comparativa del cálculo deformacional en fachadas y cubiertas, aplicando o no los efectos de las fuerzas activas, obtendremos los siguientes valores en servicio {43} y {44}:



{43} A la izquierda, la imagen de la fachada sin el efecto del pretensado. A la derecha, la fachada deformada en las mismas condiciones más el efecto del pretensado. En rojo se indican las deformaciones máximas en cada caso (3,18 / 1,06 cm). (Imagen del autor)



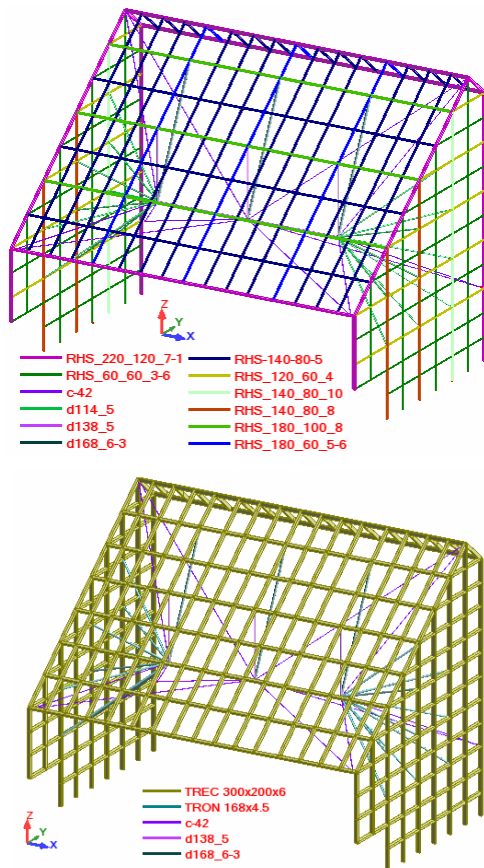
{44} A la izquierda, la imagen de la cubierta sin el efecto del pretensado. A la derecha, la cubierta deformada en las mismas condiciones más el efecto del pretensado. En rojo, las deformaciones máximas (6,99 / 2,81 cm). (Imagen del autor)

En el caso de la fachada lateral {43}, la deformación total en servicio pasa de 31,8 mm en el caso pasivo a 10,6 mm cuando se pretensa. En la

cubierta {44}, el cambio es de 70,0 mm sin fuerzas inducidas a 28,1 mm una vez completada la operación.

En ambas comparativas se puede apreciar que la mejora frente a la deformación es sustancial; en el caso de las fachadas laterales comporta una reducción del 66% y, en el caso de la cubierta, de en torno a un 60%.

Ahora procederemos a calcular la estructura sin considerar el pretensado, limitando las deformaciones al resultado que hemos obtenido en el caso de aplicarlo. Hemos resuelto todos los perfiles de la piel exterior con una misma escuadria para facilitar los detalles de las uniones y mantener el aspecto final. El perfil resultante ha sido RHS-300 x 200 x 8 mm. Es necesario recordar que el perfil mayor que habíamos obtenido era de 180 x 100 en los planos de fachada, y de 220 x 180 en las aristas. Estamos hablando, pues, de perfiles de un calibre mayor del 30%.



{45} Arriba, la estructura con el grueso de perfiles originales pretensados. Abajo, con un grueso de perfiles unificado de 300 x 200 mm. El cambio de aspecto es radical. (Imagen del autor)

Como el peso propio ha crecido, las barras interiores comprimidas deben también aumentarse ligeramente de calibre. Pasarán de CHS-114x5mm a CHS-168x4,5mm. El peso propio final de toda la estructura se situará en tono a los 60.234kg, casi el

doble que en la solución final. Es cierto que no se ha llevado a cabo un trabajo minucioso para jerarquizar los perfiles, pero una media de calibres nos puede dar una aproximación de la cifra final con una desviación de más/menos un diez por ciento. El aspecto de la estructura, antes de ser forrada por la carpintería, es también mucho más basto.

EL EFECTO DEL PRETENSADO

En este apartado vamos a intentar entender qué efecto ejerce el pretensado sobre la estructura. Cabe decir que el pretensado se debe ir aplicando en el proceso de techado, para no obtener excesivas deformaciones finales.

Vamos a introducir el efecto del pretensado mediante una carga térmica. El cálculo de la carga térmica se determina mediante la fórmula [1] de fuerza, obtenido mediante el incremento de temperatura:

$$[1] \quad F = \alpha \cdot \Delta T \cdot E \cdot A$$

Donde:

F es la fuerza introducida.

α es el coeficiente de dilatación que vale $1,2 \cdot 10^{-5}$.

ΔT es el incremento de la temperatura.

E es el módulo de Young.

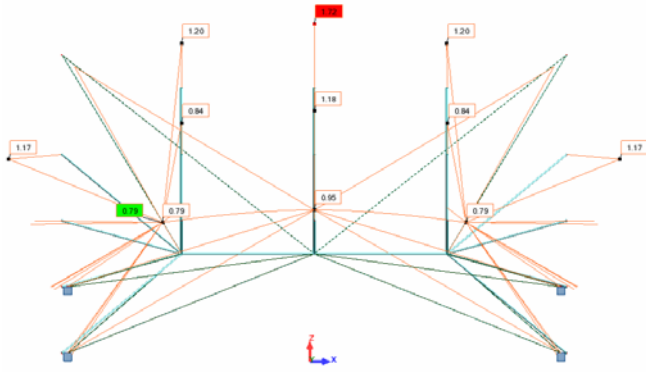
A es el área del perfil.

Así, obtenemos la siguiente relación fuerzas / incrementos de temperaturas:

Incremento temperatura	Diámetro Barra	Área	Fuerza Pretensado
85,0 °C	42 mm	1.385 mm ²	296,67 kN
99,0 °C	42 mm	1.385 mm ²	345,53 kN
70,0 °C	42 mm	1.385 mm ²	244,31 kN
63,0 °C	42 mm	1.385 mm ²	219,88 kN
28,0 °C	42 mm	1.385 mm ²	97,73 kN
35,0 °C	42 mm	1.385 mm ²	122,16 kN

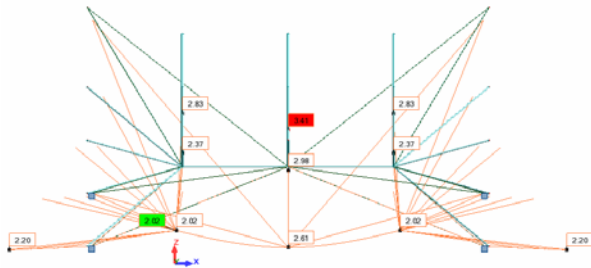
{46} Relación fuerza de pretensado / incremento de temperatura.

Si aplicamos estas fuerzas sobre la estructura, y más concretamente sobre las barras traccionadas, que son secciones macizas de acero ϕ 42 mm, obtenemos la siguiente deformación positiva.



{47} Imagen que explica la deformación de las barras centrales interiores cuando se pretensan. (Imagen del autor)

En la imagen {47}, que es una imagen frontal, se puede apreciar que los puntos de apoyo, los laterales, sirven como elementos inmóviles de tiro, mientras que el resto genera la deformación inversa que precisa la estructura para contrarrestar el movimiento: a cada lado se ve cómo los montantes empujan a ambas fachadas hacia el exterior. Arriba se puede apreciar como los mástiles empujan del plano de cubierta hacia arriba, consiguiendo una contraflecha de casi 30 mm.



[48] Imagen que explica la deformación de las barras centrales interiores sin acción del pretensado, bajo la acción del peso propio y de las cargas permanentes. (Imagen del autor)



[49] *Detalle interior del atrio: las barras más finas son las traccionadas, mientras que las gruesas son las que consiguen retener los planos de las fachadas bajo la acción del viento. (Imagen del autor)*

Así pues, solo cabe interpretar esta cubierta como tres vigas Fink espaciales {39}, una en cada testero y otra en el centro, que, mediante el pretensado, consiguen una deformación inicial inversa a la que la cubierta tendrá en estado final, bajo la acción de cargas predominantemente verticales.

La cubierta del pabellón de baloncesto de Badalona.

Bonell & Rius, arquitectes. Proyecto estructural a cargo de BOMA S. L.

INTRODUCCIÓN

En el año 1991, todavía se estaban ultimando algunos de los proyectos que cambiarían Barcelona para siempre. Uno de ellos, el pabellón de baloncesto de Badalona, sede actual del Club Joventut de Badalona y entonces de los juegos olímpicos de 1992, sorprendió al mundo por su belleza, austeridad, comodidad y otros muchos aspectos. Todo ello lo hizo merecedor del premio de arquitectura contemporánea Mies van der Rohe de aquel mismo año, premio que se otorga, a escala mundial, sin interrupción desde 1988 y cada dos años, a la obra más relevante construida.

EL PALACIO DE LOS DEPORTES DE BADALONA

Barcelona deslumbró al mundo en el año de sus olimpiadas. Transformada en cuanto a su urbanismo, su frente litoral, comunicaciones y edificación, las instalaciones deportivas resultaron un excelente catálogo de referencia para los años siguientes. El estadio olímpico de Terrassa (Bach y Mora), el pabellón de Banyotes {51} (Bonell & Gil), el estadio de béisbol de Viladecans (Mario Corea) y el Palau de Sant Jordi (Arata Isozaki), entre otros, siguen siendo hoy en día un ejemplo para jóvenes arquitectos que se enfrentan al diseño de una instalación deportiva.

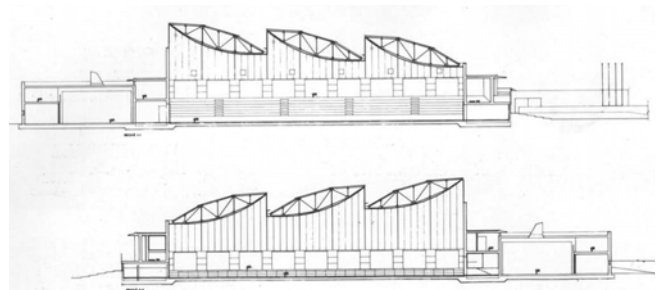


{50} Acceso del pabellón de baloncesto de Badalona. (Imagen de google maps)

Esteve Bonell y Francesc Rius habían completado por aquella época el conjunto de viviendas de Sabadell y el velódromo de Horta; además, estaba a punto de inaugurarse la prisión de Sant Esteve de Ses Rovires. Estas tres obras marcan un cambio de escala y de lenguaje que los acompañará en su obra durante años. Tienen una trayectoria similar a la de Rafael Moneo, arquitecto navarro que también destaca por el uso de formas y materiales tradicionales, que transmiten austeridad y simplicidad, sin por ello perder riqueza arquitectónica.

El Palau de Sant Jordi, del arquitecto Japonés Arata Isozaki, se convirtió en el buque insignia de los edificios olímpicos: situado en la ciudad de Barcelona, en el anillo olímpico de Montjuïc, era obra de un arquitecto extranjero y con un presupuesto cuatro veces superior al pabellón de baloncesto de Badalona, aunque casi con el mismo número de butacas.

El pabellón de baloncesto de Badalona es inmenso: tiene una dimensión total de 150 x 120 m, y en la parte baja de una de sus gradas se encuentran dos pistas de entrenamiento. La disposición de las butacas se organiza alrededor del óvalo que permite a todos los espectadores disfrutar de una excelente visión del espectáculo que se ofrezca.



{51} Sección del pabellón de Banyoles, de Bonell & Gil. (Bonell i Gil Arquitectes, Col·legi d'Arquitectes de Catalunya, Arquitectes Catalans. Catálogo de la exposición 2000, páginas 53 y 54)

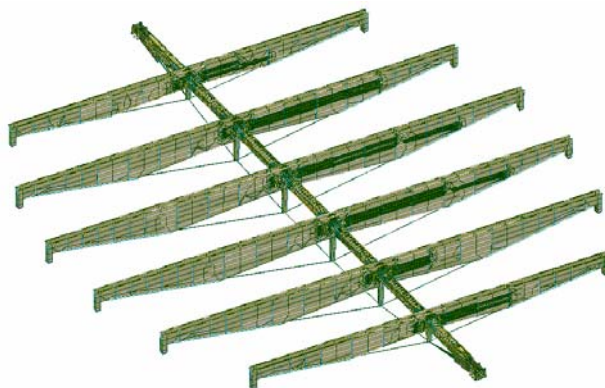
La cubierta de un pabellón polideportivo suele quedar oculta por un falso techo. Si no es así, normalmente el espectador profano percibe un sinfín de vigas de dos o tres escalas distintas, que recuerda a una nave industrial si son cuchillos y correas simples, o a un “mar de barras” si se trata de celosías espaciales. Buscar un orden en una cubierta de un pabellón polideportivo es un trabajo relativamente fácil. Generalmente, es un criterio económico el que crea este escenario. La distancia entre vigas no suele ir más allá de los 7 m y la de las correas apenas alcanza los 3 m entre sí, consiguiendo centenares de elementos que, desde la grada, hacen que el espectador centre su vista en la pista.

Tampoco suele ayudar el nulo acceso de que se dispone para llevar a cabo la limpieza y mantenimiento de estos elementos, por lo que, a una zona que habitualmente es oscura, se le añade el tono apagado de su pintura.

Cabe decir que la cubierta, vista desde el aire, tiene apariencia de haber sido resuelta en cobre; sin embargo, tal como se explica en *La ciudad de los arquitectos* de Llätzer Moix, dicha cubierta es de aluminio pintado de color verde, una solución que, aunque no era del agrado de los arquitectos, tuvo que ser aceptada por ellos, debido al bajo coste que tuvieron que asumir.

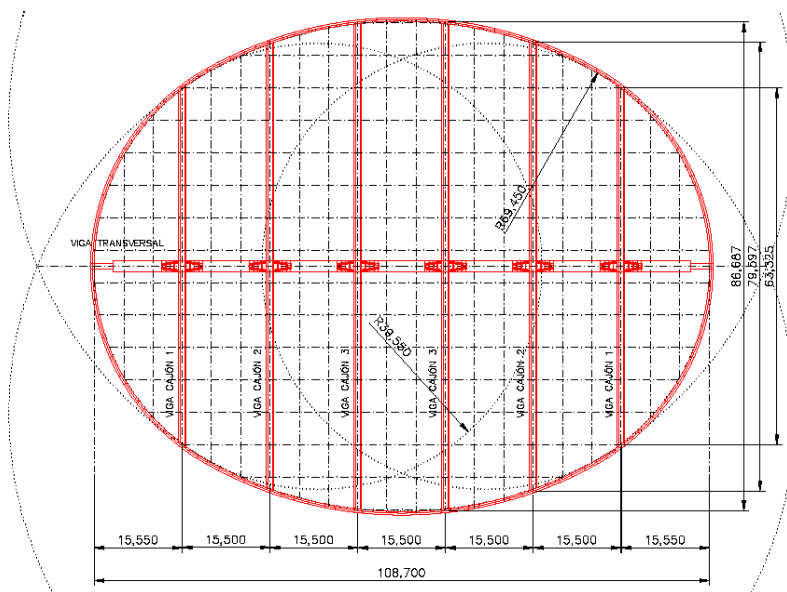
Una de las virtudes del pabellón es que trabaja a dos escalas: seis vigas en una dirección (iguales en tipología, pero diferentes en canto), unidas entre sí por otra transversal, generan un primer nivel estructural, que es lo que el espectador percibe la primera vez que llega a la gran sala. El canto de estas vigas está proporcionado con respecto a las luces que resuelve: las dos vigas más cortas, con

una luz de 64 m, tienen un canto cercano a los 4.800 mm. Las dos centrales presentan un canto de 9.400 mm para una luz de casi 87 m.

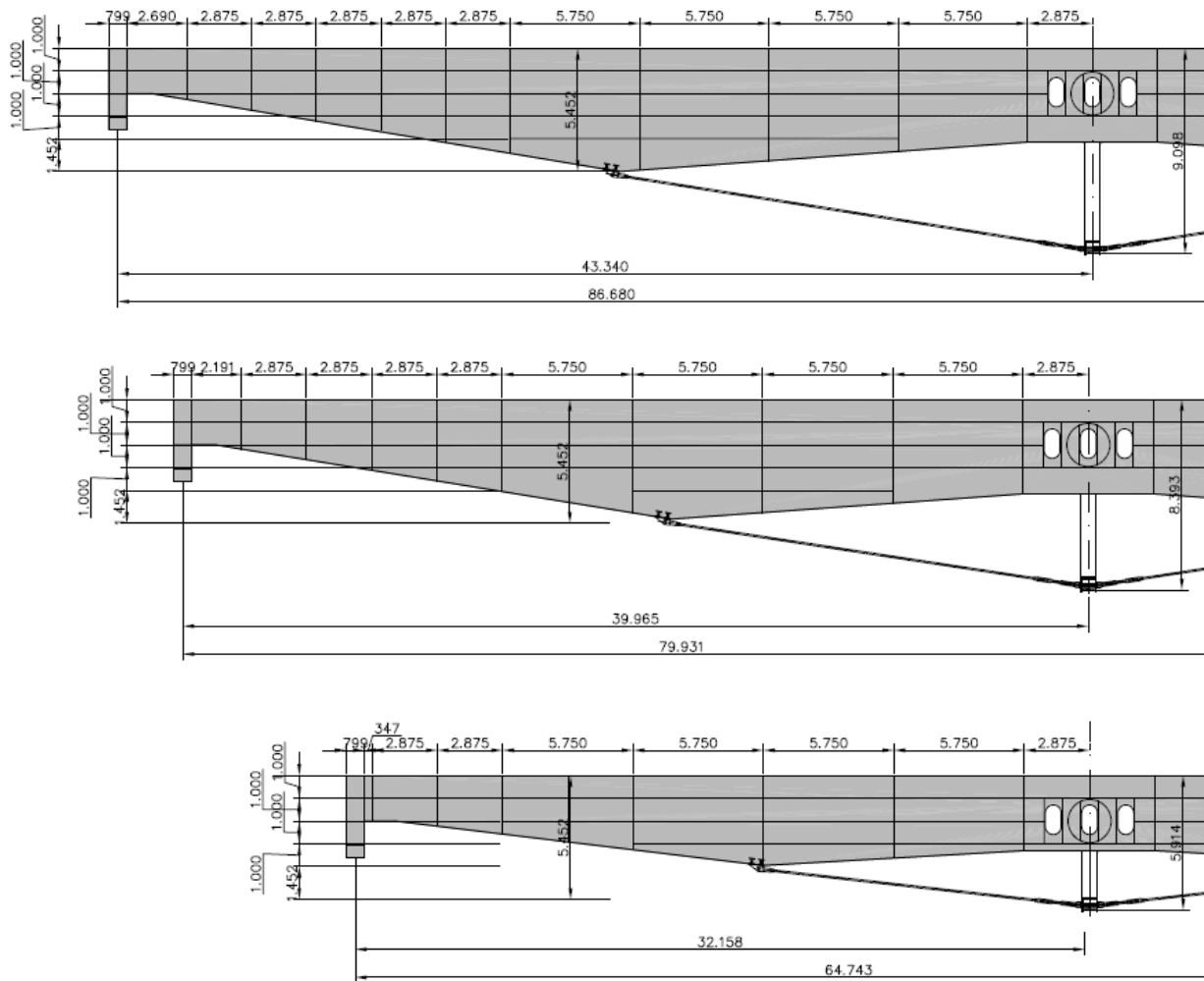


[52] Axonometría del conjunto. (Imagen del autor)

Entre estas vigas hay una distancia de unos 15,5 m. En estos espacios, el arquitecto propone unas vigas Fink simples, que recuerdan a las primeras; pero, si las principales tienen una fuerza evidente, motivada porque se han concebido con un lenguaje más propio de obras civiles o de buques que de un elemento de edificación, las otras pasan completamente desapercibidas, puesto que la perfilería empleada es de escaso calibre. Esta nueva jerarquía de vigas se separan entre sí unos 5.750 mm aproximadamente. Es así gracias a que hay una tercera jerarquía de correas simples cada 5.500 mm que se apoyan sobre las anteriores. No queda claro si la chapa es de gran canto, salvando una gran luz, o si, por el contrario, hay una correa que queda oculta cada dos, disponiéndose dos chapas: una por encima y otra por debajo de las correas a las que podríamos denominar impares.



[53] Planta Oval del pabellón de baloncesto. (Imagen del autor)



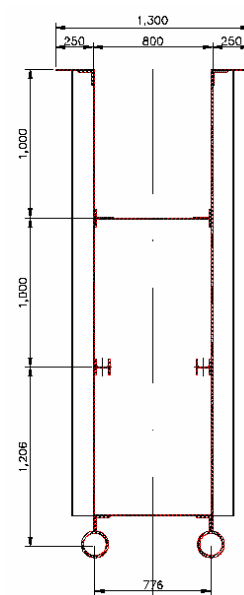
[54] Las tres secciones de las seis vigas principales. (Imagen del autor)

Así, los elementos secundarios son más esbeltos; de modo que, en una vista general del conjunto desde la grada, pasan inadvertidos. Además, toda la estructura está pintada del mismo color, el blanco, lo que da lugar a que no se establezcan jerarquías que podrían causar otro efecto.

EL ENTRAMADO PRINCIPAL

El entramado principal, tal como ya se ha explicado, está formado por siete vigas, seis de ellas iguales de dos en dos y una séptima que las une transversalmente. Las seis primeras son vigas cajón, cuyo mayor canto se sitúa más o menos a un cuarto de la luz si lo medimos desde cada extremo, y si nos referimos a la viga sin tensores inferiores. Como esta decisión sería incorrecta desde el punto de vista mecánico, se coloca un tornapuntas en el centro que devuelve el mayor canto al punto medio de la viga; además, al ser un elemento isostático, resulta una viga cercana a una Fink. Se trata de un tipo de viga que difícilmente se puede encontrar en

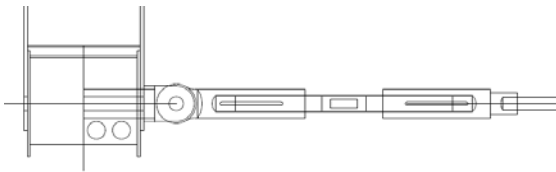
la historia de la arquitectura en algún momento anterior a este.



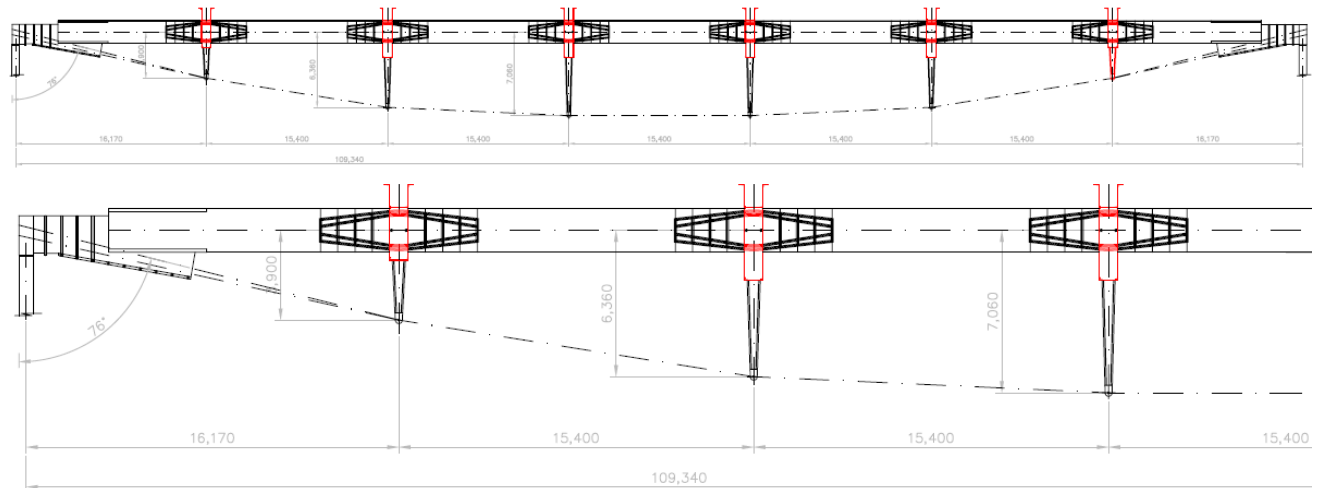
[55] Sección tipo de las seis vigas cajón. (Imagen del autor)

Para devolver el canto a la viga en su punto central, se disponen unas barras macizas de alta resistencia, que se activan mediante manguitos tensores. Estas barras crean un perímetro exterior de la viga, parecido a dos triángulos, que simplifican la composición. Los manguitos se disponen a cada lado del mástil central para facilitar la manipulación de ambas barras desde el mismo punto por parte de un único operario.

Las vigas cajón se resuelven mediante tornillos que unen las chapas entre sí a la perfilaría que, a su vez, crea un marco entre las chapas. El espesor de estas chapas oscila entre 8 y 12 mm, siendo las superiores las más gruesas y las que constituyen la gran canal de recogida de aguas de la cubierta.



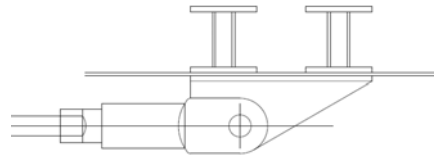
{56} Sistema de tesado de las seis vigas cajón. (Imagen del autor)



{58} Viga principal ortogonal a las vigas cajón. (Imagen del autor)

Conceptualmente, podemos pensar que esta viga central únicamente arriostra el conjunto, y en parte es cierto; puesto que, de no existir esta viga central, las vigas cajón pandearían lateralmente. Sin embargo, sucede también que el trazado inferior se pretensa a 6.000 kN^3 . Esta tensión no permite que la viga central llega a desempeñar la función de parteluz, al menos en su estado final; puesto que, de ser así, podríamos eliminar las barras macizas inferiores de las vigas cajón y, de este modo, controlar previamente el pandeo lateral de los mástiles centrales.

La séptima viga, la ortogonal a las vigas cajón {58}, une las seis anteriores por su punto medio. A simple vista parece que no exista, pues tan solo se trata de un tubo de 1.900 mm de diámetro y cuatro cordones que unen los mástiles de las seis vigas cajón. De este modo, se consigue una viga Fink de siete tramos, de unos 108 m de luz (*funicular truss*).



{57} Sistema de tesado de las seis vigas cajón. (Imagen del autor)

La activación de esta viga transversal se consigue mediante la disposición temporal de unos gatos que estiran los cordones desde sus extremos. Los mástiles centrales permiten que los cordones patinen libremente por unas piezas a modo de desviador en el proceso de tesado. Asimismo, se colocan al final unas chapas que presionan a los cordones e impiden un movimiento posterior entre el cordón y el extremo del mástil.

La solución comentada anteriormente; es decir, la de utilizar la viga central como parteluz, podría ser válida siempre y cuando la viga fuese correctamente dimensionada. Otra opción que podría ser válida es la de no activar la viga central y trabajar con vigas cajón, aunque seguramente con un canto superior al que puede verse en la actualidad. Una solución intermedia entre las dos anteriores, que es la que generalmente se explica,

³ ARAUJO ARMERO, R.; SECO FERNÁNDEZ, E. *Construir con acero: arquitectura en España*, tomo 5. Oviedo, ENSIDESA, 1994.

sería esta tercera posibilidad: la viga transversal unifica las deformaciones de las vigas cajón, consiguiendo así reacciones similares en sus apoyos centrales.

Podríamos establecer un esquema estructural diferente al que se utiliza en la cubierta llevando a cabo tres operaciones básicas: la primera sería dotar a los tirantes de las vigas cajón de capacidad para resolver compresión; por ejemplo, un tubo macizo. El segundo cambio consistiría en dotar a la viga larga de cierta capacidad para trabajar a torsión; por ejemplo, haciéndola doble o colocándole dos cordones inferiores como si fueran cables. La tercera operación básica sería darle mucha fuerza de pretensado a la viga larga, de manera que las vigas cajón se despeguen de los muros perimetrales y se obtenga un nuevo sistema apoyado en cuatro puntos.

Esta solución resulta, sin duda, extravagante, al menos para las dimensiones con las que trabaja este pabellón; sin embargo, nos da una idea de las posibilidades que tenemos de variar la naturaleza de la respuesta a la acción de la gravedad de los sistemas estructurales; activando sus partes a voluntad del proyectista. Aunque esta opción no se aplica tanto en obra nueva, donde generalmente no hace falta acudir a este tipo de alardes; sí puede darnos pistas de aplicación en obra de rehabilitación o de refuerzo, sin duda a menor escala, desviando los esfuerzos a voluntad.

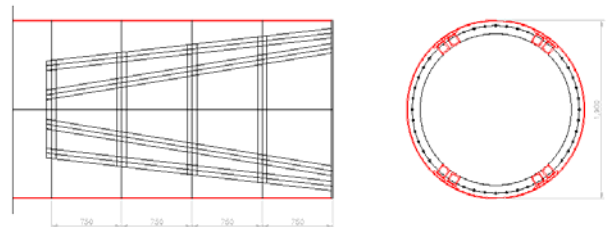


{59} Vista de una de las vigas cajón, de la unión con la viga transversal y del entrevigado central. (Imagen incluida en Paneles BOMA para exposiciones. <http://www.boma-files.com/>)

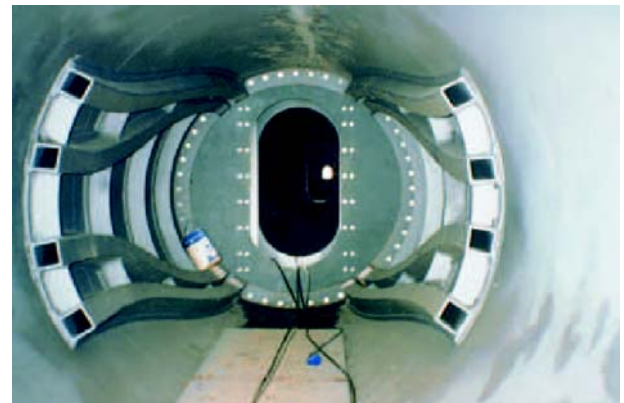
El cordón superior de la viga transversal, al tener un canto de 1.900 mm y ser hueco, se aprovecha para crear un pasillo de mantenimiento de las instalaciones de cubierta. El acceso se completa desde los extremos. Las vigas cajón impedirían la conexión, de no ser porque sus paredes laterales están provistas de sendos huecos circulares.

Aun así, para salir a las pasarelas de mantenimiento dispuestas a los lados de la viga, nos queda perforar el tubo de 1.900 mm a derecha e izquierda. Las paredes se perforan lateralmente, colocando ocho tubos que, como si fueran líneas isostáticas simétricas en planta y en alzado, logran transmitir los axiles por las caras inferior y superior del tubo; de este modo, liberan las paredes verticales de tensión y hacen posible la conexión.

Esta solución {61} ha servido como ejemplo posterior de desvío de tensiones en un elemento comprimido, en diferentes mástres de estructuras.



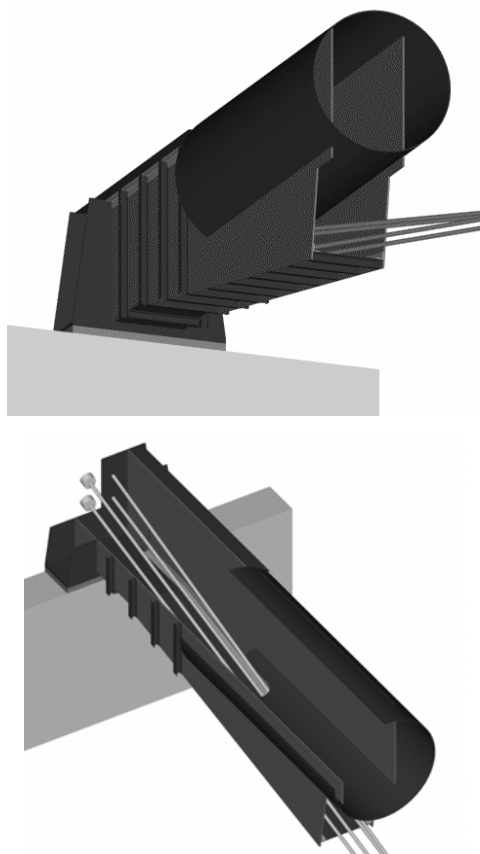
{60} Detalle de paso a través de las vigas cajón. (Imagen del autor)



{61} Vista del paso a través de las vigas cajón. (Imagen incluida en Paneles BOMA para exposiciones. <http://www.boma-files.com/>)

En los extremos de la viga transversal central, allí donde las cabezas del pretensado se deben ajustar con la chapa principal, se procura una solución que consigue unir los tendones con la viga y la placa a testa. Debajo de este apoyo, se dispone un neopreno para conseguir que los desplazamientos longitudinales causados por el cambio de temperatura o del propio pretensado del sistema no transmitan esfuerzos de otra naturaleza, salvo los propios de compresión, al muro inferior de hormigón armado.

Con el fin de apoyar el tubo sobre el muro, se colocan unas cartelas verticales que originan un cambio de sección circular a prismática, recogiendo y ocultando a la vez los extremos de los tendones. Casi al final de la viga, se colocan perfiles HEB-100, que funcionan como rigidizadores, para evitar así la abolladura de las chapas que integran el sistema.



{62} Vista del detalle de la unión de la viga transversal con el pretensado. La solución permite acceder al interior del tubo para su inspección. En la zona última se incorporan rigidizadores que permiten la abertura de la cara superior; abajo, en la corona del muro de hormigón, el neopreno. (Imagen del autor)

ANÁLISIS DE LA CUBIERTA

Para entender el comportamiento del sistema estructural de la cubierta se han realizado varios modelos con el programa de cálculo matricial Robot Millennium. Las vigas cajón han sido modelizadas con paneles, con el objetivo de conseguir una inercia casi perfecta de estos elementos. La viga pretensada, ortogonal a las anteriores, se ha simplificado con elementos barra por varios motivos: el principal es que el programa no acepta correctamente, al menos en la versión utilizada, paneles que simulasen el tubo central; un motivo secundario es que la viga Fink múltiple no mejorará su comportamiento por estar modelizada con paneles o con barras, con lo que además se

gana facilidad de lectura en los resultados y tiempo de cálculo.

El modelo no pretende encontrar errores ni juzgar la solución elegida, sino tan solo comprender una cubierta que hace casi veinte años que funciona a la perfección sin haber mostrado patologías o problemas conceptuales.

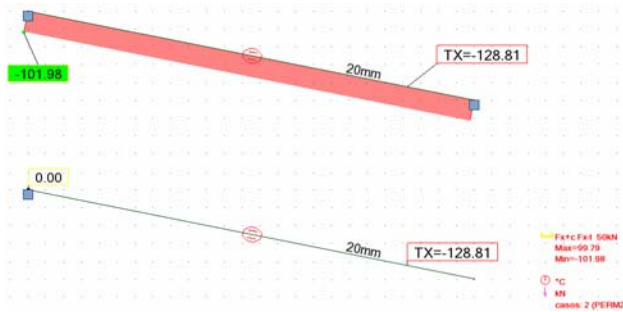
Antes de pasar a los resultados, es necesario reflexionar sobre el efecto del pretensado en las barras. Tal como se ha explicado en un capítulo anterior, hay dos maneras de introducirlo: o bien aplicando las cargas equivalentes o bien introduciendo un incremento térmico en las barras. Por un lado, administrar las cargas equivalentes es tan sencillo como descomponer el funicular en acciones verticales y horizontales en cada nodo de cambio de pendiente; por otro lado, el método del incremento térmico ha de ser introducido preferentemente con una carga unitaria en la dirección $x-x'$ y, una vez obtenidos los resultados del esfuerzo axial de los tendones en la hipótesis correspondiente, se combina aumentando de forma proporcional esa hipótesis simple hasta alcanzar el axil deseado.

Si tomamos dos vigas Fink de igual geometría, pero cambiando únicamente los perfiles que configuran montante vertical central y cordón superior (por ejemplo comparamos una formada por HEB-100 con otra formada por HEB-220, tanto en el montante como en el cordón superior), y las sometemos a un incremento térmico igual en ambos casos {65}, ¿qué obtendremos? De entrada, parecería lógico pensar que el axil fuese igual en ambos casos. Esta manera de pensar está motivada por la igualación de las dos expresiones de ΔL en el caso de un incremento de temperatura con el incremento de la fórmula de la ley de Hooke, de donde se obtiene que el incremento es directamente proporcional al esfuerzo axial e inversamente proporcional al módulo de Young, al área y al coeficiente de dilatación térmica. Como E , A , y α permanecen iguales en ambos casos, ΔT y esfuerzo axial serán equivalentes para cada caso. Sin embargo, podemos deducir fácilmente que no es así.

Base	5	m
Altura	1	m
Longitud	5.10	m
Seno	0.20	
Angulo	11.31	°
Fx	100	kN
Fy	20	kN
Fh	101.98	kN
α	0.000012	1/°C
Diámetro	2	cm
Área	3.14	cm ²
Axil	101.98	kN
Δt	128.81	°C

{63} Cálculo del esfuerzo axial para una diagonal de una viga Fink.

Un ejemplo que puede ilustrarnos consiste en considerar una barra a la que sometemos a un decremento de temperatura: si la barra está en voladizo, el axil será cero, pues no encuentra oposición al movimiento; mientras que, si la barra está doblemente empotrada y le aplicamos ahora la expresión comentada en el párrafo anterior, obtendremos el mismo axil que nos ofrece dicha expresión. Por lo tanto, en función de la rigidez de las vinculaciones extremas, el axil se situará entre el cero, en el caso del voladizo, y el máximo, en el caso de la barra biempotrada.

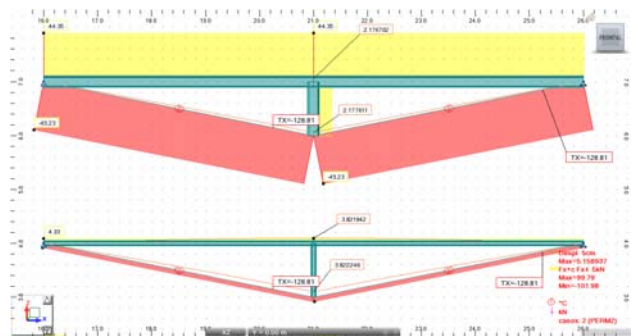


{64} Comparación de dos diagonales ϕ 20 mm: en la superior se biempotran los dos extremos; en la inferior se consideran en voladizo. Se aplica un decremento térmico de -128.81°C , tal como se ha obtenido en la tabla {63}. El axil es de -101.98 kN para el primer caso, de tracción, coincidiendo en magnitud con el de la tabla, y de 0 en el segundo caso. (Imagen del autor)

Hay otro tema sobre el que merece la pena reflexionar: parece lógico pensar que si el “arco” (por el parecido que guarda la viga Fink con el arma) es más flexible, se deformará más. Así, si un extremo es una articulación (ffm) y el otro un patín (mfm), es de esperar que el patín se mueva más hacia la articulación en el caso de la HEB-100 que en el caso de la HEB-220. Sin embargo, no es así.

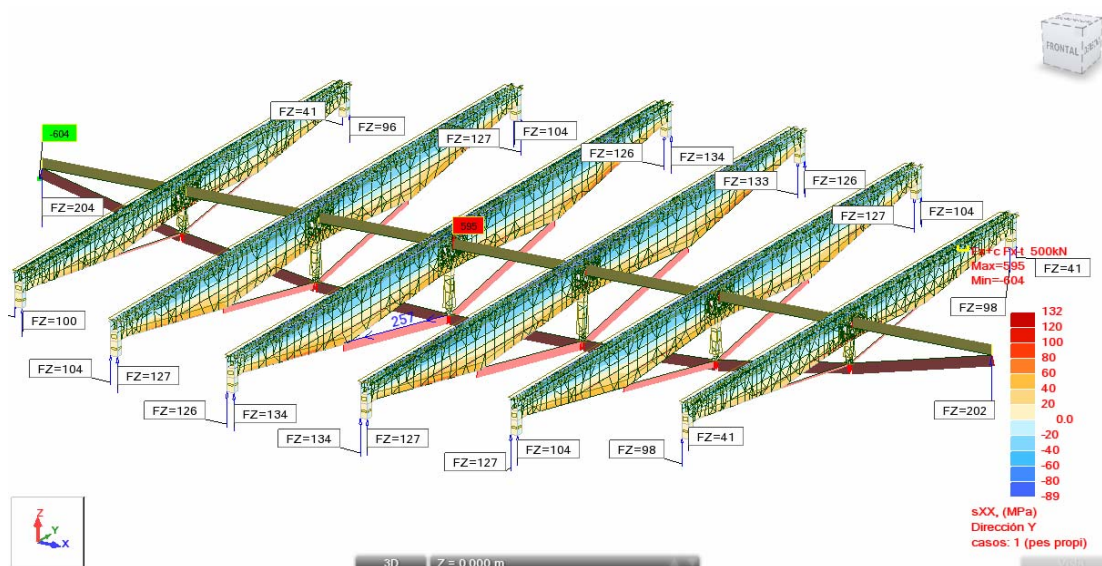
El movimiento que podemos esperar en cálculo de primer orden es el correspondiente a la ley de Hooke; así que, si en el caso del HEB-100 el axil es menor que en el caso del HEB-220, por ser este segundo más rígido (más cercano al doble empotramiento), el desplazamiento será mayor en el caso más rígido. Si hacemos el cálculo en segundo orden encontraremos que, como la geometría se va ajustando progresivamente al cálculo, la deformación no solo se corresponde a la de la ley de Hooke, sino también a la del giro del patín.

Lo que hace el funicular inferior es deformar la T superior; de modo que, cuanto menos rígida sea, menores serán los esfuerzos de la T y de los cordones, aunque mayor será la deformación del sistema.

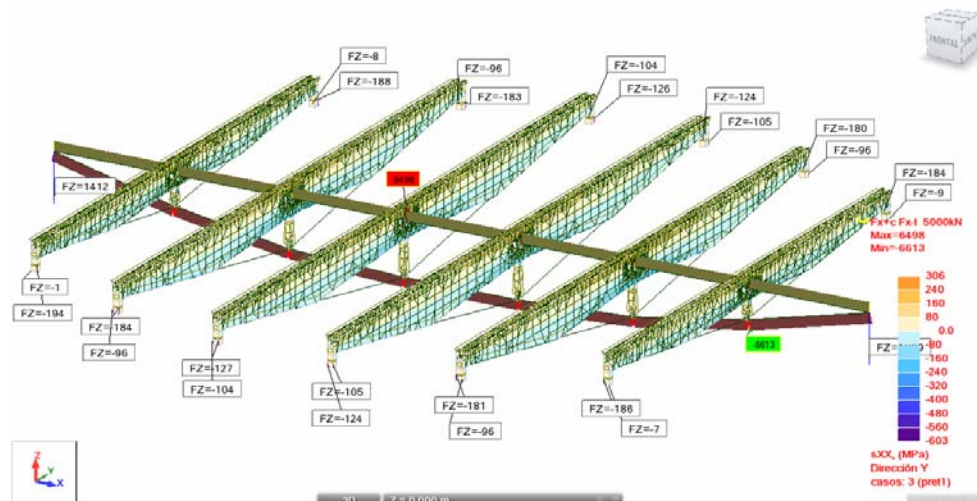


{65} Dos vigas Fink: la superior formada por una T HEB-200, la inferior formada por una T HEB-100. Los esfuerzos axiales son mayores en el caso más rígido que en el de la HEB-100. La deformación vertical es mayor en el caso inferior que en el caso superior. (Imagen del autor)

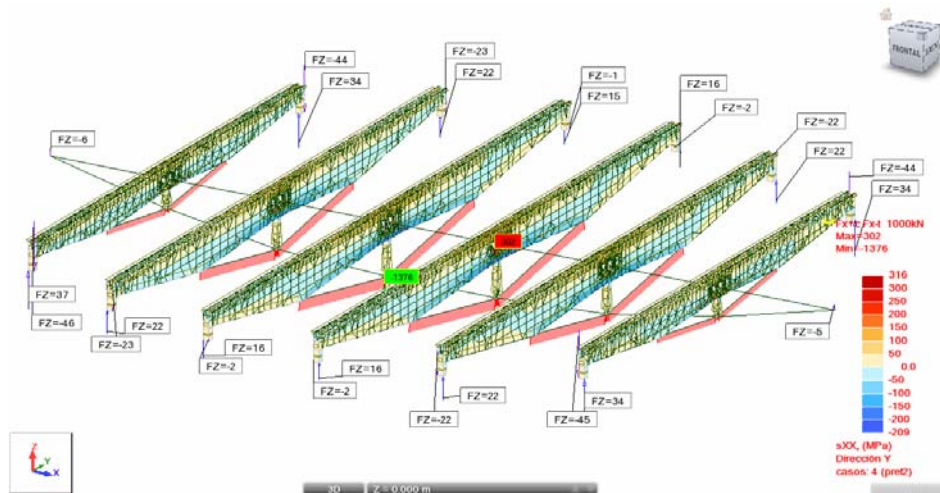
A continuación se muestran las imágenes más interesantes de los resultados obtenidos con el programa de cálculo del conjunto.



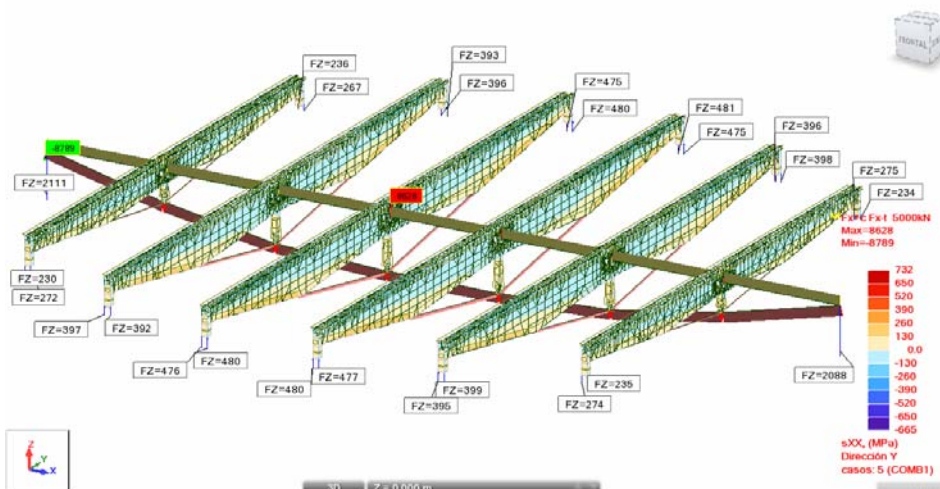
{66} Diagrama de tensiones de los paneles y de esfuerzos axiales de las barras bajo cargas de peso propio. Se puede observar que la viga central tubular colabora sin necesidad de ser activada. No se muestra la misma vista para el caso de las sobrecargas y cargas permanentes, pues es similar. En los paneles, las zonas azules se corresponden con las fibras comprimidas y las rojizas con las traccionadas. (Imagen del autor)



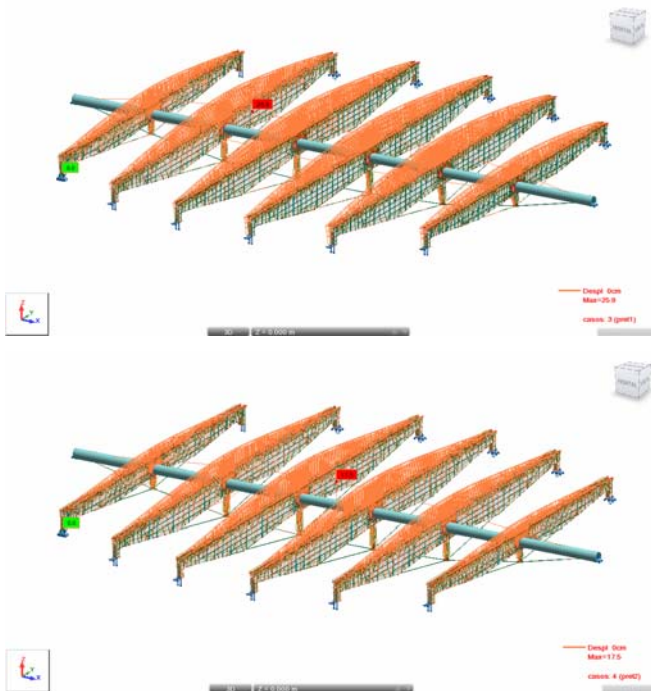
[67] Diagrama de tensiones de los paneles y de esfuerzos axiales de las barras bajo pretensado de la viga principal tubular. Se puede observar que las vigas cajón reciben tensiones inversas a las de la imagen anterior. Sus cordones inferiores no se comprimen, puesto que son barras definidas como que trabajan únicamente a tensión. Los valores de las tensiones en los paneles es inferior al de los originados por concargas y sobrecargas. Las tensiones que superan el límite elástico se corresponden con las zonas donde los paneles son de mayor grosor: en el modelo se ha utilizado un espesor de 4 mm para las paredes; mientras que, en la estructura definitiva, las paredes alcanzaban los 12 mm en algunos puntos. (Imagen del autor)



[68] Diagrama de tensiones de los paneles y de esfuerzos axiales de las barras bajo pretensado de las vigas cajón. Se puede observar que las vigas cajón reciben tensiones de diferente signo que en el caso de la acción de cargas gravitatorias. La viga tubular no recibe tensiones. (Imagen del autor)



[69] Diagrama de tensiones de los paneles y de esfuerzos axiales de las barras en la suma de todas las acciones. Si se puede calibrar la intensidad de cada pretensado, es posible corregir la deformación final. (Imagen del autor)



{70} Deformaciones de la viga bajo pretensado de la viga tubular (arriba: 259 mm) y de las vigas cajón (abajo: 175 mm). (Imagen del autor)

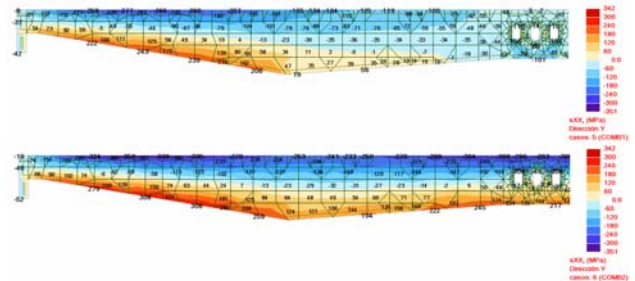
Con el pretensado de la viga principal se consigue una recuperación de deformación de 250 mm, y con el de las vigas cajón otros 170 mm. La deformación de las cargas verticales descendentes es del orden de 700 mm. La deformación final se puede estimar en 280 mm que, para una luz de 84 m, resulta más que admisible.

Una vez comprendido el efecto beneficioso del pretensado, cabe preguntarse si no se hubiese conseguido una solución más económica introduciendo una contraflecha en la estructura (digamos equivalente a los 420 mm obtenidos con el pretensado), ya que, de esta manera, se logra la misma deformación final. La respuesta es que sí. No obstante, cabe preguntarse si el montaje es igual de eficaz y si la cantidad de acero es la misma en un caso y en otro.

La primera respuesta a estas nuevas preguntas es que no es más sencillo: las uniones se complicarían excesivamente al igual que los cortes; sin embargo, con las herramientas informáticas que hoy en día hay disponibles en el mercado, podría conseguirse un buen resultado. Hay que tener claro que se ha de comprar el programa y que el tiempo de diseño de los planos de taller será levemente mayor, por lo que el coste sube de una manera indirecta.

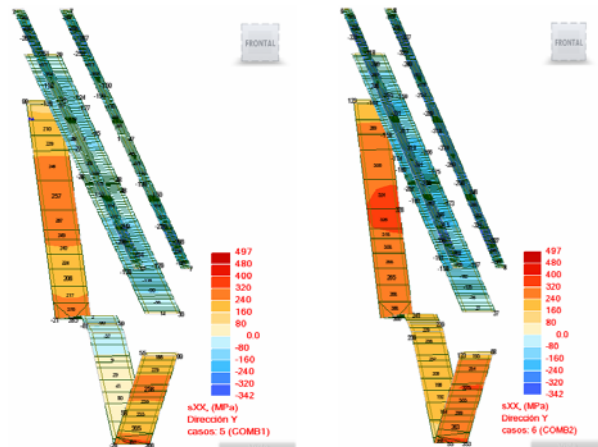
La respuesta a la segunda pregunta es que, en el primer caso, los paneles verticales reciben menos tensiones que si no se pretensan, pues tienen un recorrido final diferente y, por lo tanto, una menor tensión. Para entenderlo, solo es necesario pensar en el momento flector que se produce en las vigas

cajón en uno u otro caso: bajo la acción del pretensado el momento es negativo; mientras que, en acciones verticales, el momento es positivo. También cabe pensar que la viga tubular cuando es activada levanta las vigas cajón con un efecto inverso al de las verticales descendentes; así que las tensiones son claramente inferiores.



{71} Comparación de las tensiones en las paredes verticales de la viga cajón más larga. En la figura superior, tensiones con pretensado; en la inferior, sin el efecto activador. La reducción se puede cuantificar en una caída de casi un 30%. (Imagen del autor)

Las chapas horizontales superiores e inferiores de las vigas cajón no tendrán tensiones mayores: mientras que el pretensado de la viga tubular las libera claramente de tensiones, el pretensado de la propia viga cajón las aumenta; así que las tensiones de estos paneles son sensiblemente iguales, tal como se muestra en la figura {72} inferior.



{72} Comparación de las tensiones en las paredes horizontales de la viga cajón más larga. A la izquierda, con pretensado; a la derecha, sin acciones activas. (Imagen del autor)

Donde hay una clara diferencia es en la viga tubular central: aquí, la viga recibe tensiones de compresión, en el tubo horizontal superior de 1.900 mm de diámetro, y tracciones en los tendones. Cuando se pretensan las vigas cajón, estos elementos no son sensibles a aumentar sus tensiones. Así, la viga pasa de tener un axil de 2.400 kN sin estar activada a unos 8.400 kN con el efecto del pretensado; es decir, 3,6 veces más tensión.

Teniendo en cuenta que la viga está diseñada para que pase una persona y para conseguir trabajar con una longitud de pandeo de 14.600 mm, la diferencia de material entre uno y otro caso es muy pequeña. Si hacemos caso a la normativa vigente actual, para no tener abolladura en el tubo, este ha de tener un espesor de 24 mm, según la tabla 5.3. El tubo fue calculado con una pared de 14 mm, menos de la mitad, valorando las tensiones en régimen elastoplástico y evitando así la abolladura, gracias a un cálculo detallado. El área de este tubo es de 59.357 mm^2 y, cuando actúa el axil, la tensión mayorada resultante hace trabajar a las fibras más solicitadas a unos 212 N/mm^2 .

ANÁLISIS DEL EXTREMO DE LA VIGA TUBULAR

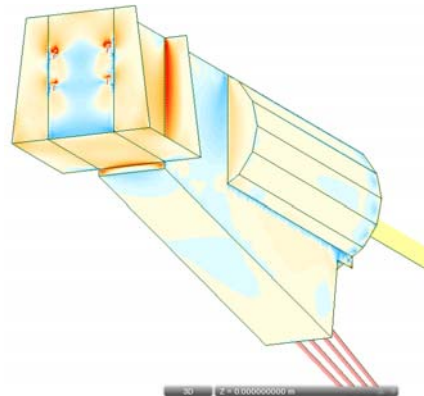
Para comprender lo que sucede en los extremos, se ha creado un pequeño modelo que intenta reproducir la unión especificada en {62}. El comportamiento es bien sencillo: el tubo se suelda a dos chapas verticales que, en un ámbito de 4 m, son capaces de traspasar, mediante cuatro cordones soldados a tope, los cerca de 8.000 kN de esfuerzo axil que tiene el tubo de 1.900 mm de diámetro. Estas chapas son de 24 mm de grosor, así que los 4 m de unión son más que aceptables. En la testa, que es una chapa de 30 mm, se producen los esfuerzos mayores de cortante y de flexión. El tendón central inferior se lee como un elemento único que transmite 8.000 kN de tracción a los extremos.

La solución propuesta por el equipo redactor es separarlo en cuatro tendones de 2.000 kN, que son transmitidos a la placa. Para que esto sea posible, en el primer mástil se ha de controlar un esfuerzo axil transversal al anterior de unos 110 kN, debido al cambio de dirección. Así pues, parece más que acertada la decisión de separar el axil en cuatro terminales; porque, además de lo expuesto, se consigue trabajar con un gato hidráulico que se puede encontrar con más facilidad en el mercado.

Hay otro efecto que se puede entender fácilmente en las imágenes siguientes {73} {74}. Al introducir el pretensado en estas dos chapas paralelas al tubo, de 24 mm de grosor, tienden a abrirse en sus puntos superiores. Para que no suceda esto, los rigidizadores transversales a ellas evitan este efecto. Estos rigidizadores sirven también para transmitir la reacción vertical a través de la chapa de asiento y, por supuesto, a través del neopreno armado inferior.

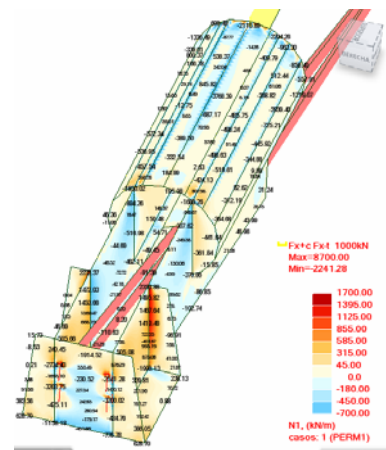
Puede sorprender el quiebro que se produce en la parte inferior entre la placa de anclaje y la chapa inclinada inferior. Sin embargo, no es de extrañar este cambio de dirección, puesto que la chapa inferior ata los extremos de las paredes verticales, que sí son estructurales, y las rigidiza, y, además, también tapa la unión de los tendones con las placas

de anclaje. Así pues, esta chapa tiene una función secundaria de estabilización, por lo que se puede entender el cambio de dirección.



{73} Axiles principales en la dirección de la viga tubular. (Imagen del autor)

En la imagen {75} se puede observar el detalle de la chapa frontal. En esta foto se observa el detalle de las cuñas que se han de disponer entre la chapa y las cabezas del pretensado, puesto que los tendones no son perpendiculares a la testa. También se aprecia que existe una abertura entre las dos columnas de tendones, que coincide con el eje de la viga: se trata del acceso a la viga tubular desde la grada.



{74} Axiles principales en la dirección de la viga tubular. (Imagen del autor)



{75} Detalle de la fase de pretensado de los terminales. (Imagen incluida en Paneles BOMA para exposiciones. <http://www.boma-files.com/>)

Gimnasio cubierto de baloncesto en Venezuela. Esteban Tenreiro, Arquitectos.

Colaboración estructural de Robert Brufau i Associats S. A.

INTRODUCCIÓN

Diseñada entre los años 2002 y 2003, la cubierta del pabellón de baloncesto en Venezuela quedó completada en 2004. Aunque a primera vista pueda entenderse que no es así, Venezuela es un país que cuenta con grandes consultores de estructuras. Óscar Tenreiro, conocido en España por su introducción de un libro publicado por el Colegio de Arquitectos de Galicia, es uno de ellos. La obra revisa la relación de un gran consultor de estructuras, el ingeniero Komendant, con su cliente, el famoso arquitecto norteamericano Louis I. Kahn, y su lectura, de fácil comprensión, es más que aconsejable para cualquier estudiante que pretenda dedicar su vida a ser consultor de estructuras.

DESCRIPCIÓN DEL PABELLÓN

El pabellón guarda cierta semejanza con el de Badalona en lo que se refiere a la solución general de la cubierta; aunque, con el permiso del otro edificio, podría decirse que va más allá, seguramente porque puede aprovechar la lección del anterior, porque ajusta la solución a una escala menor y porque no se limita a reproducir lo aprendido, sino que lo interpreta. También es una cubierta pretensada en dos direcciones, pero sus medidas son menores. La planta queda limitada en una superficie de $44 \times 61 \text{ m}^2$. Las jácenas portagradas son de hormigón armado, construidas in situ, de secciones realmente ajustadas. Sobre las gradas se colocan unos pilares, hasta siete en cada fachada de gradas, y dos cuádruples en cada fondo de pista, que sirven de soporte a la estructura metálica. El pabellón logró terminarse en un tiempo récord, en una época en que Venezuela no atravesaba su mejor momento político.

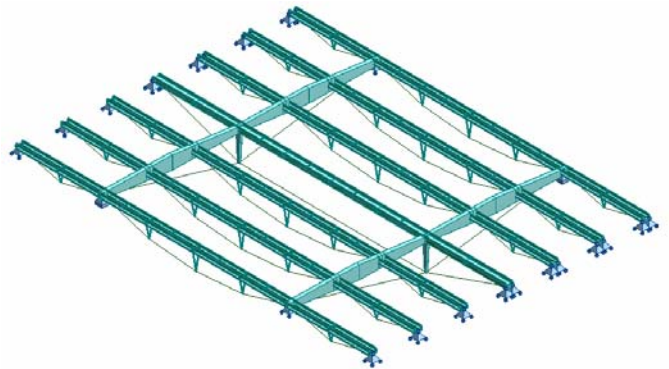


{76} Vista de la pista polideportiva de baloncesto.
<http://www.estebantenreiro.com/>

Así, la cubierta puede entenderse como un elemento exento, apoyado sobre la estructura de hormigón, por lo que puede dilatarse y contraerse, literalmente sin problemas hacia cualquier dirección en el plano.

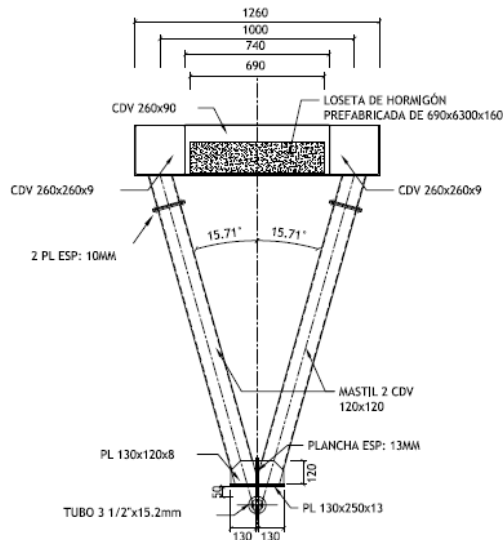
La cubierta en sí tiene tres tipos de vigas Fink:

- Dos vigas simples de 44 m, con un canto total de 4,8 m.
- Una viga Fink doble de 61 m, perpendicular a las anteriores, que comparte montantes con las mismas. Así, esta viga coincide con su punto medio.
- Seis vigas de 61 m, de tres tramos: dos tramos con 14,4 m, que son vigas Fink simples de 2,2 m de canto máximo, y un tramo central con 32,4 m, que está constituido por una viga Fink triple de 3,2 m de canto máximo.



{77} Las nueve vigas en su posición final. (Imagen del autor)

Con la configuración anterior se consiguen distancias entre vigas de 7.200 mm. Esta condición da lugar a dos familias de subestructuras más, que no son importantes para el desarrollo del proyecto: se trata de la perfilaría que conforma los dientes de sierra de la cubierta. Podemos decir que estas subestructuras suponen un incremento de acero de 15 kg/m^2 en toda la cubierta.



{78} Sección de las vigas transversales con la losa de hormigón que sirve de contrapeso. (Imagen del autor)

Toda la cubierta tiene unas piezas prefabricadas de hormigón armado a modo de pasarelas, que no solo sirven de pavimento para poder realizar el mantenimiento de la cubierta, sino que también funcionan como lastre para evitar que haya succión en la cubierta, debido a la ligereza del sistema y a que se encuentra en una posición sin resguardo alguno frente a la acción del viento.

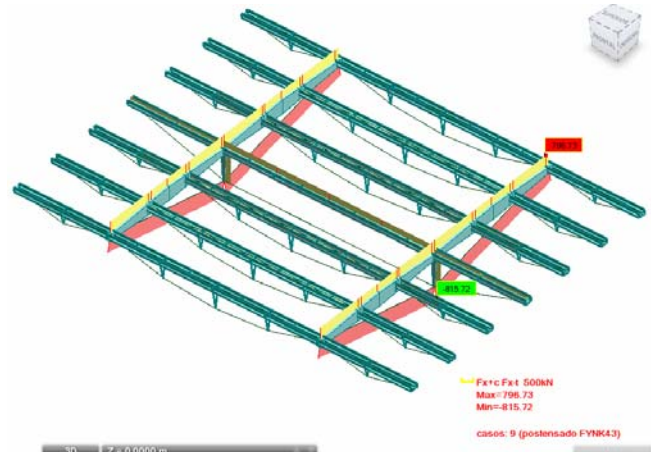
ANÁLISIS DE LA CUBIERTA

Para llegar a entender esta cubierta, se ha llevado a cabo un modelo totalmente nuevo del sistema, introduciendo todas las acciones que se ejercen sobre él, a excepción de las de viento sobre los dientes de sierra, para evitar resultados extraños que desvirtúen el comportamiento esencial: interesa, sobre todo, comprender cómo opera el pretensado sobre el conjunto, oponiendo su efecto al de las acciones descendentes.

En una primera fase, se pretensan las seis vigas de tres tramos en el suelo, antes de subirlas. Así, se evita trabajar en altura, eliminando riesgos de caída. Para ello, se disponen uniones a testa en los extremos. Cualquier imperfección puede ser corregida mediante forros de escasa dimensión. El pretensado causa una contradeformación de 69 mm a las vigas más largas, las triples, y de 18 mm, a las más cortas, las simples. Los esfuerzos de pretensado son de 150 kN para las primeras, y de 100 kN para las otras.

Después se pretensan las vigas simples, de 44 m de luz, con un esfuerzo inicial de 1.000 kN. Este trabajo se lleva a cabo cuando ya se ha colocado el lastre y la chapa; de este modo, se consigue elevar la cubierta unos 225 mm. Teniendo presente que la deformación que origina el peso propio, el lastre y

las cargas permanentes es del orden de 400 mm, consideramos que tenemos margen para pretensar la viga transversal central de 61 m.



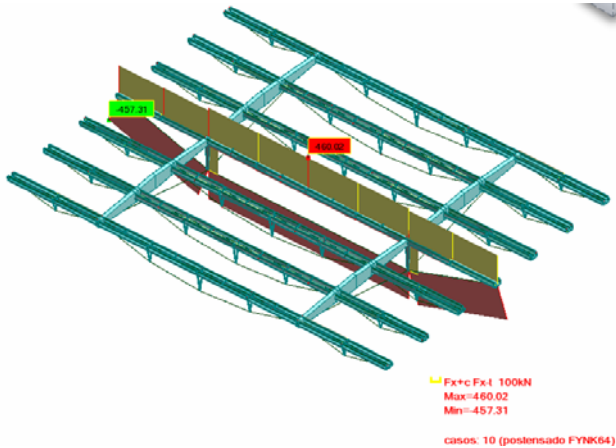
{79} Esquema resultante de los axiles en el proceso de pretensado de las vigas de 44 m. (Imagen del autor)

Cabe destacar que, en esta fase, tal como se puede observar en la figura {79}, se le induce al cordón superior de la viga transversal un esfuerzo axial de compresión. Ello se debe a que la viga cruzada tiene su mayor canto en este punto y resulta arrastrada por las anteriores.



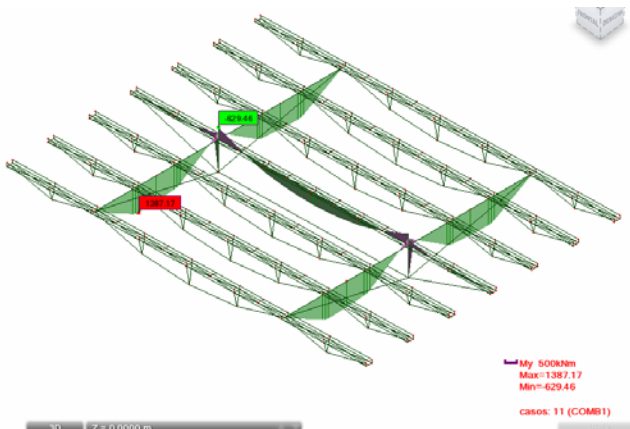
{80} Dos fases del pretensado de dos de las vigas que componen la cubierta. <http://www.estebantenreiro.com/>

Por último, la viga de 61 m se pretensa a unos 500 kN de tensión, recuperándose así otros 90 mm. La cubierta queda, más o menos, en la horizontal, a la espera de recibir el uso y el viento.



{81} Esquema resultante de los ejes en el proceso de pretensado de la viga de 61 m. (Imagen del autor)

Al final, las dos vigas Fink simples de 44 m tendrán un axil de unos 1.400 kN, mientras que la viga transversal de 61 m, la Fink doble, alcanzará los 560 kN. Cabe tener presente que son estas dos vigas las que, al tener tramos más largos, 22 y 32 m respectivamente, sufren también un aumento de tensión por culpa de los momentos flectores. Así se entiende que la viga de 32 m sea triple y que los cuatro tramos de 22 m queden resueltos con vigas cajón, de menor medida que las de Badalona, pero muy similares a aquellas.

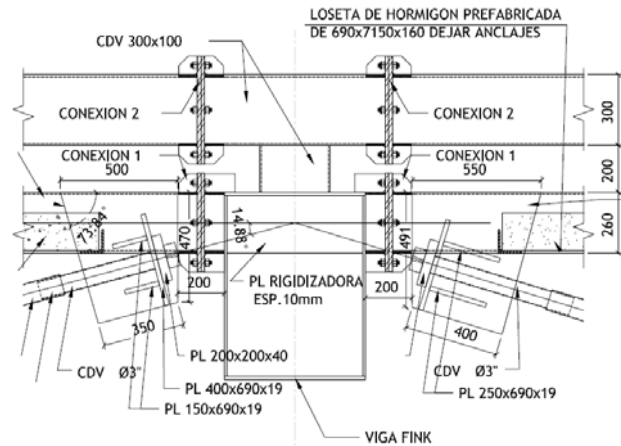


{82} Diagrama de momentos de las tres vigas principales. (Imagen del autor)

En las intersecciones de las vigas se dispone una serie de rigidizadores y chapas para no perder área en los cordones. Esta solución es fundamental cuando se cruzan las tres vigas principales a las que venimos haciendo referencia en los últimos párrafos, aquellas que tienen mayor presencia.

Para concluir la explicación de este edificio, cabe hacer referencia al sistema de apoyos, que está resuelto mediante neoprenos armados. Esta práctica, que también fue empleada en Badalona, es habitual debido a su relativo bajo coste frente a otros sistemas como los *bearings-pots*. Es necesario tener cuidado con su protección frente a la degradación por radiación solar y frente al movimiento, evitando en todo caso que la estructura

ripe o se deforme excesivamente, puesto que podría literalmente llegar a caer sobre el hormigón.



{83} Detalle de unión entre dos órdenes de vigas Fink. (Imagen del autor)

CONCLUSIONES

Teniendo en cuenta que la cantidad de acero invertida en la construcción de esta cubierta es de 110.000 kg, que suponen unos 40 kg/m², la aportación de otros 2.800 kg en armadura activa constituye un aumento de acero de tan solo un 2,5%; pero eso sí, a un precio de referencia mayor, posiblemente al doble.

Sin embargo, es necesario tener presente que la cubierta, sin armadura activa, se deformaría unos 400 mm, lo que supondría una flecha de $L/110$. Si le descontamos el peso propio y las cargas permanentes, la cubierta quedaría en una deformación de $L/220$. Así pues, precisaría aumentar su perfilera o, a lo sumo, considerar la posibilidad de que, con contraflechas, la cubierta funcionaría, aunque complicando un poco su montaje; por tanto, el único sobrecoste es el de duplicar el importe de la armadura activa, unos 10.000 €, con lo que ahora se puede montar la estructura perfectamente plana.



{84} Aspecto interior de las vigas pretensadas. <http://www.estebantenreiro.com/>

Pabellón recinto ferial y deportivo de Tortosa.

Mario Corea, Emiliano López, Lluís Morán, Arquitectos. Proyecto estructural: David García, BIS Arquitectes.

INTRODUCCIÓN

Mario Corea y Emiliano López, arquitecto que ganó el premio FAD en el año 2008 junto a su socia Mónica Rivera, compartieron despacho durante casi una década. El proyecto que se analiza en este apartado, en el que el autor de esta tesis no participó profesionalmente, tiene un uso polivalente: por un lado, permite el desarrollo de actividades deportivas, como el baloncesto (hasta cuatro pistas simultáneas) y, por otro, acoge actividades propias de un recinto ferial. Las dimensiones desmesuradas que presenta el volumen, 140 x 45 m², chocan con el aspecto que transmite el interior.

Se utilizan paredes con diagonales que salvan distancias de hasta 18 m, y las vigas principales se separan entre sí esta misma distancia. Las vigas transversales plantean una luz de cerca de 5 m sin juntas de dilatación. Así, el aspecto que se ofrece en el interior parece de otro orden, seguramente el correspondiente a un espacio con la mitad de escala: pilares cada 9 m, vigas de 22,5 m y correas cada 2,5 m. Esta solución es, a mi parecer, muy inteligente, pues utiliza unos sistemas muy diferentes a los que se emplean en un recinto industrial.



{85} Vista del pabellón recinto ferial y deportivo de Tortosa.
(Associació de Consultors d'Estructures ACE Manuales profesionales VI. Enero 2006.)

EL PABELLÓN

La chapa que se emplea salva una luz de 4,5 m entre correas. Esta condición hace que presente ligeramente una mayor sección que otra más convencional, con lo que puede llegar a alcanzar un canto de 180 mm. La cubierta era, al menos en fase de proyecto, vegetal; así que las cargas permanentes debían de alcanzar los 1,50 kN/m². Las correas son vigas Warren con dos montantes intermedios. Estas correas se apoyan sobre las vigas que tienen forma de vientre de pez y, además, se trata de celosías espaciales, pues cuentan con dos cordones

superiores y uno inferior. Las barras de relleno tienen una particularidad: se sitúan en la unión con las correas, pero no hay diagonales.

La decisión de prescindir de diagonales puede sorprender; sin embargo, al tratarse de una viga que, en alzado, tiene el cordón superior y el inferior curvados, hace un efecto de catenaria, de modo que son los propios cordones los que, cambiando de dirección, se encargan de transmitir el cortante hacia los extremos. Así, la lectura de la viga es más limpia y despeja aún más el interior de elementos estructurales.

Las fachadas cuentan con dos niveles: los tres primeros metros, aproximadamente, están compuestos por pilares metálicos que, en planta, tienen forma de cruz con cuatro alas, a imagen y semejanza de los de Mies en Berlín. Es, en palabras de sus autores⁴, un tributo al desaparecido arquitecto. En la parte superior se disponen unas vigas Warren de gran tamaño, de unos 7 m de canto, separadas entre ellas a un ritmo de 18 m. Al ser la fachada translúcida adquieren mucha presencia en el interior. Con esta decisión se consigue que el pilar no coincida con la vertical del plano de la viga, sino que se sitúe justamente en su punto medio.

Esta fachada acaba en plano de viga, por lo que es posible hacer volar, sin grandes alardes, un volumen de 9 m hacia la calle, a modo de vestíbulo exterior, evitando así colocar un nuevo pilar que rompa el ritmo de los anteriores.



{86} Vista del interior del pabellón recinto ferial y deportivo de Tortosa. (Página web del arquitecto <http://mariocorea.com/obras/deportiva/pabellon-ferial-y-deportivo/>)

⁴ ARAUJO, RAMÓN. *Construir con Acero. Arquitectura en España 1993-2007*. Publicaciones APTA. Madrid. 1ª Edición, 2010

ANÁLISIS DE LA ESTRUCTURA

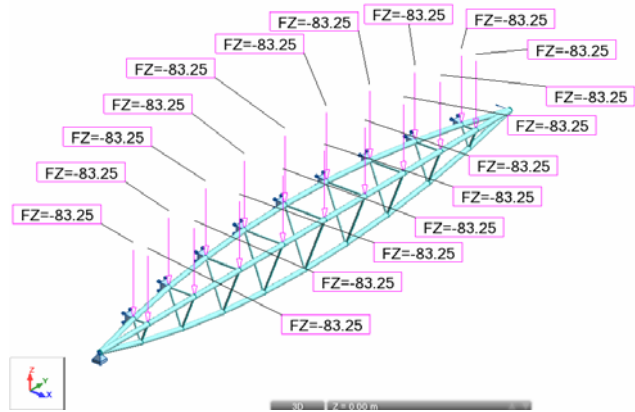
Para llegar a entender el mecanismo de la cubierta se ha realizado un modelo espacial muy simple que simula la viga en vientre de pez biapoyada.⁵ Seguramente el modelo podría ser más complejo, llegando a representar los grandes voladizos, el efecto del viento o incluso el efecto térmico. Se ha estimado más conveniente simplificar el trabajo, para entender el efecto del pretensado, puesto que el elemento también es sencillo y nos podrá ayudar a entender las virtudes que este sistema aporta a la estabilidad vertical de la pieza.

Se ha considerado una carga impuesta total de $2,00\text{kN/m}^2$, incluyendo nieve y cargas permanentes. La geometría ha sido estimada a partir de secciones encontradas en diversas publicaciones, por lo que es probable que no se ajuste a la realidad. Las fuerzas de pretensado tampoco son conocidas, por lo que este trabajo intenta hacer sólo un predimensionado. La perfilaría tubular es de calidad S-275-JR. Los cordones superiores son CHS-400x8mm y el inferior CHS-400x12mm. Los triángulos interiores CHS-155x8mm. Estos triángulos tienen, como longitud máxima, 3,5m en la horizontal y 4,83m en su diagonal.⁶

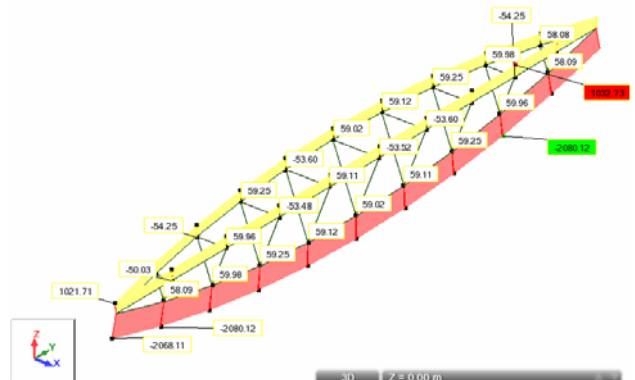


{87} Vista del interior del pabellón recinto ferial de Tortosa.
(Associació de Consultors d'Estructures ACE Manuales profesionales VI. Enero 2006.)

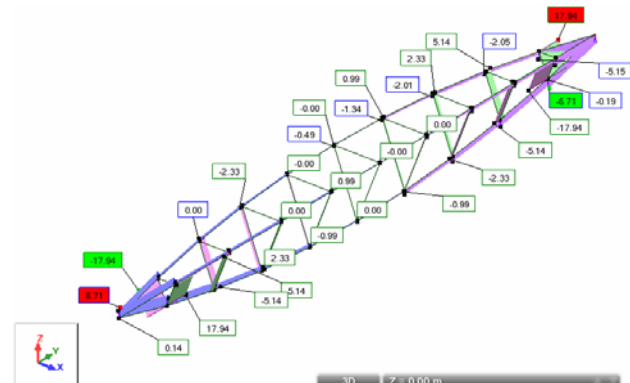
En uno de los extremos, se ha colocado un patín y, en el otro, una articulación. Para evitar el mecanismo, se han dispuesto lateralmente en la cubierta unos apoyos transversales que evitan su vuelco. En todo momento se controla que no desarrollan ningún tipo de reacción.



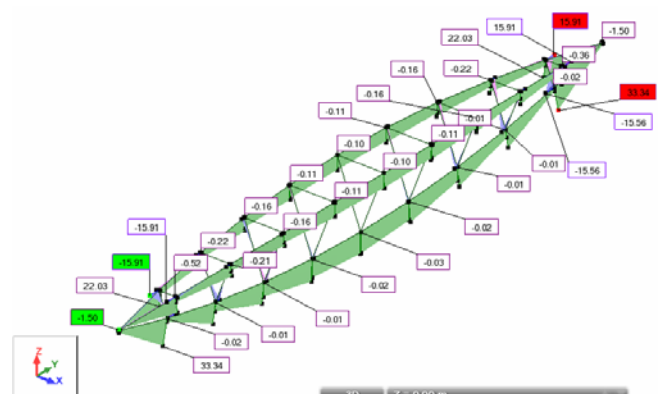
{88} Vista del modelo de cálculo de la viga en vientre de pez.
(Imagen del autor)



{89} Diagrama de esfuerzos axiales correspondientes a las cargas verticales. (Imagen del autor)



{90} Diagrama de cortantes correspondientes a las cargas verticales. (Imagen del autor)



{91} Diagrama de momentos correspondientes a las cargas verticales. (Imagen del autor)

⁵ David García i Carrera, autor estructural de esta viga, se refiere a ella con el término de “viga góndola”, por el parecido que guarda con las góndolas venecianas. (consulta al autor)

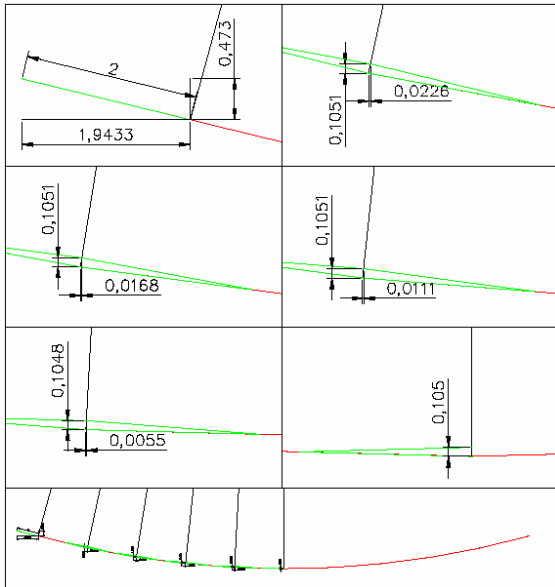
⁶ ASOCIACIÓN DE CONSULTORES DE ESTRUCTURAS. *Aprendiendo estructuras a través de 11 casos inéditos*. Tarragona, Silva Editorial, 2006.



(Imagen del autor)

Como conclusión a las anteriores imágenes, podemos confirmar que la viga trabaja básicamente a esfuerzo axil, salvo en los extremos, donde precisamente la jácena está triangulada. La deformación es adecuada ($L/415$); no obstante, vamos a aplicar cargas en el cordón inferior con el fin de ver qué efectos se consiguen.

Para introducir las cargas, descomponemos el ángulo en cada punto y resolvemos el sistema de la siguiente manera: buscando las ecuaciones de equilibrio.



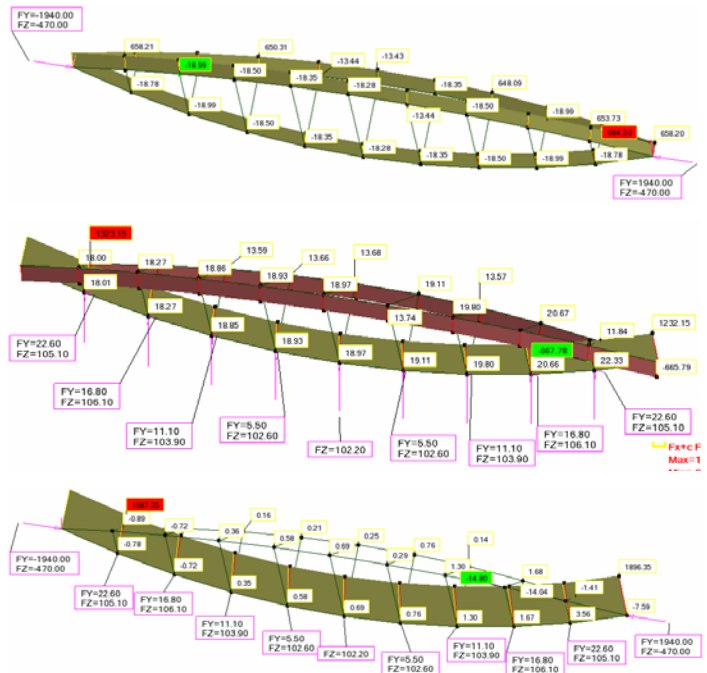
{93} Cargas verticales de cada nudo correspondientes a una carga base de 2 kN (resultantes en x y en y). (Imagen del autor)

Una vez obtenidas las cargas equivalentes, éstas se combinan con las gravitatorias con un escalado razonable de, por ejemplo, unas 500 veces superior, lo que supone una carga final de tesado de 1.000 kN. Antes de presentar los gráficos de esfuerzos axiles, se presenta el efecto que producen las cargas de los extremos, por un lado, y las cargas de cada

nudo, por otro. En la tercera imagen, aparece el efecto combinado.

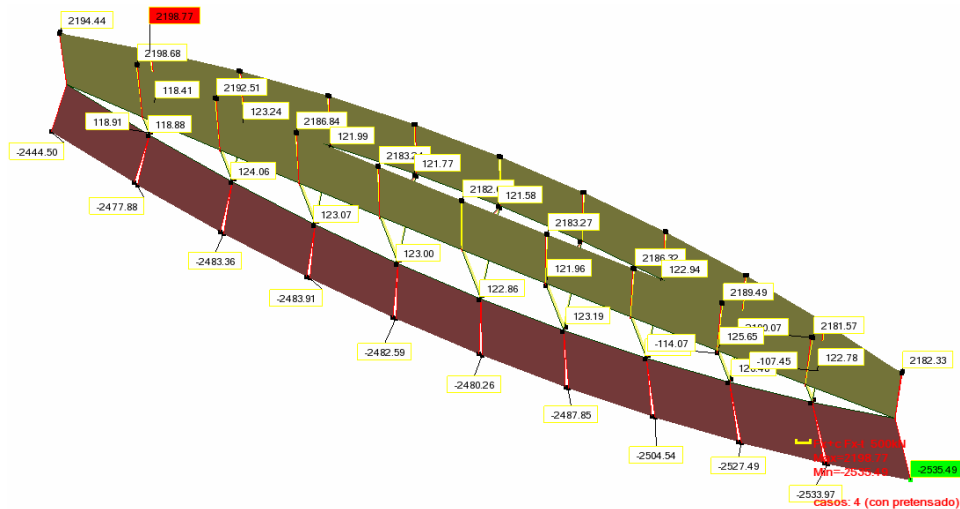
En la primera imagen del grupo de referencia se puede observar que la fuerza de reacción de los extremos que produce el efecto de pretensado comprime a los tres cordones, cada uno de ellos con una intensidad parecida. La segunda imagen representa los esfuerzos que se producen en la viga cuando se aplican únicamente las reacciones sobre los desviadores. Ninguno de los dos gráficos tiene sentido por sí sólo, pero ayudan a comprender lo que le sucede a la tercera imagen.

La imagen más interesante del grupo {94} es la última (que es la combinación de las otras dos) donde se puede entender que el tubo inferior se tracciona; mientras que los superiores no sufren efecto alguno de las cargas. Así, tanto si la viga se desplaza hacia arriba como si el cordón inferior se comprime, constituyen efectos beneficiosos; por lo que, si se hace un tesado cuando esté colocada toda la estructura y la deformación final no supera la deformación previa al tesado, la tensión en el tendón no se verá incrementada.

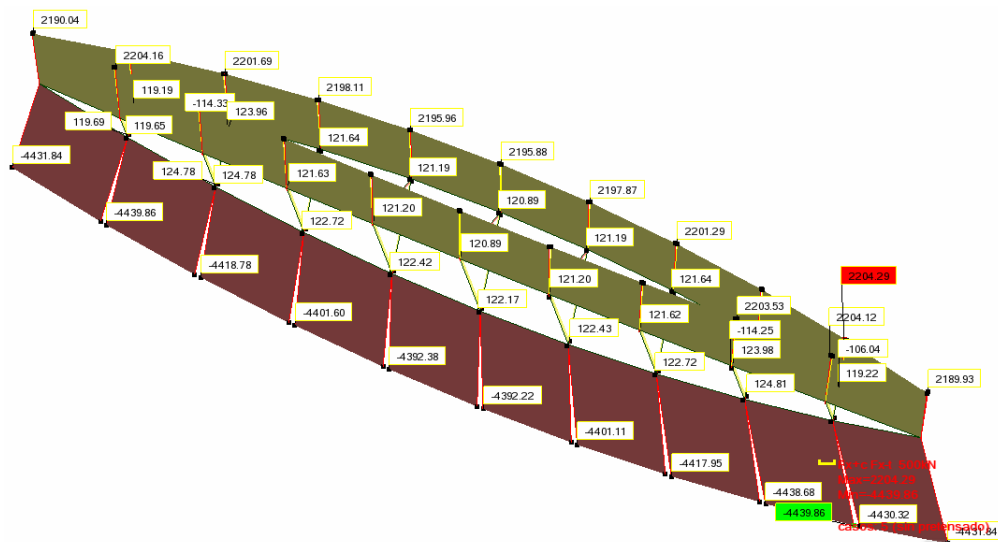


[94] Diagrama de axiles provocado por el efecto del pretensado. En la primera imagen, los efectos correspondientes a las cargas de los extremos; en la intermedia, los correspondientes a los desviadores; en la inferior, la combinación de ambos efectos. (Imagen del autor)

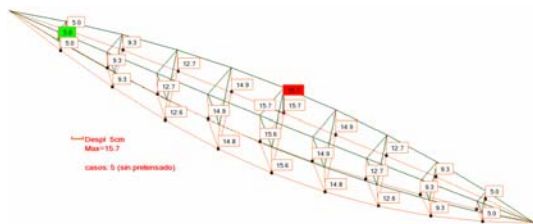
Podemos entonces comparar el diagrama de esfuerzos axiles para un caso de pretensado y para el mismo caso sin efecto del pretensado, tal como se muestra en las siguientes figuras:



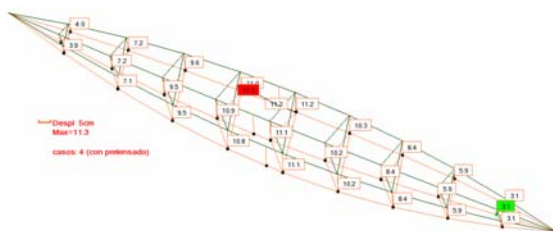
{95} Diagrama de axiles de la viga en vientre de pez con acciones de pretensado: $N_{inf} = 2.535 \text{ kN}$, $N_{sup} = 2 \times 2.183 \text{ kN}$. (Imagen del autor)



{96} Diagrama de axiles de la viga en vientre de pez sin acciones de pretensado: $N_{inf} = 4.430 \text{ kN}$, $N_{sup} = 2 \times 2.183 \text{ kN}$. (Imagen del autor)



{97} Deformada final sin acciones de pretensado: $f = 157 \text{ mm}$. (Imagen del autor)



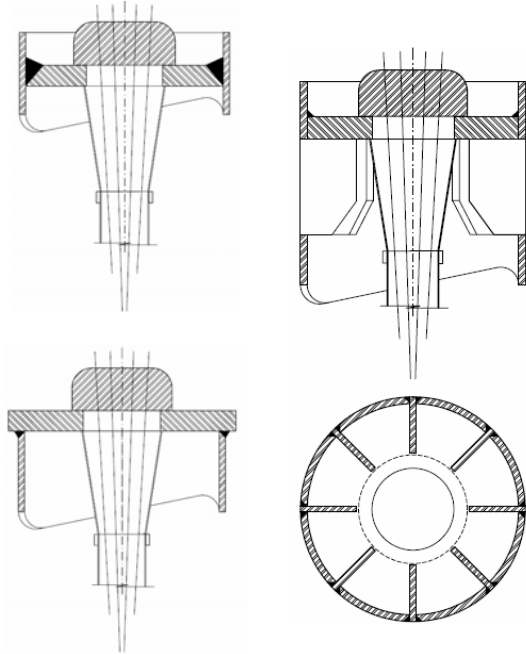
{98} Deformada final con acciones de pretensado: $f = 113 \text{ mm}$. (Imagen del autor)

ANÁLISIS DE LOS EXTREMOS

Pese a no tener información específica al respecto, se analiza aquí la posible solución de unión de la viga tubular con la placa a testa. Esta unión puede verse desde lejos en alguna fotografía de la obra, aunque no es posible adivinar su solución.

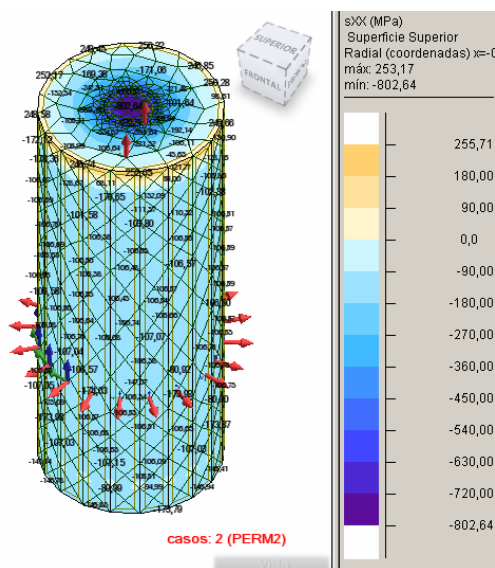
Se ha optado por soldar una placa a testa de 40 mm con un agujero central, que será el que permita el paso de los tendones. Esta solución puede ser realizada de dos maneras: la primera opción consiste en soldar la placa por dentro, con lo que estaremos trabajando con un cordón a tope frontal, que será poco dúctil. Si la soldadura se realizase con cordones, constituiría un grave problema, porque la capacidad quedaría muy mermada, y la manera de solucionar este inconveniente sería colocar unos rigidizadores interiores.

Otra opción es la consistente en disponer una placa exterior que se apoye sobre el extremo del tubo, con lo que conseguimos una placa mayor. Esta segunda solución, sin embargo, tiene un grave inconveniente, y es que queda vista, aunque, a cambio, es completamente segura.



{99} Tres propuestas para solucionar el detalle de las cabezas: el primer detalle, con soldadura a tope con preparación de aristas a 45°; abajo, con chapa frontal exterior y soldadura perimetral; en la columna izquierda, con rigidizadores interiores. (Imagen del autor)

En la última figura {100} de este apartado, se adjunta un mapa de tensiones del extremo de un tubo. En él se aplica una carga uniforme superficial, justo donde debería encontrarse el agujero. Esta zona no se revisará a tensión; por este motivo, aparecen tensiones de 800 N/mm^2 , bastante mayores que f_{yd} .



{100} Diagrama de tensiones normales del tubo bajo la acción del pretensado (1.000 kN) (Imagen del autor)

CONCLUSIONES

El pretensado de las vigas “góndola” del recinto ferial de Tortosa, constituye una tipología muy interesante de viga espacial pretensada. El uso de cubierta ajardinada constituye un “lastre” natural para la cubierta, que evita que las succiones que puede provocar el viento, invierta los esfuerzos del sistema. Tal como está planteada la estructura, la inversión de los esfuerzos no constituiría un problema, puesto que el cordón inferior además de ser resistente a las compresiones, está inmovilizado en el plano perpendicular al eje de la viga, entre nudos consecutivos. La solución consigue un lenguaje liviano y claro sin la introducción de diagonales, que produce un aspecto tranquilo al interior, alejándolo de otros lenguajes industriales, sin producir por ello un elevado coste en la cuantía del acero empleado.

El estudio de la relación del canto, con la luz, teniendo siempre por referencia la carga aplicada, sería sin duda un trabajo interesante a desarrollar, aplicando o no fuerzas de pretensado. Dentro de este estudio sería razonable plantear trabajar únicamente con tendones en el cordón inferior, consiguiendo reducir aún más su cuantía.

Propuesta de cubierta alternativa para el Espanyol.

Arquitectos: Reid Fenwick, Esteve Gasulla y Joan Tusquets. Propuesta de cubierta a cargo de BOMA S. L.

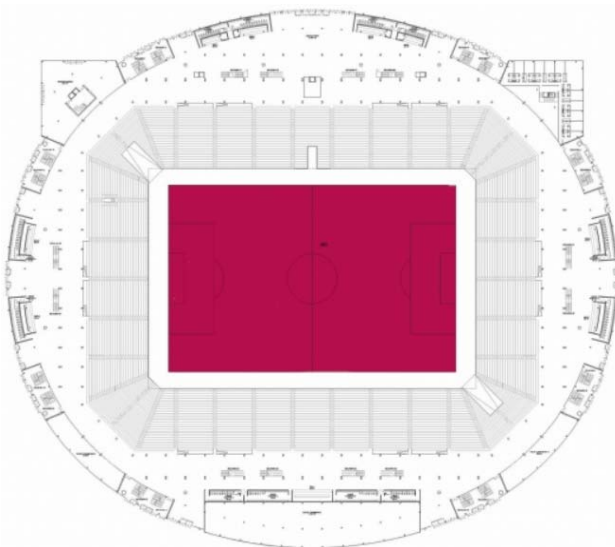


{101} Vista general de la propuesta que no fue realizada. (www.boma.es)

INTRODUCCIÓN

En el año 2003 comenzaron las obras del nuevo estadio del Espanyol. Hacía seis años que el equipo de fútbol jugaba en Montjuïc, en el estadio Lluís Companys, porque el club consideró que era una buena salida vender su antiguo estadio de Sarrià, cambiar de ubicación y construir uno nuevo. En 2009, doce años después, el Espanyol estableció su nueva sede en unos terrenos, propiedad del club, situados en unos terrenos, propiedad del club, situados en Cornellà y cercanos a las rondas de Barcelona, con mejores accesos que los del campo anterior.

El estadio, cuatro estrellas según denominación de la UEFA, tiene capacidad para 37.751 / 40.500 espectadores (la segunda cifra corresponde a una futura ampliación, prevista sin necesidad de grandes obras). El estadio presenta planta oval exterior, aunque el interior está formado por cuatro gradas a la manera tradicional. Es un campo que resulta de unas medidas muy adecuadas para la cantidad de aficionados con que cuenta el equipo: aunque acudan pocos espectadores, los jugadores sienten la cercanía de estos aficionados, seguramente porque las bandas son estrechas y acercan las butacas a los jugadores. Los socios, después de haber pasado por el estadio Lluís Companys, que alberga una pista de atletismo perimetral que los aleja de sus jugadores, han aplaudido este cambio.



{102} Planta definitiva del estadio.(www.rcdespanyol.com)

La cubierta actual, que se corresponde sensiblemente con la del proyecto, fue diseñada por Arup-Sport, una división de la compañía con sede en Londres, dedicada únicamente al diseño de espacios deportivos. La estructura cuenta con cuatro vigas, dos largas y dos cortas, que son tangentes a las cuatro bandas del campo de fútbol; así que dan apoyo a la grada por la parte interior, mientras que la exterior queda soportada directamente sobre las jácenas portagradas y por los pilares de hormigón.

Al lado del estadio, además, se ha construido un centro comercial, que ha impulsado esta zona, hasta ahora segregada de L'Hospitalet, y la ha convertido en un nuevo foco laboral y social de la ciudad.



{103} Vista interior del estadio en la actualidad. (www.boma.es)

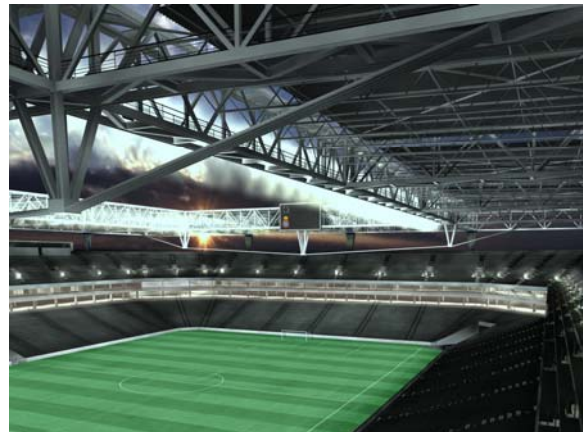
En el año 2003, cuando las obras acababan de dar comienzo, la empresa constructora DRAGADOS solicitó a BOMA una propuesta de cubierta diferente a la actual, con el objetivo de intentar reducir su coste y su tiempo de ejecución. El resultado se concretó en una estructura formada por cuatro vigas espaciales en celosía, iguales dos a dos. Las vigas de las porterías serían pretensadas, con lo que se consigue una reducción del coste, y aportando un lenguaje menos plano y una mejora en el tiempo del proceso constructivo.

DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA

La propuesta parte de dos vigas espaciales tubulares, una sobre cada línea de gol. Estas vigas tienen un canto total de 5.000 mm y una base de 2.500 mm. Dentro de ellas se encuentran unas pasarelas de mantenimiento, que son capaces de soportar focos y pancartas. Bajo su cordón inferior, se colocan tres tornapuntas espaciales de 6,8 m de canto máximo, con un descuelgue de 5,0 m en los espacios intermedios. Estas medidas se han de sumar al canto inicial; así pues, el canto máximo en el punto medio será de 11.800 mm. La longitud total de estas vigas es de 156 m cada una, lo que se corresponde con la suma de dos gradas más una banda.⁷

Coincidiendo con los ejes de los dos tornapuntas, distintos al central, se colocan otras vigas, también tubulares y espaciales, en forma de cajón. Estas vigas tienen asimismo 5.000 mm de canto. La longitud total esta vez es de 196 m; es decir, casi dos manzanas del ensanche barcelonés sin juntas de dilatación. Al ser una viga biapoyada en los extremos y apoyada en las otras dos, se convierte en viga continua de tres tramos, con una relación de luces de 1 : 3 : 1 aproximadamente, aunque su

comportamiento, como se podrá ver a lo largo del capítulo, no origina momentos positivos en los tramos primero y último.

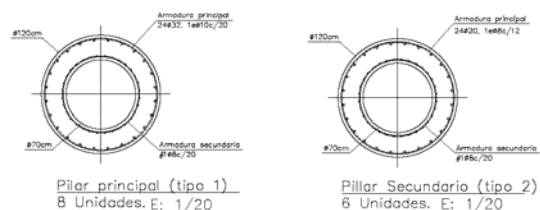


{104} Aspecto bajo la cubierta de la propuesta no realizada. (www.boma.es)

Transversalmente a estas cuatro vigas, se disponen cuchillos tipo Warren biapoyados, que únicamente estabilizan las vigas perimetrales exteriores, paralelas a la fachada. Estas vigas planas están inclinadas hacia la fachada con el objetivo de crear las pendientes de la cubierta de una forma natural. Perpendicularmente a estos cuchillos, y siempre coincidiendo con un nudo de los mismos, se disponen correas simples a modo de viga continua, que dan apoyo directo a la chapa de cubierta. En el perímetro se colocan ocho pilares de hormigón armado, que tienen forma anular, de 120 m de diámetro. Estos megapilares, que se vacían por dentro con un sistema de EPS, pues así se trabaja mejor y se ahorra material, son los que dan soporte a las grandes vigas. Asimismo, hay otros seis pilares, más sencillos, que sirven para reducir la carga de los ocho primeros.

Así pues, la cubierta se entiende como la conjunción de 14 cuadrantes casi perfectos, cuatro de los cuales (los de las esquinas) se encuentran huecos, por petición del equipo redactor, aunque pueden cubrirse en un futuro si el presupuesto lo permite. En realidad no fueron desarrollados porque la propuesta no llegó a aceptarse.

De este modo, se consigue una estructura que se apoya libremente sobre los pilares, permitiendo que se dilate fácilmente sobre ellos mediante *bearing-pots*, unos sistemas que se utilizan con mucha regularidad en viaductos y grandes obras de carreteras.



{105} Propuesta de pilares aligerados. (Anteproyecto, Imagen del autor)

⁷ AA. VV. *Guía de ponencias del "1.º Congreso de Consultores de Estructuras"*. Associació de Consultors d'Estructures, 2006.

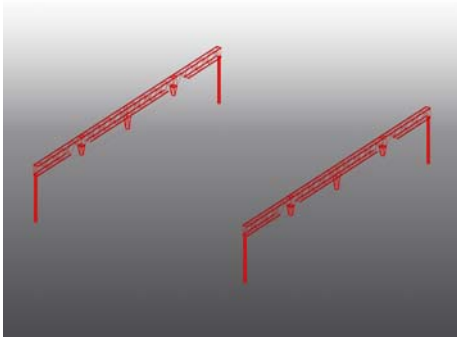


Figura.-{106}

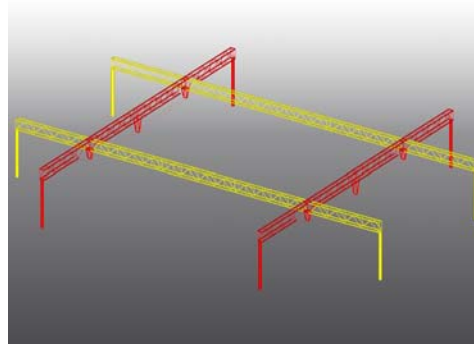


Figura.-{107}

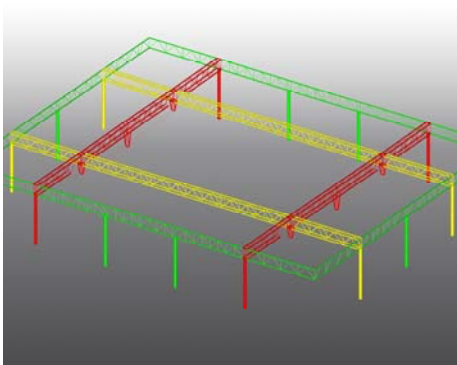


Figura.- {108}

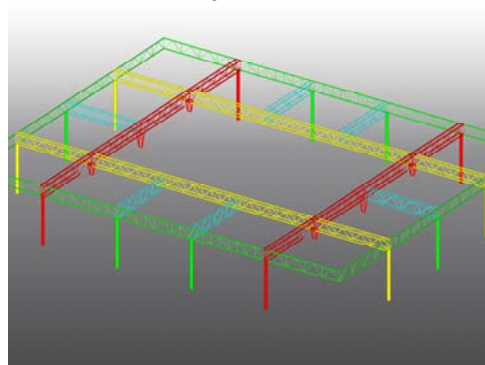


Figura.-{109}

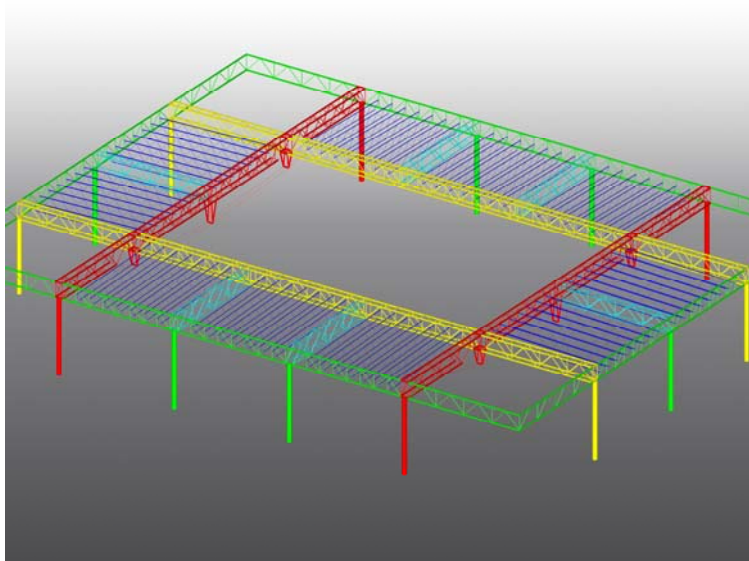
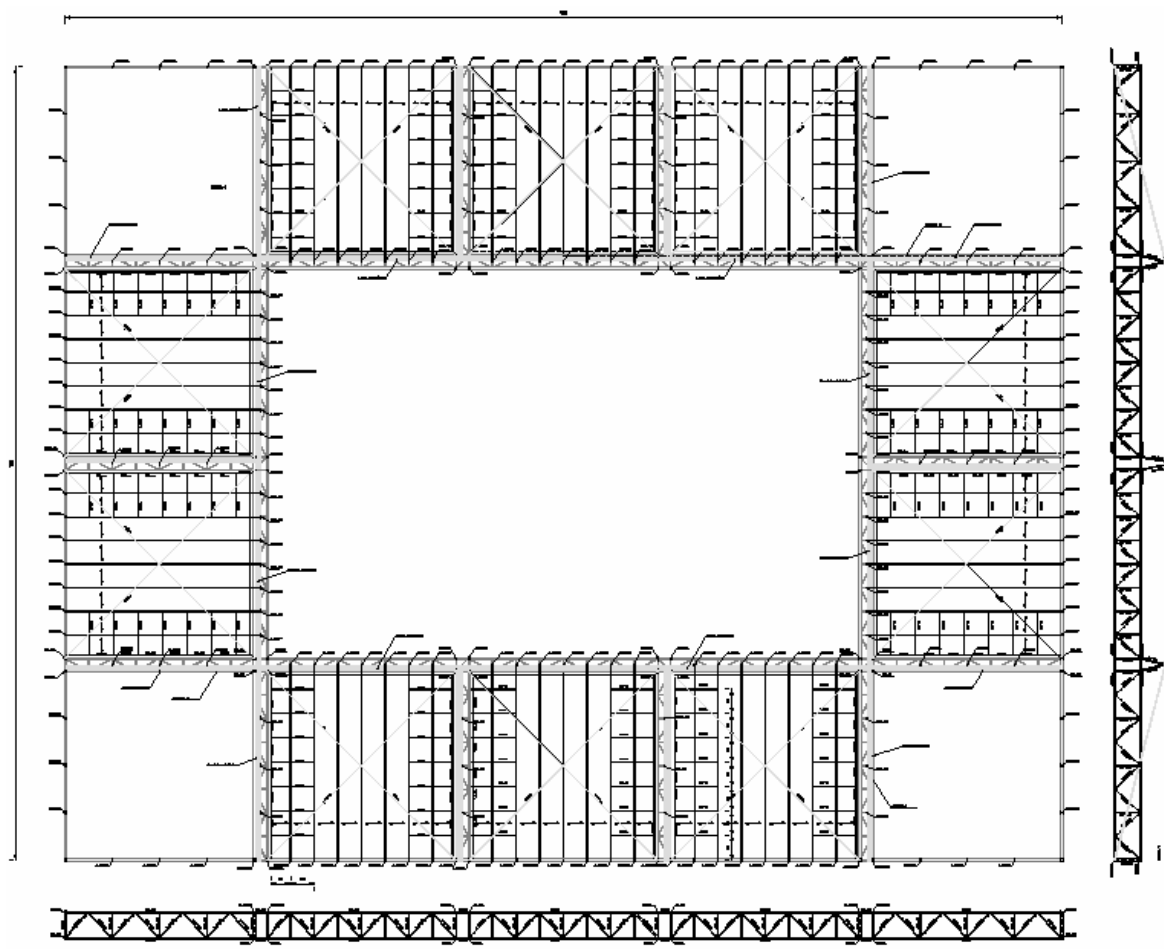


Figura.-{110}

- {106} Se trata de dos vigas Fink espaciales, de 160 m de luz, que presentan dos debilitamientos para que la viga funcione como tal. Estas vigas recibirán el pretensado. (Imagen del autor)
- {107} En la dirección larga, se disponen dos vigas espaciales "principales" de 205 m y canto constante. (Imagen del autor)
- {108} En la fachada, se coloca una viga simple más sencilla, donde se pueden disponer pilares. (Imagen del autor)
- {109} Existen unas cerchas espaciales que controlan el pandeo lateral del cordón comprimido. (Imagen del autor).
- {110} Por último, una perfilera simple cubre las gradas. (Imagen del autor)



{111} Propuesta de la cubierta alternativa. En los costados, abatidos, los alzados de las cuatro jácenas principales. (Imagen del autor)

La propuesta tenía una clara ventaja sobre la que finalmente se llevó a cabo: trabaja con un canto de 11,8 m en vez de hacerlo con 6 m. Así, con un canto de más del doble, la cuantía del acero decrece necesariamente. El único inconveniente era que la visión podía quedar limitada; sin embargo, se verificó que no había problemas de interferencia con la visión de ningún espectador, por lo que la solución era aceptable.

También presentaba una mejora sustancial: se precisaban tan solo cuatro puntales, menos largos que los que se iban a emplear, y quedaban situados en las bocas, allá donde no había gradas. Así, las gradas podían adelantarse sin problemas, mientras que la cubierta se iba completando. La única desventaja era el consistente en pretensar la estructura a una altura considerable, aunque se podía aprovechar la pasarela de mantenimiento.

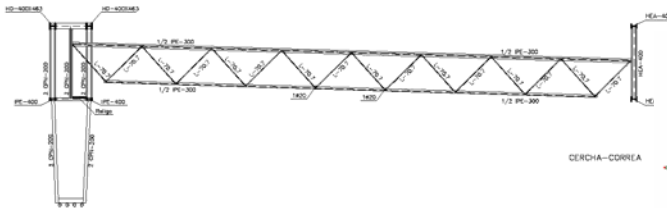
Es necesario comentar, en este punto, cuál fue el sistema de tesado que se planteó. Como los tornapuntas eran muy rígidos, se previó un elemento desviador suficientemente resistente que permitiese a los diferentes tendones patinar sobre él en fase de tesado; es decir, que hacía falta una camisa. De esta forma, se les libraría de esfuerzos

parásitos que no harían más que sobredimensionarlos, con su correspondiente coste. Una vez acabado el tesado, se atornillaba una pieza por la parte inferior que los aprisionaba, ligándolos íntimamente al mástil y haciéndolos trabajar solidariamente a partir de la fase siguiente a la de tesado. Así, se conseguía que, en adelante, el tendón dejase de patinar y que respondiese convenientemente al entrar en carga, trabajando conjuntamente con la viga. Esta solución se había empleado con éxito en el pabellón de baloncesto de Badalona, hacía entonces doce años; la única diferencia es que en Badalona quedaba situado en el interior, mientras que en Cornellá era exterior y se encontraba a pocos kilómetros de la costa.

También se acudió a soluciones conocidas en Badalona, como la de desviar los tendones al llegar a los extremos, con lo que se facilita la unión con los extremos, gracias a la incorporación de cuatro cabezas en cada extremo de viga, y se pueden emplear gatos de menor calibre, más razonables y menos pesados.

Uno de los problemas de mayor complejidad que presentaba la solución era la de dar soporte a los cuchillos sobre las vigas tubulares. Lo lógico era

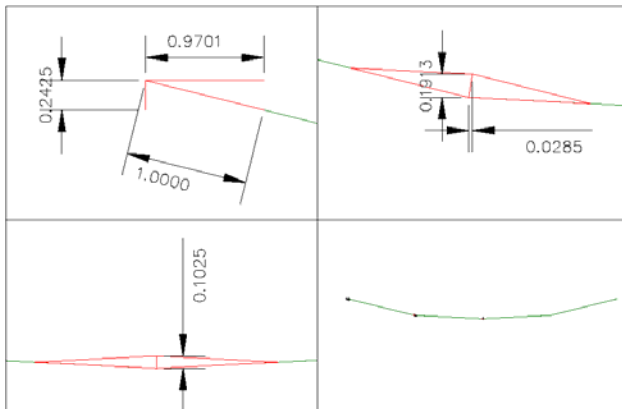
apoyarlas en el eje de la viga, evitando así la torsión. Esta decisión suponía una perfilera auxiliar que, además, debía resistir los empujes laterales del viento, por lo que se desestimó y, finalmente, se trabajó con las torsiones. Otro problema relevante era que la viga exterior de la fachada quedaba sin traba frente a pandeo lateral.



{112} Problema de la unión del cuchillo con las vigas laterales. Para evitar la solución que se expone arriba, se calculó la torsión de la viga principal, haciendo los cuchillos más cortos, uniéndolos directamente con los cordones superiores, tanto con el de la viga interior como con el de la fachada. (Imagen del autor)

ANÁLISIS

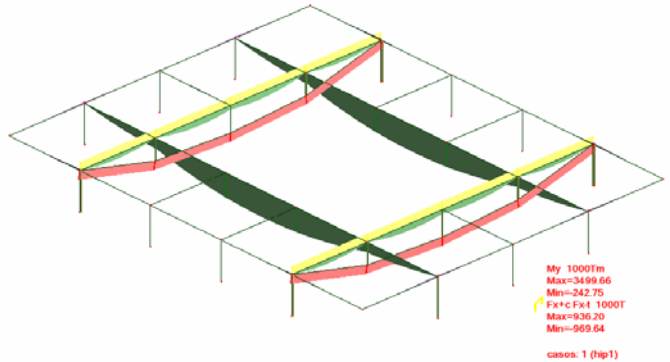
Para simular el efecto del pretensado sobre los cordones se ha acudido a introducir en el modelo decrementos de temperatura en las barras inferiores, provocándoles así un acortamiento, tal como se ha venido haciendo en otras estructuras similares en este capítulo. Abajo se muestra la descomposición de fuerzas que se produce en cada nudo, para una carga unitaria: se plantean las reacciones del nudo de la izquierda y se hace lo mismo en el resto de nudos, sabiendo que el cordón solo puede transmitir tracción en la dirección de su eje.



{113} Descomposición de esfuerzos en cada nudo, por el efecto del pretensado. (Imagen del autor)

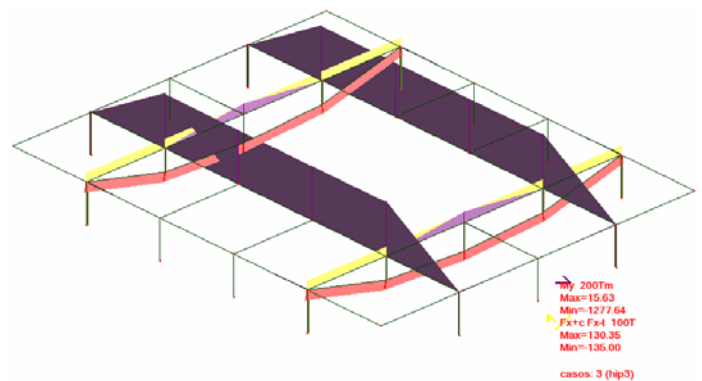
El comportamiento de la estructura de la cubierta se puede entender de la manera que se explica a continuación: las dos vigas largas tendrán

momentos positivos bajo acciones gravitatorias, que se descompondrán en tracción abajo y compresión arriba (marcadas en verde). No hay, sin embargo, momento negativo, porque las vigas de las porterías ceden, resultando menos rígidas que un apoyo fijo. Las vigas Fink, por su parte, tendrán algo de momento positivo (verde), así como compresión arriba y tracción abajo, como es lógico.



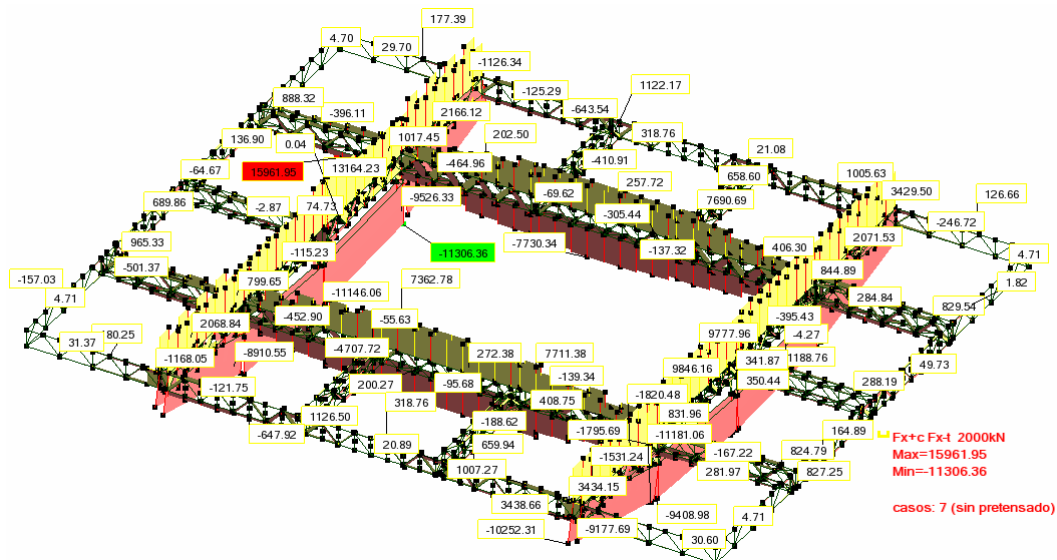
{114} Comportamiento esperado de las grandes vigas del conjunto bajo acciones gravitatorias. (Imagen del autor)

En la imagen inferior, se muestra el efecto esperado bajo acciones, esta vez, del pretensado. Las vigas largas tendrán flexión negativa de punta a punta, traccionándose sus fibras superiores y comprimiéndose las inferiores: es como si aplicásemos dos cargas concretas verticales ascendentes en cada unión con las otras. Las vigas cortas tendrán algo de flexión negativa (en lila), que contrarrestará parcialmente el momento anterior. La tracción se quedará en el cordón inferior y el cordón superior sobrecomprimirá al superior, esfuerzos que se superpondrán con los del caso anterior.

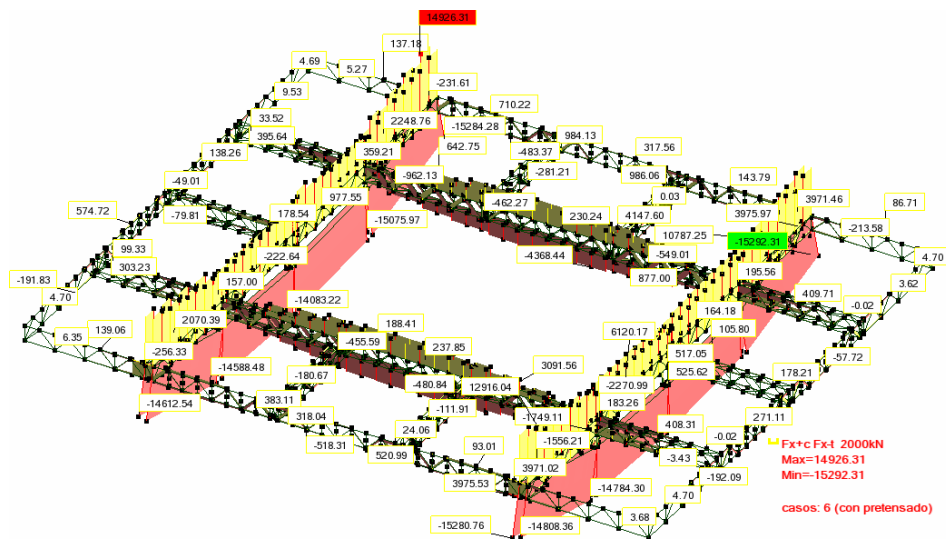


{115} Comportamiento esperado de las grandes vigas del conjunto bajo efecto del pretensado. (Imagen del autor)

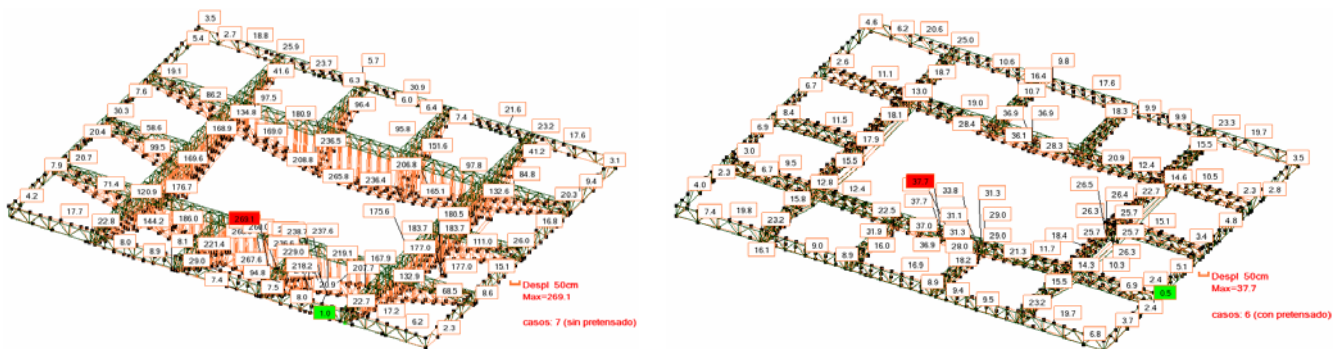
Todas las anteriores intuiciones, expresadas en un modelo espacial, quedarán de la siguiente manera:



{116} Diagramas de axiles característicos para acciones verticales, sin consideración del efecto del pretensado. (Imagen del autor)



{117} Diagramas de axiles característicos para acciones verticales, considerando el efecto del pretensado. (Imagen del autor)



{118} Izquierda: Deformada de la cubierta sin pretensado. (Imagen del autor)

{119} Derecha: Deformada de la cubierta con pretensado. (Imagen del autor)

En las dos últimas imágenes se puede comprobar la recuperación de la deformación, gracias a las cargas activas, sin necesidad de aumentar los kilos de acero pasivo.

Pabellones 2.0, 3.0 y 4.0 de la Fira de L'Hospitalet.

Ramón Farrè-Escoffet e Isidre Vinyes, Arquitectos. Colaboración estructural Robert Brufau i Associats, s.a.



{120} Vista de pájaro de los pabellones. Son las tres naves de cubierta oscura. (Google Maps)

INTRODUCCIÓN Y DESARROLLO

En 1999 comenzaron los trabajos de dos proyectos, que utilizaban un modelo de nave con una extensión de 100.000 m²: son las naves 2.0, 3.0 y 4.0 de la Fira de L'Hospitalet. Estos proyectos fueron desarrollados por el despacho de los arquitectos Ramón Farrè-Escoffet e Isidre Vinyes, Projectes Urbans. El módulo original está formado por una pastilla de 50 x 103m² y se apoya en tan solo ocho soportes. Sin duda, el proyecto podría haberse resuelto sin apoyos centrales. Un ejemplo parecido lo tenemos en la feria de Hannover, que cubre una luz de 100 m sin más apoyo que las fachadas; sin embargo, los pilares centrales no interrumpen el programa, sino que más bien lo ordenan y, además, reducen drásticamente el coste. Es muy importante tener en cuenta que las instalaciones, que presentan un peso notable, se disponen en cubierta justo en el centro de la nave, allí donde hay pilares.⁸

La estructura se organiza según las viñetas de imágenes que se incluyen en la página siguiente. La nave tiene una cubierta prácticamente plana, pues resuelve el desagüe mediante un sistema patentado por Heberit. Este sistema se basa en utilizar la gravedad del agua para conducirla al alcantarillado. Es por este motivo por el que la cubierta no debe experimentar excesivas deformaciones, de modo

que el tubo de desagüe quede lo más horizontal posible, aceptando, eso sí, ligeras tolerancias.

En fase de obra, la dirección facultativa presenta una propuesta de pretensado de los dos pórticos principales, cambiando el cordón inferior tubular traccionado pasivo por una vaina que alojará unos cordones de 0,6': tales cordones se pretensarán cuando la chapa esté dispuesta en la cubierta. Para poder hacer estos trabajos, se disponen en las fachadas terminales activos, mientras que en el tercio central de la nave, por tratarse de una viga continua, quedan los terminales pasivos. El cambio de sistema obtiene una reducción de 5 kg/m², porque la reducción afecta a los pórticos principales; los demás elementos estructurales, por su parte, se mantienen igual. Esta reducción puede parecer intrascendente; sin embargo, 100.000 m² a 5 kg/m², son 500.000 kg, y, si estimamos un precio de 2,5 €/kg, obtendremos la no tan intrascendente cifra de 1.250.000 €.

⁸ <http://www.m1441arquitectura.com>

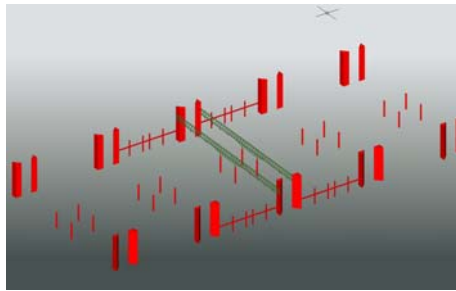


Figura.-{121}

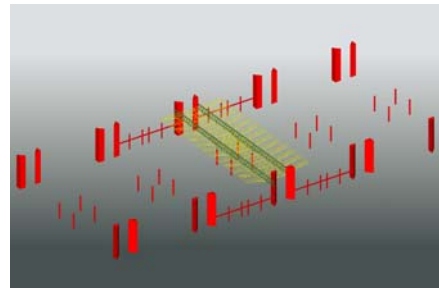


Figura.-{122}

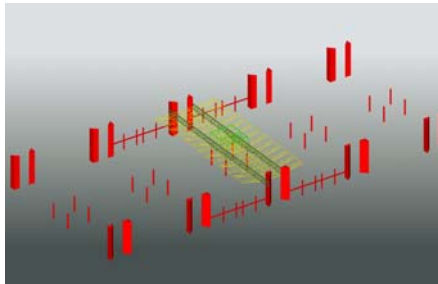


Figura.-{123}

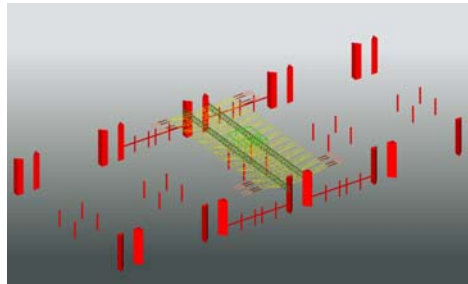


Figura.-{124}

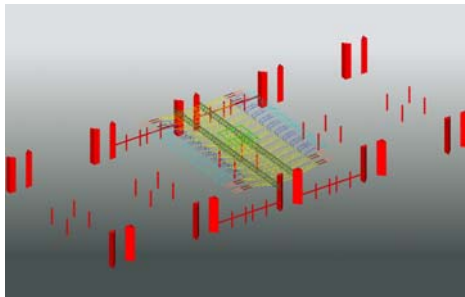


Figura.-{125}

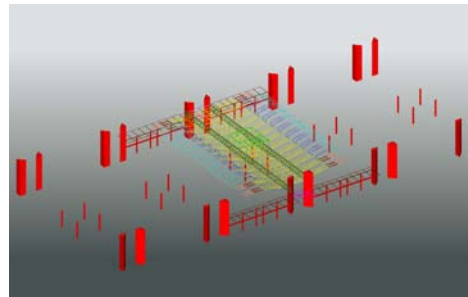


Figura.-{126}

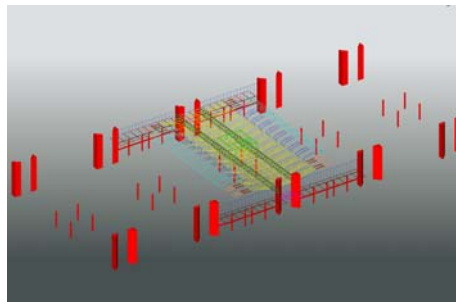


Figura.-{127}

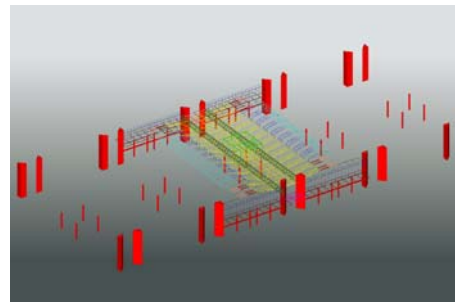
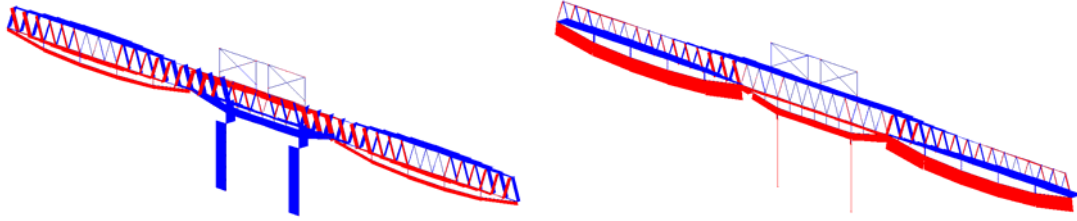


Figura.-{128}

- {121} En rojo, elementos de hormigón: 4 pilares centrales separados entre sí 13 m, 4 núcleos separados 13 y 80 m, y pilares y vigas de fachada. En verde oliva, las dos vigas principales pretensadas, de 3 m de canto. (Imagen del autor)
- {122} En amarillo, 13 pórticos transversales espaciales, formados por dos voladizos de sección variable y una pieza central de sección constante triangular. (Imagen del autor)
- {123} En verde brillante, en el centro, el núcleo, que sirve de soporte para las instalaciones. (Imagen del autor)
- {124} En doble color marrón: las vigas fugadas de cubierta, cerca de las fachadas. (Imagen del autor)
- {125} En dos tonos de azul, las lenticulas para materializar los lucernarios. (Imagen del autor)
- {126} Los voladizos laterales contrapesados, que se disponen por todo el perímetro de las naves. (Imagen del autor)
- {127} Las fachadas laterales para cerrar la nave. (Imagen del autor)
- {128} Las vigas contraviento de fachada. (Imagen del autor)

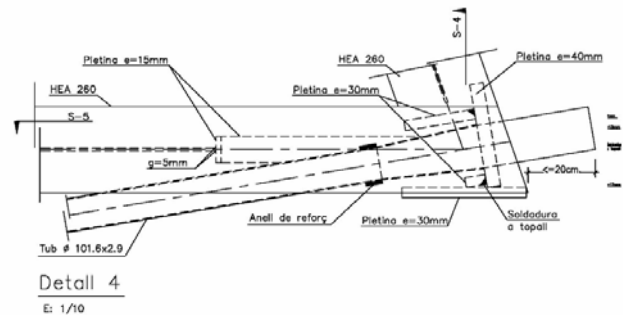


{129} En la figura de la izquierda, diagrama de esfuerzos axiales de las vigas principales bajo cargas gravitatorias verticales. En la figura de la derecha, efecto del pretensado sobre la misma viga: el cordón superior se tracciona un poco para después comprimirse; sin embargo, el intermedio se comprime en mayor medida para después traccionarse. El cordón central inferior se pretracciona y después se comprime, mientras que el superior central se comprime para después descomprimirse. Las diagonales también consiguen un efecto inverso. Se tuvo especial cuidado en comprobar que las diagonales que habían sido diseñadas a tracción no se comprimiesen por efecto del pretensado, ya que podían adquirir una esbeltez inadmisibles en cualquier fase. (Imagen del autor)

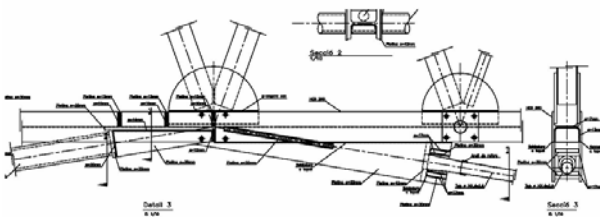


{130} Vista interior de uno de los pabellones. (www.boma.es)

Las acciones de pretensado consiguen un control directo sobre las deformaciones y un cambio cualitativo en las leyes de esfuerzos. Uno de los mayores problemas que surgió, a la hora de diseñar los anclajes, fue la falta de normativa para poder completar el diseño. La norma EA-95 no aborda estructuras metálicas pretensadas y la única publicación que dice algo al respecto es *La Estructura Metálica hoy*, de Ramón Argüelles, una obra de contenido excelente, aunque con un título que ha quedado un tanto obsoleto; ya que al cabo de dos años, salió a la venta una nueva edición con formulación para el Eurocódigo.



{132} Terminal activo: es el punto más delicado de la viga. En la parte inferior se dispone una pletina de 30 mm para dar apoyo al sistema. La chapa de 40 mm casi vertical y los rigidizadores ortogonales interiores reciben la fuerza de postensado. El alma del perfil en doble "T", que hace de perfil intermedio, se interrumpe y precisa de una pletina de 15 mm a modo de anillo que lo refuerza y permite el paso de la vaina. (Imagen del autor)



{131} Terminal pasivo: se procura que los ejes se corten en el punto donde prevé el modelo ideal. Se colocan dos chapas en forma de triángulo y, a una distancia prudente para poder enfilear los tendones, se sitúa una chapa inclinada que refuerza el interior. (Imagen del autor)

Iglesia Romana-Católica St John Brebeuf en Niles.

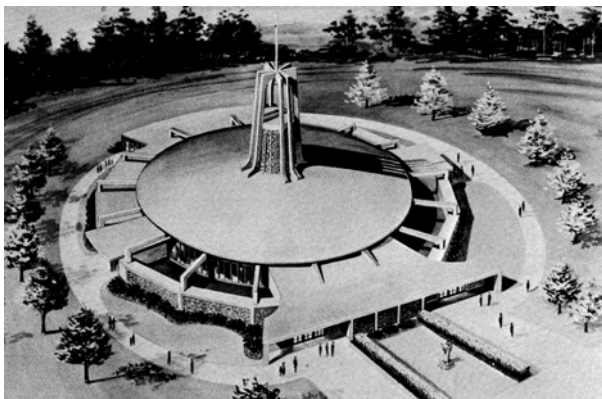
Diseño estructural a cargo de Rogers-Cohen-Barreto-Marchertas, Consulting Structural Engineers, Chicago.



{133} Vista del exterior de la iglesia en el año 2009.(Google Maps)

INTRODUCCIÓN

En 1966, hace ahora cuarenta y cinco años, ya se utilizaban métodos de pretensado de estructuras metálicas. La solución fue aplicada con éxito en un edificio religioso de la ciudad de Niles, en el estado de Michigan, Estados Unidos. El edificio no encontró, en palabras de su autor, otra solución eficaz para resolver un problema de estabilidad general y de proceso constructivo.⁹



{134} Imagen del proyecto de Rogers-Cohen-Barreto-Marchertas. (Rogers,Paul. 1967)

⁹ SHAH, MANU. Discussion: A Prestressed Steel Space Frame Paper presented by PAUL ROGERS (April 1967 Issue) "The author believes that prestressing was an absolute necessity." ROGERS, PAUL. A prestressed Steel Space Frame. AISC ENGINEERING JOURNAL. "To satisfy the architectural requirements, several conventional framing systems were tried but found to be unsatisfactory. Neither conventional steel framing, such as rigid frames or trusses, nor reinforced concrete construction provided a satisfactory solution. A prestressed, preloaded, steel space frame was found to provide a light, yet strong and economical dome structure suitable to the architectural design."

EXPLICACIÓN DEL EDIFICIO

El edificio religioso tiene una planta circular. Esta solución no era muy habitual en la época en la que fue construido. La solución en planta de altar y una o más naves es más común, pues consigue una relación coste-visuales mejor. También cabe comentar que es una solución avalada por miles de años de experiencia. Así pues, la planta circular plantea una posición de los feligreses más unitaria, envolviendo parcial o totalmente al sacerdote. Sin embargo, la estructura plantea problemas de un nivel mayor, sobre todo si se quiere resolver con elementos estructurales radiales.

La solución estructural elegida es la de un cono truncado en el óculo, punto que permite la entrada de luz en el interior, con un diámetro en planta de casi 55 m. En el óculo se sitúa una torre con una gran cruz en la cubierta, que, en total, alcanza los 75 pies sobre la misma, casi unos 22 m. El diámetro de la base de la torre es de 30 pies; es decir, unos 9,10 m.

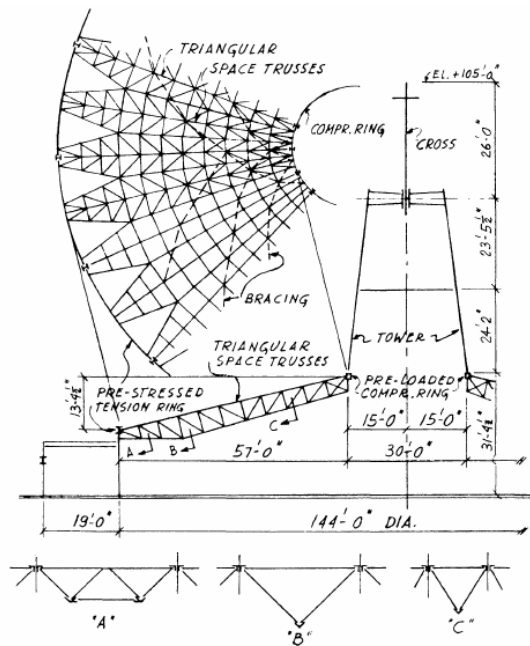
El altar no se ha colocado en el centro, sino que ocupa una posición más retrasada, para evitar así que el sacerdote quede de espaldas a algunos feligreses.

ESTRUCTURA DE CUBIERTA

Para completar la estructura de la cubierta, el equipo estructural dispuso una serie de vigas espaciales que tienen secciones variables. Así, en su punto más céntrico, allá donde da soporte a la torre, la sección transversal tiene forma de triángulo invertido; mientras que en los otros extremos, en las fachadas, la sección transversal se conforma como

un trapecio, de modo que la base menor queda situada hacia abajo. Como se trata de un sistema próximo al de una cúpula, se disponen dos anillos: el exterior, de tracción, y el interior, sobre el que se apoya la torre, de compresión-torsión.¹⁰

El anillo de tracción está resuelto mediante una viga en doble T, mientras que el de compresión-torsión central está formado por una sección tubular cuadrada, precisamente para responder al estado torsional con eficacia.



{135} Planta y secciones transversales de la solución de la cubierta. (Rogers, Paul. 1967)

El sistema propuesto puede ser equivalente al basado en el esquema del arco triarticulado: dos articulaciones en sus extremos o apoyos, y una central en la clave. Este sistema está suficientemente probado con éxito en muchos edificios y no presenta problemas de estabilidad. Sin embargo, al colocarle una torre tan alta en el óculo, el problema ya no es el de un arco triarticulado. La torre fue pensada con un sistema de vigas exteriores, con el fin de dejarla hueca casi en su totalidad, favoreciendo su vista interior y el paso de la luz. En la cubierta, allá donde se apoya la torre, hay un sistema de ocho vigas que sujetan la base de dicha cruz, justo en el centro de la cúpula.

Cuando el viento sopla intensamente, la torre origina desequilibrios de esfuerzos en la cúpula, generando acciones asimétricas. Su peso propio es escaso, porque iría en contra de la estabilidad de la cúpula; así que, cuando el viento sopla, hay unos pilares de esta torre que causan compresiones y

otros, los opuestos, tracciones. Este mecanismo es el que moviliza las torsiones en el anillo interior.



{136} Vista interior de la iglesia. (<http://www.theknot.com/contests/my-real-wedding/photo/151866/matt-and-anettas-wedding>)

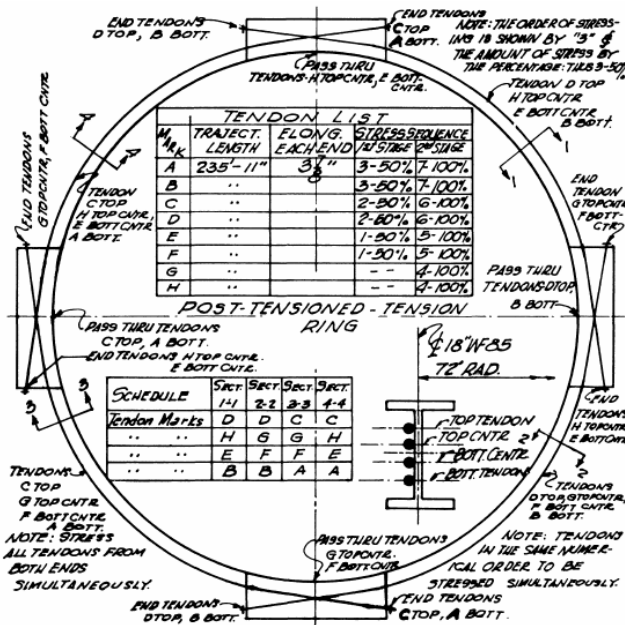
Así, el sistema podría convertirse en un esquema de cuatro articulaciones, puesto que el óculo tiene una dimensión de 9,1 m de diámetro, con el consiguiente riesgo de colapso. Los ingenieros encargados de su estudio concluyeron que la única solución posible, para que el edificio no colapsase, era la de pretensar su anillo exterior, precomprimiendo la cúpula.

EXPLICACIÓN DEL PROCESO CONSTRUCTIVO

En el presente apartado se aborda la forma de construir el edificio. En primer lugar, se colocó toda la estructura de la cúpula, incluidos sus dos anillos: el exterior y el interior. Antes de emplazar la chapa de cubierta o cualquier elemento de la torre, se dispusieron bidones de aceite de gran tamaño rellenos de arena, suspendidos del anillo interior, simulando el peso propio de la torre. Más tarde, se colocaron 4 x 4 tendones de acero que envolvían el exterior de la cúpula, en el anillo exterior traccionado, y se organizaron en cuatro trazados para evitar pérdidas de rozamiento.

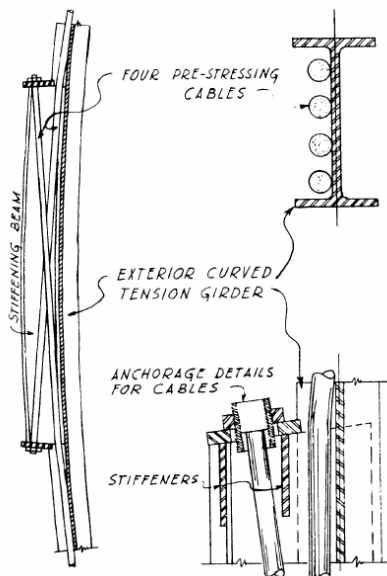
Una vez que la estructura estaba cargada, se procedió a colocar la chapa de cubierta y la torre; sin embargo, cada vez que se disponía una fracción de carga importante, se retiraba una cantidad de arena equivalente, consiguiendo en todo momento que la cúpula mantuviese los esfuerzos internos inalterados.

¹⁰ TOCHACEK, MILOSLAV. GENE AMRHEIN, FRANCIS. *Wich Design Concept for Prestressed Steel?* AISC ENGINEERING JOURNAL.



{137} Esquema del pretensado exterior de la cúpula. (Rogers, Paul, 1967)

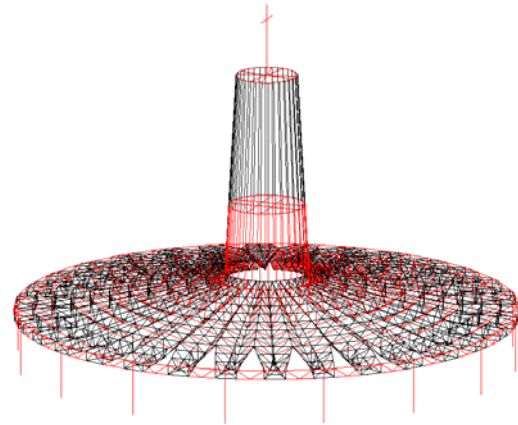
De este modo, no hubo más que medir los elementos frente a la acción del viento, previendo para el interior una sollicitación compuesta de torsión y flexión, tal como se viene explicando a lo largo del capítulo.



{138} Detalle del pretensado del anillo exterior. (Rogers, Paul, 1967)

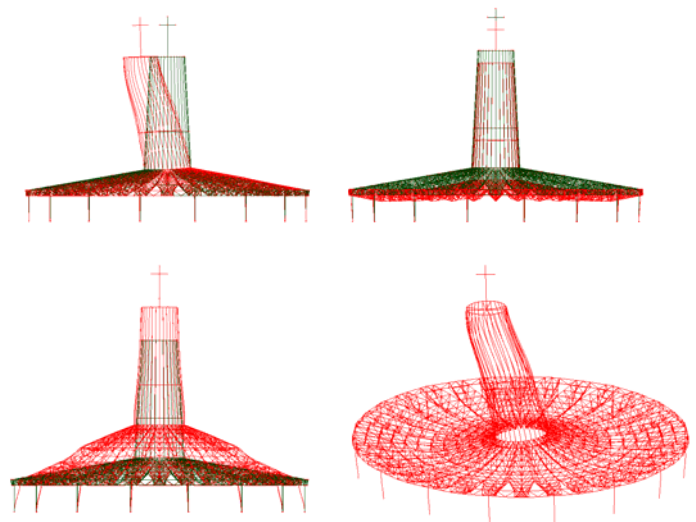
ANÁLISIS DE LA ESTRUCTURA

Con el fin de entender todo lo explicado por el autor de la estructura del edificio, recogido en el presente capítulo, se ha querido confeccionar un pequeño modelo que ilustre el problema de una forma gráfica. Las dimensiones, al igual que los pesos, son aproximados; ya que en ningún momento se ha pretendido valorar la idoneidad del dimensionado específico de secciones.



{139} Modelo de cálculo en entorno Autocad. (Imagen del autor)

Las cargas aplicadas en el modelo de cálculo son de $1,00 \text{ kN/m}^2$ sobre la cúpula, y de $0,30 \text{ kN/m}^2$ en la fachada de la torre. Además, se ha considerado un viento de $1,0 \text{ kN/m}^2$ de presión de referencia, aplicando los correspondientes coeficientes de presión y de succión en cada dirección de plano. No se ha considerado el viento sobre el cuerpo bajo, porque existe una subestructura exterior que lo protege.

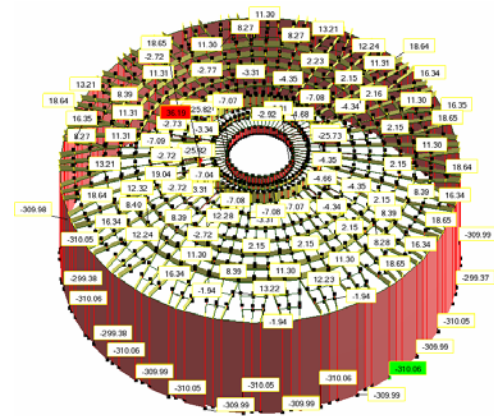


{140} Diversas deformadas de la estructura ante los diferentes casos: Viento, Peso propio de la torre, Efecto del pretensado y deformación final de todas las hipótesis. (Imagen del autor)

Al tener la cúpula una forma de sección variable, el comportamiento de los arcos es diferente: unos en compresión y otros a tracción, siempre que hablamos del axil producido por el efecto del pretensado. Cabe decir que el anillo interior únicamente arriestra el nivel de cubierta, tal como se puede apreciar en la fotografía {136} y en la sección {135}. Al tratarse de un cono, lo que ocurre es que, unido a los efectos que se han comentado antes, el anillo interior se tracciona, en vez de comprimirse. Lo que sí sucede es que asciende, contrarrestando la deformación final; así que la precarga tiene sentido.

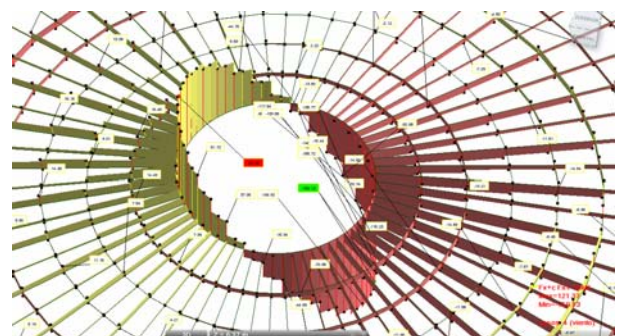


{141} Diagrama de axiles de los anillos superiores en la hipótesis de cargas verticales (rojo: tracción, amarillo: compresión) (Imagen del autor)



{142} Diagrama de axiles de los anillos superiores en la hipótesis de pretensado. Nótese la tracción en el anillo central. (Imagen del autor)

En las imágenes {141} y {142} se pueden observar las variaciones de esfuerzo axil en las hipótesis comentadas. Los axiles asimétricos resultantes en la hipótesis de viento sobre la torre se muestran en la imagen {143}. Por último, procede significar que el efecto del pretensado repercute directamente sobre los cordones superiores y no afecta a los elementos inferiores.



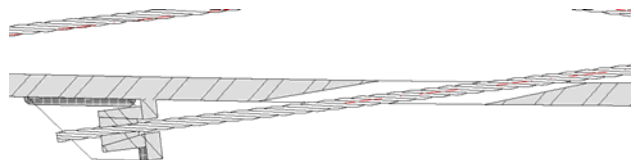
{143} Diagrama de axiles en la parte central bajo la acción del viento sobre la torre. (Imagen del autor)

Propuesta de anillo de tracción para la cúpula de las Arenas. Alonso-Balaguer, Richard Rogers Arquitectos. Colaboración estructural Rafael Casals i Bohigas, Ingeniero.

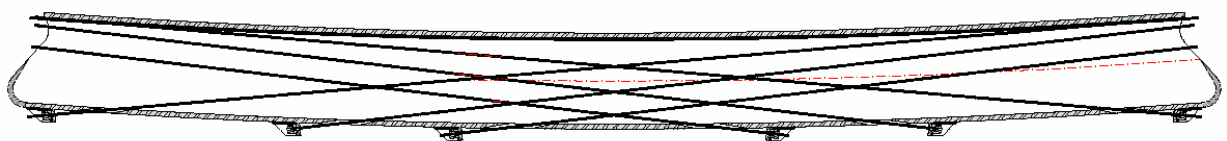
BREVE RESEÑA

Como continuación y complemento al ejemplo anterior, adjunto un pequeño apartado sobre el pretensado de la cúpula de las arenas, solución que no fue llevada a cabo, seguramente por el impacto que tenía en el exterior del tubo. La propuesta fue planteada por Rafael Casals y Bohigas. Cuando supo de la cúpula me propuso pretensar el cordón exterior traccionado con el objetivo de reducir los kilos de acero y de reducir las deformaciones acumuladas por la cúpula en el proceso constructivo.

Tal como se hizo en el edificio anterior, la propuesta pretendía, mediante cuatro cuadrantes, reducir los efectos de rozamiento, consiguiendo una solución más eficaz.



{144} Posible detalle de uno de los terminales. (Imagen del autor)



{145} Propuesta de cruce de tendones en uno de los cuatro cuadrantes. (Imagen del autor)

Pabellón de los Descubrimientos (Expo-92)

J. Feduchi y A. Lozano, Arquitectos. Colaboración estructural Esteyco.

INTRODUCCIÓN

En 1992, en la Península Ibérica sucedieron tres eventos mundiales de extremada importancia: las olimpiadas de Barcelona, la Expo de Sevilla y Madrid ciudad europea de la cultura, por no hablar del inicio del AVE como proceso integrador europeo en avanzados medios de transporte. Poco antes de la inauguración de la Expo, cuando todo apuntaba al éxito que finalmente el evento alcanzaría, saltó una noticia, apenas un mes antes de comenzar: uno de los cuatro pabellones temáticos no podría abrir sus puertas por un incendio accidental en fase de obra, que hizo imposible su adaptación, pues casi dos tercios de su interior quedaban prácticamente devastados.

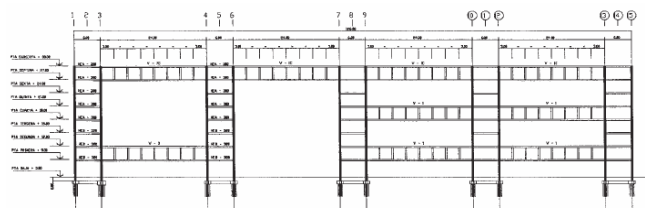
Se trata del Pabellón de los Descubrimientos, edificio que albergaba un IMAX (Sala Omnimax) y que tenía unas medidas descomunales: 126 por 66 metros cuadrados, sin juntas de dilatación; aunque siendo justos, cabe significar que los forjados tenían dos partes claramente diferenciadas para conseguir reducir los efectos de la dilatación. La estructura era metálica y sus espacios interiores planteaban salas de 24 x 24 metros cuadrados sin pilares intermedios. En el año 2008, el pabellón volvió a ser noticia, seguramente por última vez, porque se iniciaron los procesos de demolición, completados unos días más tarde, dejando aún más solitaria una Expo que hacía veinte años fue visitada por viajeros de casi todo el mundo.



[146] Imagen del edificio un mes antes de su inauguración. RUI-WAMBA, JAVIER. <http://www.esteyco.es/fixers/20062007150126.pdf>

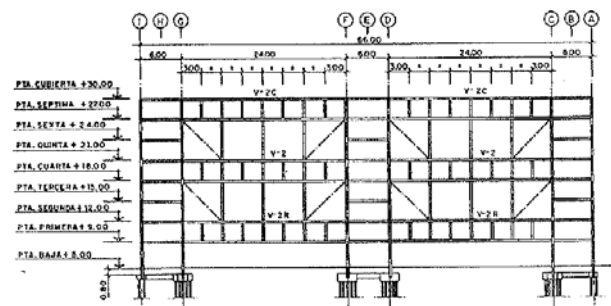
EXPLICACIÓN DEL PABELLÓN

Para la construcción de este pabellón se emplearon unas 3.000T de acero estructural, combinando elementos metálicos con elementos mixtos. La estructura se agrupa mediante parejas de pórticos que crean 15 torres de 6x6 metros cuadrados en planta. Todo el proyecto está modulado por una trama de 3m, por lo que las torretas quedan separadas entre sí 24 metros. Entre cada torreta existen unos pasillos de 6 metros de ancho que, con dos vigas Vierendeel, una en cada fachada, consiguen un lenguaje interior sin necesidad de diagonales, al menos en el interior de los pasillos.¹¹



[147] Sección longitudinal tipo del edificio. (RUI-WAMBA, JAVIER. Hormigón y Acero. Nº 196, Pág. 149)

Lo que parece claro es que una viga Vierendeel de 3 metros de canto y 24 metros de luz, que además soporta el espacio intermedio, no es un buen planteamiento, aunque colocar diagonales en sus cuadrantes mejorará la situación, pero no definitivamente. Así que la propuesta realizada por los ingenieros fue la de colocar unas barras pretensadas en familias de 4 unidades por encima de estas vigas, tal como se muestra en la imagen siguiente.



[148] Sección transversal explicativa del pretensado. (RUI-WAMBA, JAVIER. Hormigón y Acero. Nº 196, Pág. 149)

De este modo se conseguía eliminar la visión de las diagonales por dentro del pasillo y en el exterior del

¹¹ RUI-WAMBA, JAVIER. *Pabellón de los descubrimientos, expo'92. Proyecto constructivo y co-dirección de obra, 1989-1991.* Fundación ESTEYCO.

edificio. Las diagonales debían de ser pretensadas a medida que la construcción avanzaba.

El proceso de tesado se llevó a cabo en tres escalones de carga: 200, 300 y 450kN, representando las pérdidas de tesado del orden del 21, 14 y 7%. La deformación recuperada suponía unos 25mm. En palabras de sus autores, las barras se comportaron bien, a excepción de tres de ellas que rompieron súbitamente antes del incendio. La rotura fue analizada en laboratorios y se concluyó que fue producto de una esquirla de soldadura que cayó sobre cada uno de estos tendones, provocando una rotura súbita de los elementos. Fueron reemplazados sin mayor problema, puesto que el edificio no tenía sobrecarga de uso y disponía de un margen de carga muy amplio, por no mencionar el coeficiente de seguridad, que seguramente permitiría prescindir de un segundo tirante en cada grupo dañado.



[149] Proceso de pretensado de las barras en fase de obra. (RUI-
WAMBA, JAVIER. Hormigón y Acero. N° 196. Pág.149)

ANÁLISIS DEL PRETENSADO

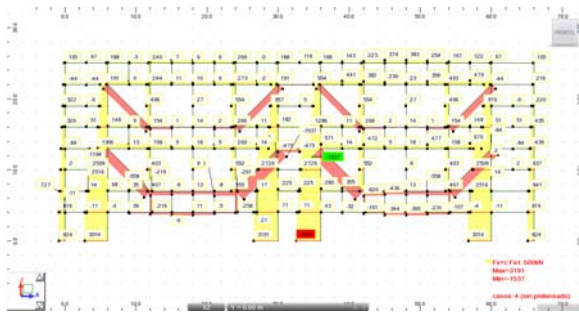
Para poder entender el comportamiento de la estructura, se ha confeccionado un pórtico plano muy simple. Las cargas y la perfilería, así como la acción del pretensado, han sido estimadas por no existir suficiente información sobre este pabellón. Sin embargo, las imágenes muestran unos perfiles vistos en fachada de un calibre aproximado al HEB-300, para cada pilar y cada viga, no pareciendo haber reducción de calibre en altura.

Se ha establecido un estado de cargas de $2,5\text{kN/m}^2$ correspondientes al tablero, de $1,5\text{kN/m}^2$ de pavimento y tabiques ligeros y de $3,0\text{kN/m}^2$ de uso, suponiendo siempre que salas de 24×24 metros cuadrados no albergarán un uso que contempla la posibilidad de una solicitación de $5,0\text{kN/m}^2$ extendida en toda su superficie. Las cargas han sido colocadas en los nudos, evitando así momentos y cortantes secundarios.

En las páginas siguientes se muestra una colección de imágenes que incluyen los diagramas más característicos. En la columna de la izquierda se recoge una serie de imágenes de la estructura sin pretensar. A la derecha, con la acción del pretensado, como viene siendo habitual. La mayor ventaja que se obtiene en este caso es la recuperación o rectificación de flecha, puesto que si se hubiese colocado un perfil laminado, la estructura hubiese funcionado con normalidad.

También cabe comentar que otra ventaja clara podría ser la de dejar vistos estos elementos, sin necesidad de protegerlos frente a la acción del fuego. Para ello, se podría haber calculado la estructura en situación accidental (reduciendo el coeficiente de seguridad de 1,5 a 0,9, y pasando a la combinación de carga cuasi permanente), y aceptando una deformación seguramente por encima de lo admisible, si los tendones fallasen, entendiendo este fallo como su alargamiento progresivo provocado por el calor; no como un cambio repentino de flecha, que seguramente sería inadmisibles para un usuario ya en peligro.

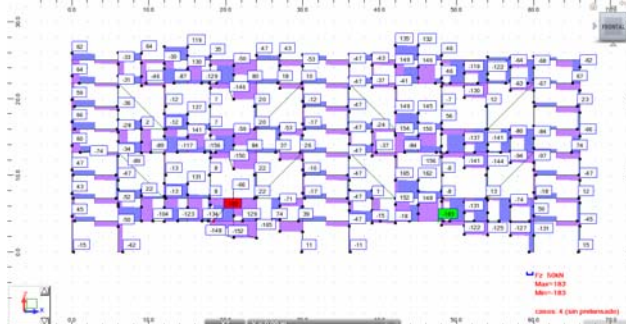
Por lo que respecta a las reacciones, se puede apreciar en las últimas imágenes {156} y {157} que los cortantes en la cimentación se reducen prácticamente en la mitad. Aún así, se trata de esfuerzos de máximo 48kN que no tienen mayor trascendencia y que, con los axiles que los pilares transmiten al terreno (3.364kN), pueden ser resueltos considerando el coeficiente de rozamiento entre terreno y zapata.



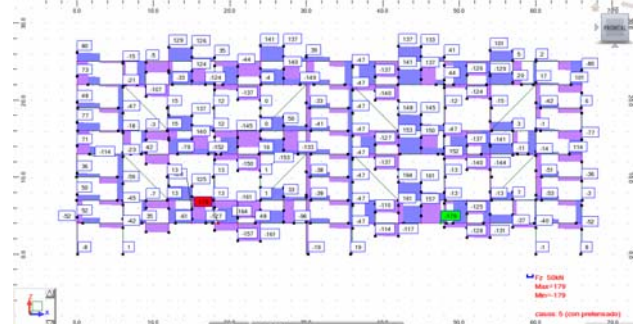
{150} Diagrama de axiles sin pretensado (Imagen del autor)



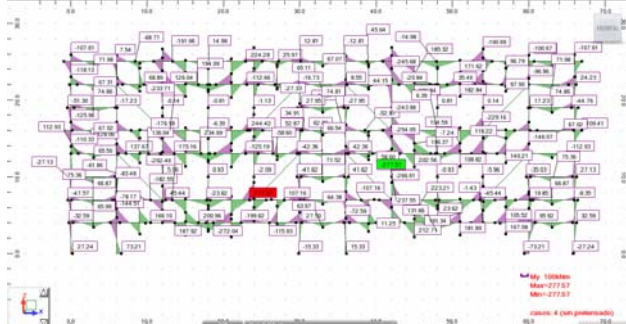
{151} Diagrama de axiles con pretensado (Imagen del autor)



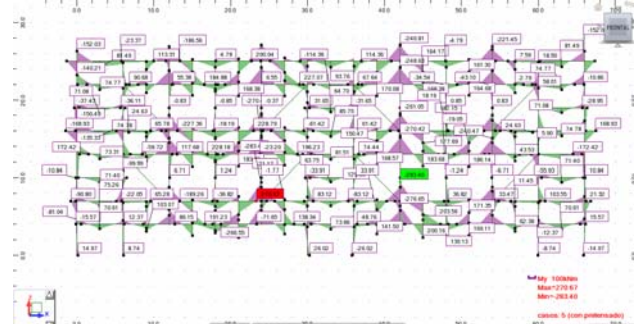
{152} Diagrama de cortantes sin pretensado. (Imagen del autor)



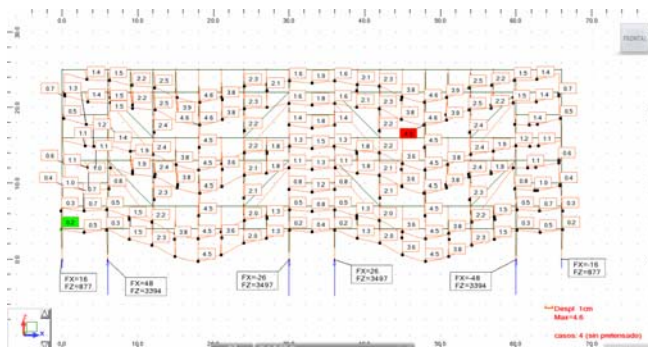
{153} Diagrama de cortantes con pretensado. (Imagen del autor)



{154} Diagrama de momentos sin pretensado. (Imagen del autor)



{155} Diagrama de momentos con pretensado. (Imagen del autor)



{156} Deformada sin pretensado (Imagen del autor)



{157} Deformada con pretensado. (Imagen del autor)

El caso del Edificio Forum 2004

Herzog&deMeuron Arquitectos. Colaboración estructural Robert Brufau i Associats, WGSchnetzler-Puskas.

INTRODUCCIÓN

En el año 2001 se comenzó a trabajar en el edificio más emblemático del Forum de las culturas, que se acabó tres años más tarde. El proyecto está redactado por los Arquitectos Suizos Jacques Herzog y Piere De Meuron, que tienen su oficina en Basilea y que son premio Pritzker 2001. El edificio Forum es un triángulo de unos 180m de lado. En comparación con una manzana del ensanche, el área que ocupa es mayor, incluyendo el patio; sin embargo, el Forum sólo tiene 18 apoyos para soportar toda esa área.



{158} Superposición del Forum con la manzana de la pedrera.
(Imagen del autor a partir de Google Maps)

El proyecto se puede dividir, en su parte sobre rasante, en soportes, macroestructura formada por dos niveles, fachada y microestructura. El rasgo principal de este edificio radica en que es la cubierta la que sujeta a la planta inferior. La composición es horizontal, habiendo vuelos de 30 y 35 metros, con los que se consiguen unos efectos muy interesantes de ligereza. En la parte superior, conocida como macro, planta destinada a instalaciones, existen unos sistemas de pretensado interiores; sin embargo, el papel de este pretensado se diseñó para atenuar las deformaciones, logrando que fueran mínimas, no poniendo en peligro la integridad de las fachadas.

Las fuerzas de pretensado se aplicaron desde ambos extremos de cada línea, ya que cada trazado superaba los 180m y las pérdidas eran importantes. El gato era multifilar y los tendones auto protegidos con inyección antes del tesado, para evitar el arrastre de los mismos por “pinzamiento”.



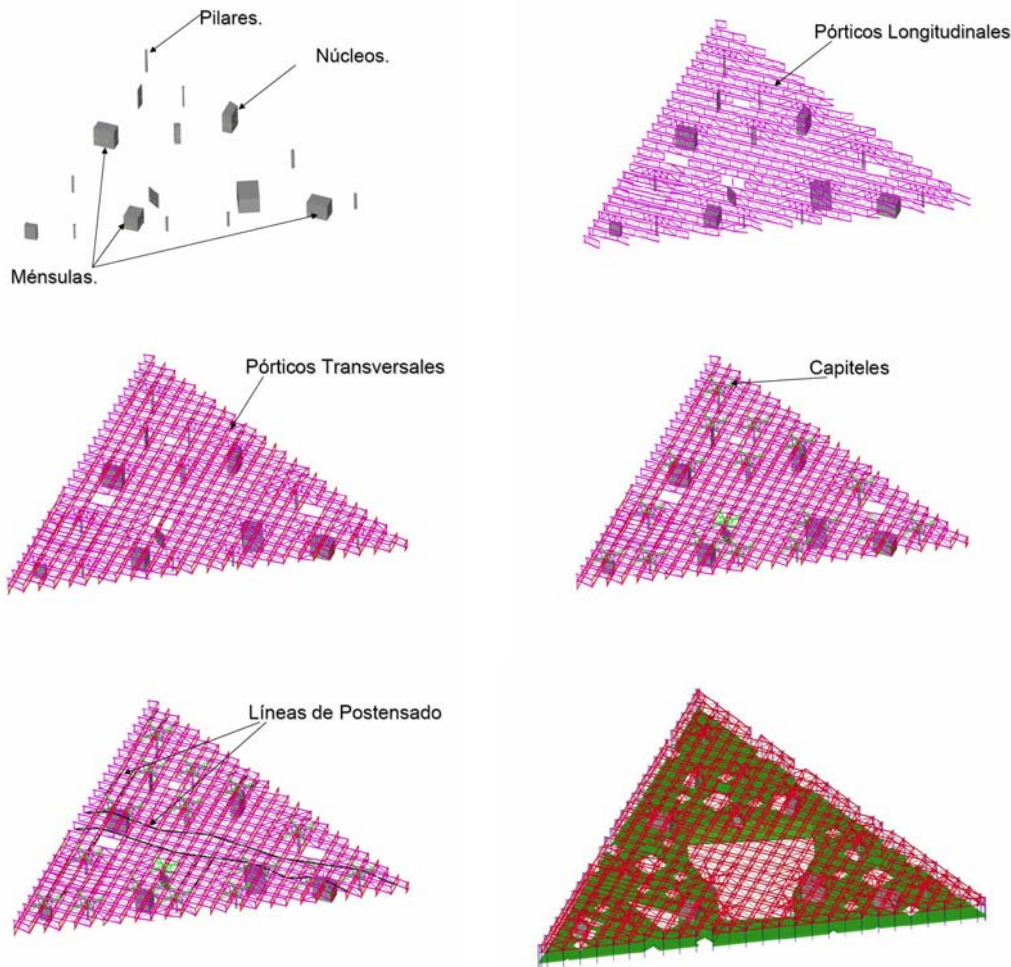
{159} Detalle de terminal activo Forum 2004. (Imagen del autor)



{160} Vista de los trazados de pretensado. (Imagen del autor)

EXPLICACIÓN DEL PRETENSADO

Para poder construir la macroestructura fueron necesarios unos puntales especiales de gran altura, que debían ser retirados tan pronto la misma fuese estable, para dejar paso a la construcción de la microestructura que se sitúa debajo de la primera. Dados los plazos de vértigo que se requerían para la realización de estas obras, era primordial poder colocar rápidamente la microestructura. Una vez dispuesta esta se colocaba, se realizaba una precarga en la cubierta, mediante sacos, que no sólo servían de prueba de carga, sino también para que, una vez retirados, el edificio recuperase la deformación causada por esta precarga y se descimbrase, permitiendo un fácil desapuntalado de la microestructura, se conseguía así un “plus” de seguridad para la obra porque, si fallaba el descimbrado, la cimbra seguía estando en su posición para recuperar la carga.



{161} Descripción gráfica de los 18 soportes del Edificio Forum. (Imagen del autor)

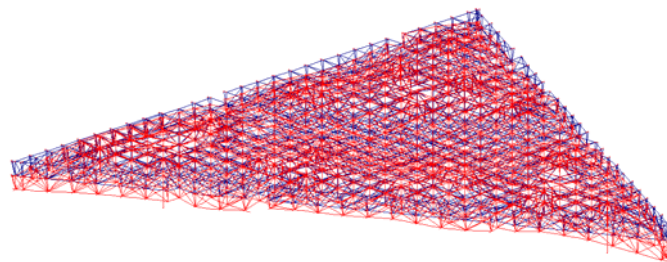
{162} Pórticos longitudinales de la Macro Estructura. Son vigas tipo Pratt de 4.000mm de canto, con cordones en doble T y diagonales formadas por dos UPN. La separación entre los montantes es de 6.000mm. (Imagen del autor)

{163} Pórticos transversales de la Macro Estructura. (Imagen del autor)

{164} Capiteles de refuerzo a 45° en las zonas de punzonamiento. (Imagen del autor)

{165} Líneas de Postesado en la macroestructura para atenuar las deformaciones, evitando así la aparición de grietas en fachada. (Imagen del autor)

{166} Microestructura unida a la macroestructura, fachada y soportes. Se trata de una malla de 1.000mm x 1.000mm en celosía, de 1.000mm de canto. (Imagen del autor)



{167} Imagen de las deformaciones del Forum 2004 sin pretensado. (Imagen del autor)



{168} Paso intermedio explicativo del proceso constructivo del Forum 2004. A la derecha se puede observar cómo la macroestructura se está montando; sin embargo, en el centro, la microestructura avanza gracias a la retirada de los puntales de la macro. Sobre los letreros de las empresas constructoras en dirección descendente, se puede ver el primer módulo de fachada que conecta las dos estructuras. (Imagen del autor)



{169} Proceso de precarga de la estructura del edificio Forum 2004. Se disponen sacos por toda la cubierta, para realizar una precarga que servía no sólo de prueba de carga, sino también de mecanismo de desapuntalamiento. (Imagen del autor)

Una alternativa al proceso de precarga podría haber consistido en tensar la estructura desde la plaza de hormigón; es decir, el techo del sótano. El problema hubiese sido el de disponer de un número elevado de gatos para ejecutar un trabajo simultáneo. Posiblemente hubiesen resultado necesarios hasta 30 unidades. También habría que haberse efectuado una previsión de ventanas en el forjado intermedio, denominado microestructura. Esta solución no se planteó en fase de obra.

Uno de los mayores problemas que surgieron en el tesado fue el escaso espacio restante para poder posicionar el gato. Las piezas que formaban los terminales se montaron al final. Las chapas alcanzaban el metro de largo, para poder alejarse de las diagonales. El gato más adecuado resultó ser el unifilar, que permitía un trabajo más cómodo para

el operario. Además, era el único que podía alojarse con facilidad en el espacio restante. La elección del gato también condicionó el tipo de inyección que se llevó a cabo antes del tesado, evitado así que, al tensar los tendones, unos apretasen a los otros, aumentando los esfuerzos, pudiendo provocar de este modo roturas no controladas.

Como los trazados eran muy largos, generalmente no había Terminal activo y pasivo, sino que se tensaban ambos extremos.

Por último conviene comentar que las uniones atornilladas de los cordones traccionados se resolvieron mediante cubrejuntas con chapas formando sándwich, a excepción de los de mayor capacidad de carga, que fueron soldados in situ con un intenso control.

Las vigas *Kipper-Truss*. R. Rogers, C. Lamela y P. Moya, Arquitectos. Colaboración estructural a cargo de Anthony Hunt Associates.



{170} Vista del interior de la nave del aeropuerto de Madrid.(Panoramio. Aeropuerto de Barajas T-4 P2052545 por 4ullas)

INTRODUCCIÓN

En los años noventa, los técnicos de Aena consideran que ha llegado el momento de facilitar la creación de un *hub* en el sur de Europa. Un *hub* es un aeropuerto estratégico que puede ser utilizado por las compañías aéreas para conectar sus vuelos continentales y transoceánicos. La previsión de pasajeros oscila entre 65 y 70 millones de pasajeros anuales. En 1997 se falla el concurso a favor de R. Rogers y C. Lamela, por ser una solución muy sencilla de fácil ampliación.

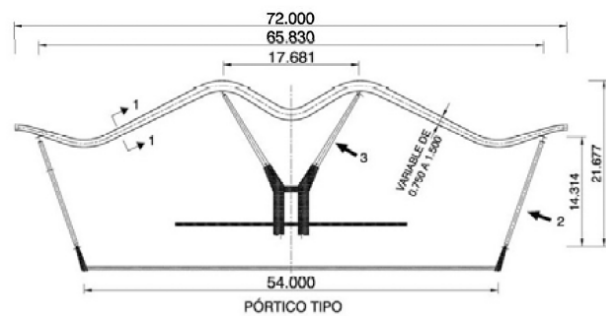
El edificio, considerado el más grande de Europa, consta de 1.200.000 m² y, a grandes trazos, está compuesto por tres volúmenes:

- Un estacionamiento de vehículos de 309.000 m², con capacidad para 9.487 plazas.
- Un edificio terminal pensado para vuelos de origen y destino nacional y Schengen, que, con cerca de 500.000 m², cuenta con 174 mostradores de facturación y 41 posiciones de contacto de aeronaves.
- Un edificio satélite, que alberga la totalidad de los vuelos internacionales y, además, cuenta con una zona “flexible” para todo tipo de destinos: nacional, Schengen, no-Schengen e internacional. El edificio tiene casi 300.000 m² y 26 plazas de estacionamiento de aviones.¹²

¹² VIÑUELA RUEDA, L.; MARTÍNEZ SALCEDO, R. J.
“Estructura metálica y fachadas tensadas del nuevo edificio terminal”, *Hormigón y acero*, núm. 239.

EXPLICACIÓN DE LA ESTRUCTURA DEL VENTANAL

Antes de pasar a la explicación de la estructura denominada *Kipper-Truss*, objeto de este apartado, se realizará una breve reseña del pórtico que lo sustenta. Se trata de una viga en doble T de canto variable. Aunque pueda parecer que se construye a base de un perfil comercial curvado; sin embargo, nos encontramos ante chapas cortadas a medida y soldadas entre sí, formando un pórtico de forma atractiva, sin igual hasta la fecha de su construcción. Cuenta con cuatro apoyos: dos centrales y dos exteriores.

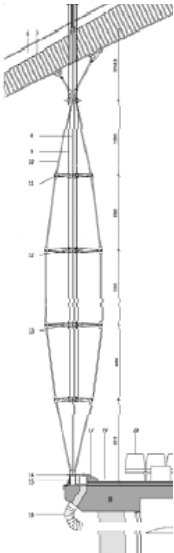


{171} Sección tipo del interior de la nave.(Hormigón y Acero. Nº 239. Primer trimestre 2006., Pág. 74)

Las vigas alcanzan los 700 mm de canto, con radios de doblado mínimo de 3.500 mm. En un punto intermedio se apoyan dos piezas *Kipper-Truss*, denominación que viene a significar algo así como ‘celosías arenque’. Así pues, el nombre tiene relación con la forma que presenta, que, en sección, recuerda a la silueta de un pez, con cola incluida. La estructura parece fácil de entender: por un lado, dos poligonales simétricas con respecto a un eje

vertical y, por otro, únicamente montantes horizontales sobre los que se apoyan los grandes vidrios.

El concepto estructural es claro: cuando el viento presiona el vidrio, la poligonal interior se tensa y permite que el vidrio no se desplace excesivamente, lo que posibilita que deje de trabajar el trazado exterior simétrico. Cuando el viento succiona el vidrio, el trabajo se invierte: trabaja el exterior y el interior se destensa.



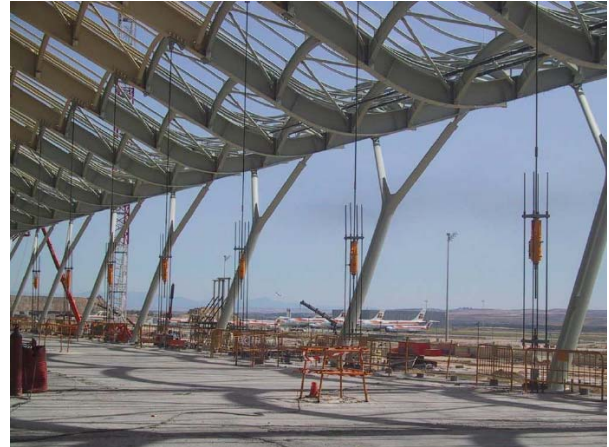
{172} Las vigas Kipper-Truss, explicadas en sección. A la izquierda, proceso de montaje. (Hormigón y Acero. Nº 239. Primer trimestre 2006, Págs. 28 y 83)



Hasta aquí la estructura no tiene ninguna complicación. Sin embargo, se plantean dos problemas: ¿cómo se coloca y cómo se consigue montar antes que la cubierta? La respuesta a la primera pregunta queda resuelta en la imagen de la derecha de {172}: una subestructura sirve para estabilizar las piezas antes de ser colocadas cuando se tensan en el suelo. Cabe decir que las barras, que en las fotografías parecen tan delgadas, presentan un diámetro de 32 mm.

La segunda cuestión es la que ha motivado que dicha construcción se incluya en este capítulo. Para montar la estructura de la fachada, antes de colocar las cargas de la cubierta y del peso de los vidrios, se tensa el pórtico con unos gatos, fijados en el suelo de la estructura inferior. Así, al pórtico le suceden dos cosas: por un lado, queda precargado, por lo que se puede tener una primera lectura de respuesta y, si hay fallos, se pueden corregir; por otro lado, queda deformado: es entonces cuando se montan las celosías, que permanecen fijas al techo y al suelo, y, a continuación, se retiran los gatos, con lo que se consigue que las celosías se mantengan muy traccionadas y los montantes horizontales, por el contrario, muy comprimidos.

Más tarde, se montan los vidrios, se coloca la chapa y el falso techo, y la cubierta se va deformando cada vez más, sin llegar al punto inicial del pretensado. Así, se garantiza que el sistema permanezca siempre tensado.



{173} Proceso de tesado de la cubierta antes de colocar las vigas Kipper-Truss. (Hormigón y Acero. Nº 239. Primer trimestre 2006, Págs. 83)

La operación de tesado de cada módulo se efectuó de una vez, para lo que fueron necesarios 16 gatos de una capacidad máxima de 100 T cada uno. Se ejecutó dicho tesado en tres etapas: 33, 66 y 100%, controlando en cada momento el desplazamiento en carreras de 0,5 mm. Para finalizar con la descripción, también procede significar que las piezas que unen los tirantes a los montantes de fachada son de forja, tal como se puede apreciar en la imagen {174}.

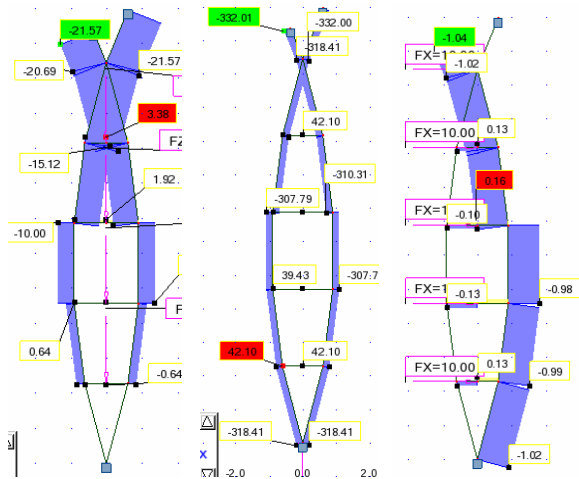


{174} Detalle de unión de los montantes de los ventanales con los montantes de las Kipper-Truss. (power point Nueva Edificio Terminal de Barajas: Estructura Metálica y Fachadas tensadas FCC Luis Viñuela, Ing. de Caminos José Martínez Salcedo, Ing. de Caminos Diapositiva 41)

ANÁLISIS ESTRUCTURAL DEL SISTEMA

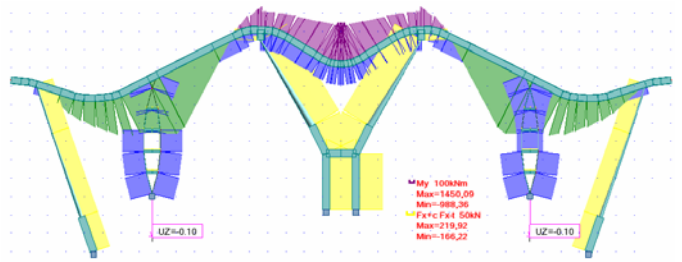
Con el fin de analizar el sistema se ha realizado un pórtico sencillo donde se examinan los tres tipos de acciones que pueden incidir sobre las subestructuras

de fachada: cargas verticales, pretensado y acción del viento. Los valores son unitarios, ya que lo que se persigue detectar es únicamente la forma de trabajo, no las magnitudes. Efectivamente, todos los tirantes se traccionan gracias al análisis no lineal de esfuerzos utilizados: las cargas verticales suspenden totalmente de la cubierta; el pretensado hace que ambas barras trabajen por igual de arriba abajo, y el viento activa la catenaria más alejada a la exposición del viento, tal como habíamos supuesto, con un axil constante para todo el trazado.

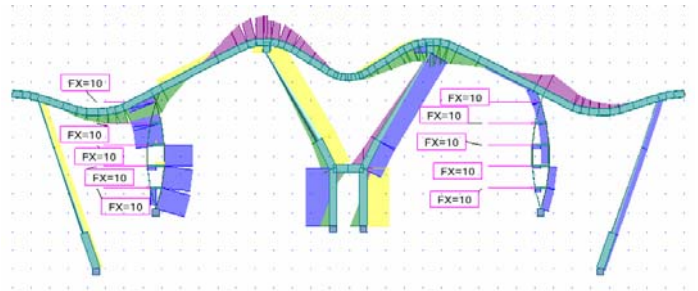


{175} Diagramas de axiles de las vigas Kipper-Truss. A la izquierda, bajo la acción de cargas verticales centradas. En el centro, las acciones del pretensado. A la derecha, bajo la acción del viento. (Imagen del autor)

Para ver cómo afecta el sistema a la estructura general, pasamos al segundo modelo {176}, donde se puede ver un comportamiento equivalente al de un pórtico simple formado por tres tramos: positivo, negativo, positivo. Este diagrama es casi igual al generado por las cargas verticales, tal como se puede entender. La diferencia se encuentra en que éste lo generan dos cargas concretas y las de peso propio, cargas lineales.



{176} Diagramas de momentos (verde-lila) y de axiles (azul-amarillo) del efecto de tesado. (Imagen del autor)



{177} Diagramas de momentos (verde-lila) y de axiles (azul-amarillo) del efecto de viento. (Imagen del autor)

Para acabar, se adjunta el diagrama de axiles y de momentos superpuestos, bajo la acción del viento, sobre los ventanales. La fuerza da lugar a que el sistema central gire y genere unos esfuerzos altimétricos que, por otro lado, resultan bastante habituales en este tipo de cargas.

El Skylon del *Festival of Britain*, 1951.

Hidalgo Moya, Philip Powelly, Arquitectos. Colaboración estructural a cargo de Felix Samuely.

INTRODUCCIÓN

En 1951, Londres fue sede del *Festival of Britain*, una exposición que se celebró una sola vez en la zona conocida como South Bank Side, muy cerca de la actual Waterloo Station, de Nicolas Grimshaw & Partners, y cerca también del London Eye. El evento tuvo lugar pocos años después del final de la Segunda Guerra Mundial, en un Londres medio en ruinas. La exposición quería devolver a la población la necesidad de recobrar la calidad en la construcción y en el desarrollo. El evento tuvo muchas críticas por el momento en que se celebró y por la falta de contenido; sin embargo, se vendieron más de diez millones de entradas para asistir a todos los actos organizados¹³.



{178} Vista del Skylon en construcción. (POWELL, KENNETH. *An Architecture of Continuity. 50 years Powell Moya Partnership. The Architects' Journal* 4 Julio 1996, Pág. 54)

Al acabar la exposición, Winston Churchill mandó demoler la mayoría de los edificios, y, en el caso concreto del Skylon, se trocó en piezas que fueron arrojadas al Támesis. En junio de 2011, se organizó una expedición que intentase rescatar fragmentos de esta estructura, puesto que los restos que se han conservado son pocos: tan solo quedan algunas piezas en manos de coleccionistas privados. Asimismo, se puso en marcha una comisión para la reconstrucción del edificio en una zona cercana a la que un día ocupó, al lado del río.

El nombre de Skylon encuentra su origen en la fusión de dos palabras: *sky* y *nylon*, producto de reciente aparición por aquel entonces, que explicaba muy bien la forma de la estructura perfectamente estirada.

Durante su construcción y en los meses posteriores, surgieron algunas dudas sobre la edificación de la torre, que, incluso, se llegaron a discutir en el Parlamento británico: se cuestionó la capacidad del edificio en caso de que le cayera un rayo y el impacto que ello provocaría en el entorno.

UNA TENSEGRITY

La invención del término de *tensegrity* se le atribuye a sir Buckminster Fuller por la contracción de los vocablos *tensional* e *integrity*, aunque Kenneth Snelson, otro ilustre entre los padres de las *tensegrities*, se refería al mismo concepto con el término *floating compression*. Una de las características básicas de este tipo de estructuras es el tensado inicial de sus miembros, que suelen ser barras de débil sección. Estas barras precomprimen elementos que sí son capaces de comprimirse y consiguen que el conjunto resulte estable con pocos elementos robustos. El resultado es de absoluta ligereza en comparación con otras estructuras más tradicionales; sin embargo, su utilización queda acotada a edificaciones de poco peso, como pueden ser farolas, rejillas, antenas, esculturas, etc.

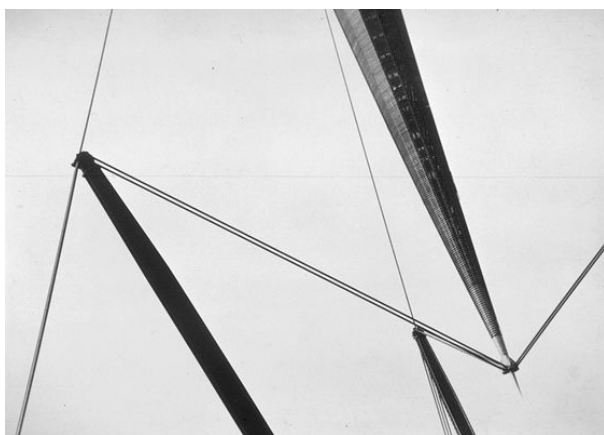
Uno de los pocos edificios que se puede aproximar a este concepto es el aviario del zoo de Londres, que no deja de ser una jaula para pájaros. Aunque este último comentario pueda resultar despectivo, nada más lejos de la realidad: es necesario tener presente que hay grandes ejemplos de edificios en zoológicos, como la rampa de pingüinos de Ove Arup, también en el de Londres, donde el consultor estructural muestra al mundo la capacidad que tiene el hormigón armado en la actualidad y la que va a ofrecer en años futuros. Posiblemente, la torre de Collserola de Norman Foster, sin ser una estructura de tipo *tensegrity*, haya aprovechado muchas de las lecciones aprendidas en la construcción del Skylon cuarenta años atrás.

El Skylon casi alcanzaba los 90 m en su vértice superior. La pieza principal central, de unos 75 m en total, flotaba a 15 m del suelo. Para sujetar esta aguja, se colocaron cuatro pilares inclinados que debían estar empotrados en su base. Esta condición se puede entender claramente cuando se interpreta

¹³ POWELL & MOYA. *Twentieth Century Architects*. London, Kenneth Powell London: RIBA Pub., cop., 2009.

que las patas de la estructura están comprendidas en tres planos separados entre sí 120°. De este modo, los pilares no encuentran estabilización lateral, aunque sí la presentan en los planos antes citados.

Los cables que forman el soporte inferior, así como el soporte intermedio, consisten en tres agrupaciones de tres cables cada una. Cada agrupación se sitúa en uno de estos teóricos planos que, a su vez, cuenta con tres segmentos de cables: uno desde la cimentación a la cabeza de un mástil, otro de la cabeza del mástil al pie de la aguja y el último de la cabeza del mástil al punto medio de la aguja. Los tres cables dibujan dos recorridos diferentes: mientras que el primero y el tercero van de la cimentación a la cabeza del mástil y acaban en el pie de la aguja, el segundo va de la cimentación a la cabeza del mástil y acaba en el punto medio de la aguja, tal como se puede adivinar en la imagen {179}.



{179} Detalle de las tres agrupaciones de tensores. (MAYNE, ROGER. Skylon Pattern, Festival of Britain, 1951)

Las tres terminaciones superiores, las que confluyen en el punto medio de la aguja, debían de establecer un punto fijo en el espacio, de la misma manera que sucede en el pie de la aguja central. En la imagen {179}, se puede apreciar que el punto bajo de la aguja presenta tres parejas de uniones. Seguramente esta unión era así para evitar que el cuerpo central girase sobre su propio eje y generase un mecanismo de fallo torsional, típico de barras biarticuladas.

Una de las informaciones que mejor se conoce sobre esta estructura es que su ingeniero recuperó las enseñanzas de Buckminster Fuller en lo que se refiere al pretensado inicial. Para conseguir que el sistema fuese estable, hacía falta tensar los elementos para que, en el momento en que surgiesen compresiones, supusiesen un destensado de los cables pero nunca una compresión propiamente dicha, que arruinaría la estructura.

Para intentar comprender la forma de trabajar, se ha realizado un modelo a partir de las fotografías

disponibles en la bibliografía de sus autores. Muchas de las dimensiones han tenido que ser aproximadas; sin embargo, no es tan importante que la forma sea precisa como que el sistema sea casi exacto al de la estructura.

CÁLCULO DE LA ESTRUCTURA

La acción predominante, que debe ser cuidadosamente introducida, es la que genera el viento: en primer lugar, se ha supuesto una presión de 0,5 kN/m²; asimismo, para calcular el coeficiente de exposición, se ha supuesto una situación urbana (IV), con el fin de no penalizar en exceso la fuerza del viento; finalmente, aunque el coeficiente de forma global se ha supuesto en 0,8, superponiendo la zona de barlovento y la de sotavento en un único punto, se ha ajustado el valor de este coeficiente en cada caso, con lo que resulta una fuerza superficial de referencia mayor en el punto superior que en su base. En cada altura se ha encontrado la base media. Así, obtenemos las siguientes cargas por altura:

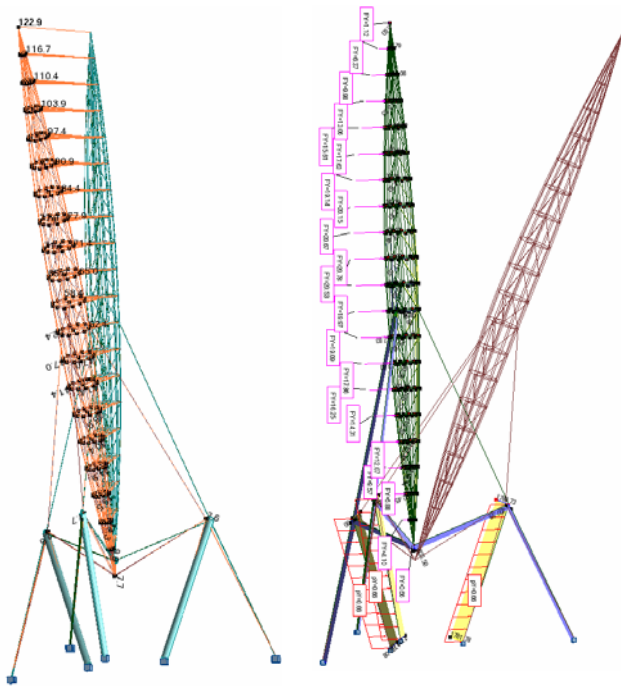
h(m)	AB	pv	F	ce	cp	P sup	P punt
90	0	0,5	1,255	3,507	0,8	1,40	1,12
86,25	0,85	0,5	1,245	3,469	0,8	1,39	6,37
82,5	1,6	0,5	1,236	3,43	0,8	1,37	9,98
78,75	2,28	0,5	1,225	3,389	0,8	1,36	13,06
75	2,86	0,5	1,215	3,346	0,8	1,34	15,61
71,25	3,36	0,5	1,203	3,302	0,8	1,32	17,63
67,5	3,76	0,5	1,192	3,255	0,8	1,30	19,14
63,75	4,08	0,5	1,179	3,206	0,8	1,28	20,15
60	4,3	0,5	1,166	3,154	0,8	1,26	20,67
56,25	4,44	0,5	1,151	3,099	0,8	1,24	20,78
52,5	4,5	0,5	1,136	3,041	0,8	1,22	20,53
48,75	4,44	0,5	1,12	2,979	0,8	1,19	19,97
45	4,3	0,5	1,102	2,913	0,8	1,17	19,09
41,25	4,08	0,5	1,083	2,841	0,8	1,14	17,86
37,5	3,76	0,5	1,062	2,764	0,8	1,11	16,25
33,75	3,36	0,5	1,039	2,68	0,8	1,07	14,31
30	2,86	0,5	1,013	2,587	0,8	1,03	12,07
26,25	2,28	0,5	0,984	2,483	0,8	0,99	9,57
22,5	1,6	0,5	0,95	2,365	0,8	0,95	6,88
18,75	0,85	0,5	0,91	2,229	0,8	0,89	4,10
15	0	0,5	0,861	2,066	0,8	0,83	0,66

{180} Obtención de cargas por niveles: h(m), altura del punto considerado; A.B, ancho de banda de cada altura; pv, presión de viento de referencia; F, coeficiente previo para hallar el coeficiente de exposición; cp, coeficiente de presión; P sup, presión superficial para cada punto; P punt, carga puntual de cada nivel obtenida de multiplicar la presión superficial por el área.

Se ha adoptado una carga superficial exterior de 0,15 kN/m² en concepto de acabado exterior. Toda la perfilaría ha sido supuesta y extraída de las diferentes imágenes encontradas.

En el modelo de cálculo se ha impuesto la condición de no linealidad del material de los cables, por lo que estos deben trabajar a tracción necesariamente, para alcanzar la solución del sistema.

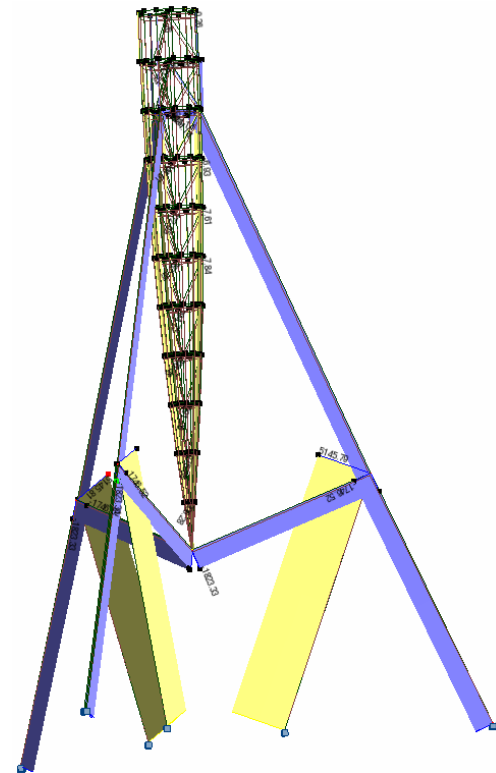
El primer diagrama que interesa conocer es el resultante de los axiles y de las deformaciones del conjunto, expuesto a la acción del viento, para establecer la necesidad del postensado previo.



{181} A la izquierda, deformación de la estructura sin pretensado bajo la acción del viento. La deformación teórica en la punta sería de 122,9 cm. A la derecha, deformación y diagramas de axiles de la estructura sin pretensado bajo la acción del viento. (Imagen del autor)

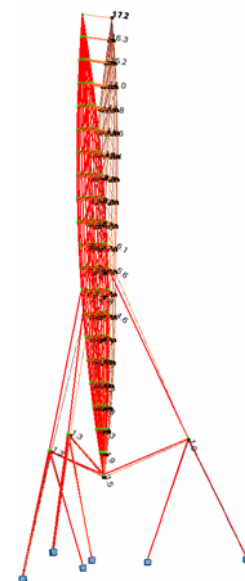
La deformación observada en el modelo {178}, algo más de 1 m, es completamente inadmisibles. Se puede comprobar fácilmente que dos de los cables que retienen la aguja por su punto medio se traccionan, mientras que el tercero no trabaja, porque se comprime. El resto de los tirantes, los inferiores y los exteriores, trabajan a tracción con diferentes magnitudes. Como uno de los tensores no trabaja, los otros dos deben deformarse hasta 52 cm en la dirección de su eje. La base de la aguja apenas se mueve, por lo que todo el cuerpo gira, y los 520 mm se convierten en el doble en la cabeza.

Si aplicamos un pretensado en todos los cables, en las tres agrupaciones de los mismos, podremos comprobar que el cuerpo central apenas desciende 25 mm en la dirección Z; sin embargo, el mecanismo se transforma en sustancialmente más rígido. Cuando el programa de cálculo superpone los esfuerzos de pretensado con los de viento, se puede comprobar un cambio radical en la deformación final.

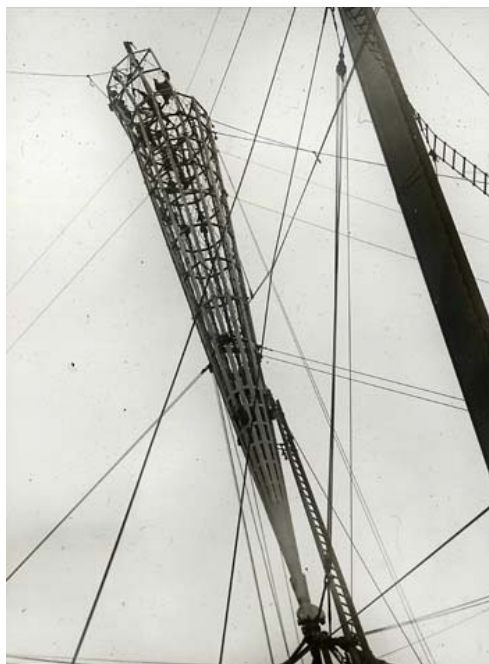


{182} Diagrama de axiles de la parte inferior en proceso de pretensado. (Imagen del autor)

En la figura anterior se puede observar que todos los tirantes que unen el núcleo central con los puntales precomprimen la parte media inferior de la aguja y la autoestabilizan. Cuando apliquemos las dos acciones a la vez, podremos comprobar que la deformación máxima de la cabeza en servicio es de tan solo 17,2 cm, una deformación ahora admisible para una distancia de 75 m. Puesto que la base no se mueve, pero su punto medio sí, lo que nos da una proporción de $L/436$.

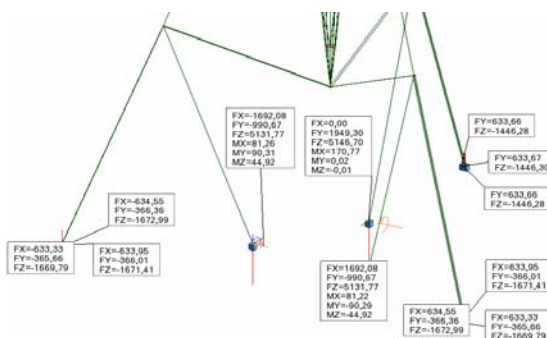


{183} Deformada de la estructura pretensada bajo el efecto del viento. (Imagen del autor)



{184} El Skylon en construcción. (<http://www.voteforskylon.com/then.php#>)

Mención especial merecen las reacciones obtenidas en el análisis del zepelín. Pese a no tener la certeza del pretensado impuesto, las reacciones que se alcanzaron en la base fueron del orden de 5.000 kN en dirección vertical de tracción. Así pues, la conexión con roca mediante algún tipo de anclaje tuvo que ser necesaria.



{185} Reacciones en los apoyos. (Imagen del autor)

Member	Load—Tons				Strain—In.		
	Pre Stress	Wind	Dead	Total	Pre Stress	Dead	Total
A	55.3	55.3	—	110.6	2.320	—	2.32
B	100.5	5.25	19.70	125.45	1.170	.23	1.40
C	155.8	60.55	19.70	236.05	1.830	.23	2.06
P	161.8	7.74	30.50	200.04	.358	.072	.426
F	159.0	18.10	30.00	199.10	.363	.069	.432

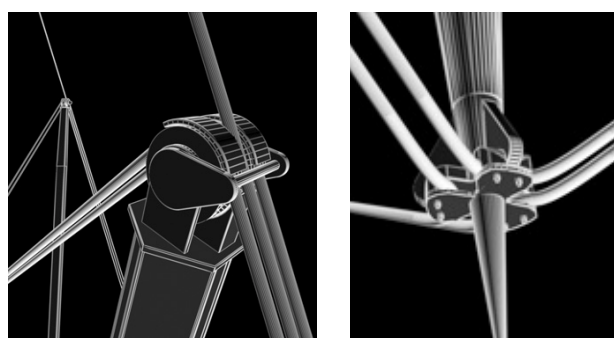
FROM MODEL EXPERIMENTS:—Average wind load at 75 m.p.h. 17 lbs/sq. ft. of projected area. Adjusting for 80 m.p.h. and allowing a live load factor of 1.6

{186} Esfuerzos de pretensado en los cables.

Esta construcción, además, tiene dos detalles muy interesantes, que pueden servir de referencia para

otras estructuras tensadas {187}. Su identificación resulta posible gracias al proceso de reconstrucción que actualmente se lleva a cabo. Los detalles se refieren a las uniones de los cables con los tres mástiles y con la cabeza inferior de la aguja. El primero se consigue resolver con un desviador que cambia de dirección lo que, a primera vista, parecen ser dos cables, el primero y el tercero; pero que, en realidad es el mismo, que va a buscar el extremo inferior de la aguja y luego vuelve. El cable central tiene una guía que impide que, ante esfuerzos de viento, pueda separarse.

El segundo detalle es el que explica cómo el cable, al llegar al punto central, gira y retorna, de modo que únicamente tres cables llegan al extremo de la aguja.



{187} Detalles del Skylon. (<http://www.voteforskylon.com/why.php>)

Seguramente, una de las obras no construidas, que también podrían adjuntarse a este capítulo, es el proyecto ganador para el concurso del instituto Lenin, y una biblioteca del arquitecto ruso Ivan Loenidov. Se trataba de una composición formada por tres volúmenes: un globo, una aguja y un prisma, unidos entre sí por un tren monorraíl, influido claramente por las visiones futuristas de Malevich.

Tanto el globo, que albergaba un auditorio soportado por un único punto, como la antena, podrían ser elementos pretensados metálicos, puesto que el autor pretendía, anticipándose al menos veintidós años a Buckminster Fuller, construir una arquitectura ligera, hasta tal punto que incluso utilizaba zepelines en sus composiciones: es el caso del concurso para el palacio de cultura de 1930 o el de la antena, que es indiscutible. En cuanto al auditorio, se trata de un edificio casi esférico, unido al suelo por un único punto, para cuya estabilización es necesario un haz de radios perimetrales pretensados.

Por desgracia, hoy día solo ha sobrevivido una construcción de este arquitecto: una escalera en Kislovodsk, que no es representativa de su talento. La mayor parte de su trabajo gráfico desapareció y lo poco que se conoce se debe a las publicaciones en la revista de arquitectura rusa SA.

PARTE 2: INVESTIGACIÓN

Formas de pretensar elementos metálicos

INTRODUCCIÓN

Uno de los conceptos que suele dar más problemas cuando se estudia el comportamiento de las uniones atornilladas es entender cómo es posible que el vástago del tornillo, que inicialmente se pre-tensiona a un 70% de su límite elástico, no se rompa inmediatamente, debido al escaso margen que le queda, cuando se ve sometido a fuerzas de tracción introducidas por la acción de las cargas.

La duda queda resuelta de forma temporal con el argumento de que la fuerza de tracción a la que se ve sometida la unión se equilibra mediante la descompresión de las placas, previamente comprimidas por efecto del pretensado de los tornillos, y, en escasa medida, mediante el aumento de la tracción de los vástagos de los tornillos. La respuesta es, sin duda, correcta; pero la comprensión del fenómeno no está resuelta.

En esta tesis se va a tratar, entre otros, del fenómeno del pretensado para vigas planas y espaciales, por lo que resulta necesario entender cuál es el comportamiento de cualquier pretensado.

PRETENSADO DE TORNILLOS DE ALTA RESISTENCIA

El actual Código Técnico, en su DB-SE del Acero, establece, en el artículo 7.3.1, el valor de la fuerza de pretensado $F_{p,Cd}$ de cálculo para tornillos de alta resistencia.

$$[2] \quad F_{p,Cd} = 0,7 \cdot f_{yb} \cdot A_s$$

Siendo

$$[3] \quad F_{yb} = f_{ub} / \gamma_{M3}$$

Donde:

- $F_{p,Cd}$ Fuerza de pretensado de cálculo inicial.
- F_{yb} Resistencia de cálculo del acero del tornillo.
- A_s Área resistente del tornillo. (Tabla {188})
- F_{ub} Resistencia de rotura del acero del tornillo
- γ_{M3} Coeficiente parcial para la resistencia al deslizamiento de uniones con tornillos. $\gamma_{M3} = 1,10$

Diámetro (mm)	16	20	22	24	27	30
Área resistente (mm ²)	157	245	303	353	459	561

{188} Área resistente de los tornillos pretensados.

Clase:	8.8	10.9
F_{ub} (N/mm ²)	800	1.000

{189} Resistencia de rotura del acero del tornillo.

Resolviendo en [2] los anteriores términos, obtenemos la siguiente tabla {190}:

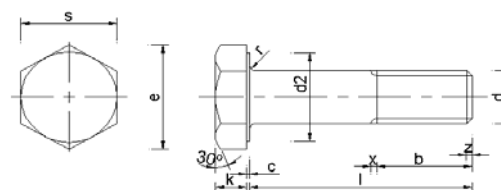
$F_{p,Cd}$ (kN)	8.8	10.9
16	79,93	99,91
20	124,73	155,91
22	154,25	192,82
24	179,71	224,64
27	233,67	292,09
30	285,60	357,00

{190} Fuerza de pretensado de cálculo inicial para los diámetros y aceros más usuales.

Los taladros normales para tornillos están tipificados en el mismo Documento Básico del Acero, en la Tabla 11.1

Tipo	M12 (mm)	M14 (mm)	M16 a M22 (mm)	M24 (mm)	M27 y mayor (mm)
Normal	1	1	2	2	3
Sobremedida	3	4	4	6	8

{191} Holgura de los agujeros más habituales en construcción.



{192} Partes de un tornillo pretensado (imagen del autor).

Tipo de tornillo	Dist. entre caras "s" mm	Dist. entre aristas "e" mm	Diámetro exterior base cabeza "d2" mm
TR16	27	31,2	25,0
TR20	32	36,9	30,0
TR22	36	41,6	34,0
TR24	41	47,3	39,0
TR27	46	53,1	43,5
TR30	50	57,7	48,5

{193} Definición numérica de "s", "e" y "d2".

Si consideramos que no se disponen arandelas, tal como permite el borrador de la Normativa Española del Acero en la Edificación, artículo 76.5, aunque recomiende el uso en ambos extremos; la superficie de contacto entre cabeza de tornillo y chapa, que se corresponde con el resalte que únicamente tienen los tornillos pretensados (ver {192} y {193}), se puede obtener gracias a las siguientes tablas:

	Agujero normal (mm)	Área de agujero normal (mm ²)	Diámetro de relieve bajo cabeza (mm)	Superficie total bajo cabeza (mm ²)	Área de contacto (mm ²)
TR16	18	254	25	491	236
TR20	22	380	30	707	327
TR22	24	452	34	908	456
TR24	26	531	39	1195	664
TR27	30	707	43,5	1486	779
TR30	33	855	48,5	1847	992

{194} Área de contacto entre cabeza y chapa.

	Área de contacto (mm ²)	F _{p,cd} 8.8(kN)	Tensión de contacto (N/mm ²)	F _{p,cd} 10.9(kN)	Tensión de contacto (N/mm ²)
TR16	236	79,93	338	99,91	423
TR20	327	124,73	382	155,91	477
TR22	456	154,25	339	192,82	423
TR24	664	179,71	271	224,64	338
TR27	779	233,67	300	292,09	375
TR30	992	285,60	288	357,00	360

{195} Tensión de contacto después del pretensado entre cabeza y chapa.

Fácilmente se puede comprobar que la tensión de contacto entre el resalte de la cabeza y la chapa alcanza, en condiciones normales, la plastificación. La falta de linealidad de los resultados se debe a que la holgura de los taladros no es proporcional al incremento del diámetro de los vástagos, sino a unidades enteras: más 1, 2 o 3 mm.

¿Es la respuesta correcta? No. Los valores de las tensiones que se obtienen superan con creces las resistencias de rotura y de cálculo de la mayoría de los aceros más empleados en la construcción. ¿Qué pasa entonces? Que el resalte se plastifica o cede y se apoya toda la cabeza; en rigor, se ha de descontar la parte correspondiente del agujero. En la tabla siguiente se recalculan de nuevo las tensiones de contacto, esta vez por debajo del límite de rotura y, en la mayor parte de los casos, también por debajo del límite elástico:

	Área del hexágono (mm ²)	Área de contacto (mm ²)	F _{p,cd} 8.8 (kN)	Tensión de contacto (N/mm ²)	F _{p,cd} 10.9 (kN)	Tensión de contacto (N/mm ²)
TR16	632	377	79,93	212	99,91	265
TR20	886	505	124,73	247	155,91	308
TR22	1123	671	154,25	230	192,82	287
TR24	1454	924	179,71	195	224,64	243
TR27	1832	1125	233,67	208	292,09	260
TR30	2164	1308	285,60	218	357,00	273

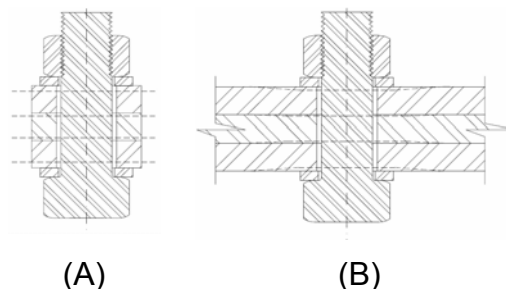
{196} Tensiones bajo la cara hexagonal del tornillo una vez aplicado el pretensado.

Seguidamente analizaremos el acortamiento de las chapas cuando son sometidas a la acción del pretensado de los tornillos. Si tomamos la tabla {196} como referencia, podemos obtener el acortamiento unitario que provocan las fuerzas de pretensado:

	Tensión de contacto (N/mm ²) 8.8	ε 8.8	Tensión de contacto (N/mm ²) 10.9	ε 10.9
TR16	212	0,00101	265	0,00126
TR20	247	0,00118	308	0,00147
TR22	230	0,00110	287	0,00137
TR24	195	0,00093	243	0,00116
TR27	208	0,00099	260	0,00124
TR30	218	0,00104	273	0,00130

{197} Acortamiento unitario de las chapas por efecto del pretensado.¹

En la tabla {197} se recogen los acortamientos unitarios teóricos de las chapas. En esta tabla se considera únicamente una tensión constante, es decir, la que aportan las zonas contiguas que no están sometidas directamente a la fuerza; pero no se tiene en cuenta el efecto de rigidización transversal que tiene la chapa de forma natural y que se explica en las imágenes siguientes:



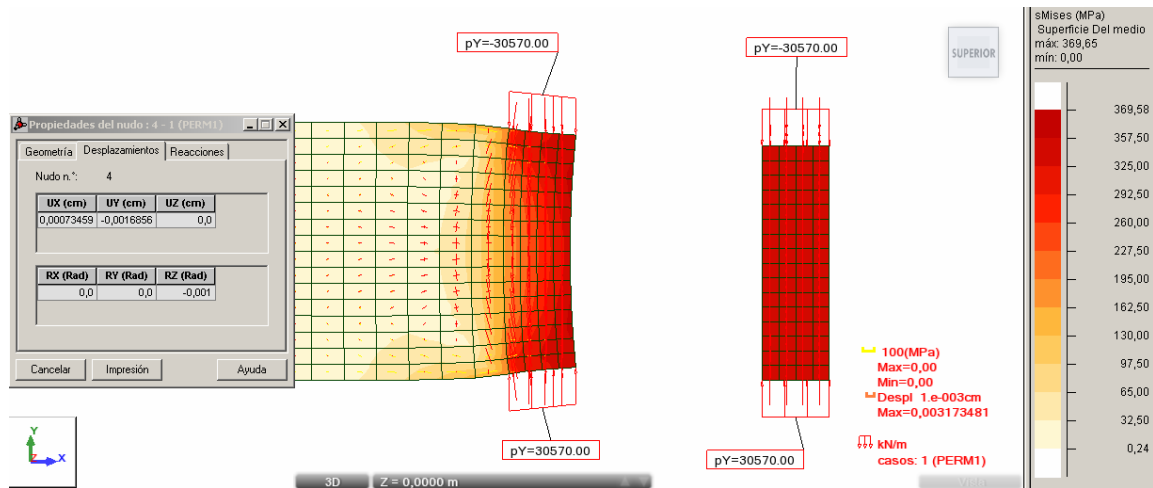
{198} Efecto de la rigidez de la chapa en el acortamiento por efecto del pretensado (imagen del autor).

En la imagen del caso (B) se puede entender fácilmente que el acortamiento debe ser menor que el del caso (A), gracias al efecto de continuidad de la chapa. En la mayoría de las normativas mundiales de acero, se establece que el volumen del material interno afectado por el efecto del pretensado se define por dos troncos de cono a 45° bajo las cabezas de tornillo y tuerca, representado en la segunda imagen en trazo discontinuo.²

A continuación se desarrolla un modelo de elementos finitos para comprender el efecto tratado en las imágenes {198}. Al mismo tiempo, se intentará averiguar si el volumen de acero afectado por la compresión sigue una geometría a 45° tal como se ha comentado:

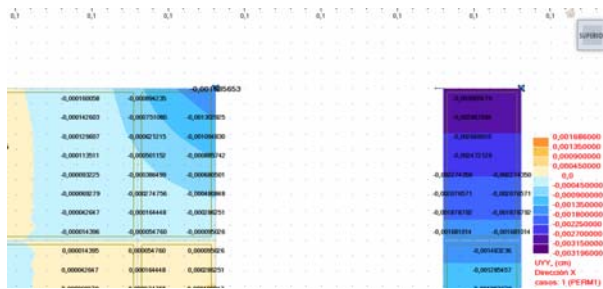
¹ FATOR TORNILLERÍA INDUSTRIAL. Catálogo general. 2007, <http://www.tindsa.com/pdf/fator2007.pdf>

² CAPELLÁN, M. G.; MARTÍNEZ APARICIO, J.; ROJO VÉLEZ, E. Guía para el apriete de uniones con tornillos pretensados. Publicaciones APTA, 2009.



{199} Estudio de media chapa de 20 mm sometida a un esfuerzo axial de 155,91/2 kN en un ámbito de 5,1 mm (imagen del autor).

En la figura {199} se representan varios resultados. Uno de ellos es el volumen aproximado de 45° que queda delimitado por las zonas de color naranja y cuyo acortamiento se puede observar. Así, la deformación de -0,0016856 se corresponde con medio acortamiento de la chapa. Como la chapa tiene un grosor de 2 cm y se ha de considerar el doble, el valor de ε se corresponde con 0,0016856.



{200} Deformación de las fibras bajo la cabeza del tornillo (imagen del autor).

El valor medio alcanza -0,001238, tal como se puede interpolar en la figura {200}. En la tabla {197} habíamos calculado que el acortamiento unitario sin efecto transversal era de $\varepsilon = 0,00147$ (M20, 10.9); entonces, la deformación se corresponde con un 16% menos.

A diferencia del pretensado de hormigón armado, el par de apriete se consigue mediante una llave dinamométrica que torsiona ligeramente el tornillo. Esta torsión, según algunos autores, no hace perder capacidad axial al tornillo.

Interesa destacar que las chapas no son comprimidas por la llave, que sería el gato del hormigón armado, sino que dichas chapas se van comprimiendo a medida que la espiga se tracciona mientras la llave gira. Cabe entonces dudar de si el axil del vástago es el que aparece en la tabla {190} y que vamos a llamar “pretensado directo”, o si es menor, debido a la diferente rigidez de las chapas y

del tornillo, y que vamos a llamar “pretensado indirecto”.

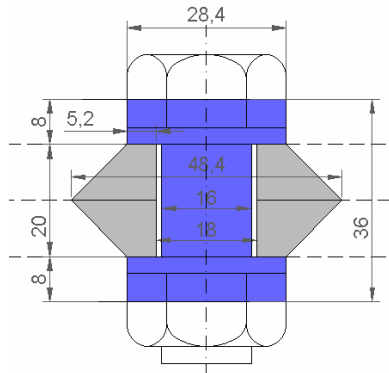
A continuación, pasamos a explicar estos dos conceptos en profundidad. Por **pretensado indirecto** se entiende aquel que se consigue mediante un axil que, al mismo tiempo, comprime uno de los dos elementos y tracciona el otro. Así pues, queda claro que, a pesar de haber ejercido la fuerza calculada, el axil del elemento traccionado será menor que el axil del pretensado.

Una de las diferencias más importantes entre el pretensado y el postesado en hormigón armado radica en la forma que tienen los tendones al trabajar. En el primer caso, se tracciona una barra hasta una carga muy elevada, prácticamente al 80% de su límite elástico. Después se vierte el hormigón y, una vez endurecido, se cortan los tendones, liberándolos de su estado. Como el acero estaba tensionado y el hormigón no, aunque estaba íntimamente ligado a él, se consiguen dos efectos: que el hormigón se comprima y que los tendones se destensen.

Esta situación garantiza que, si el hormigón se tracciona posteriormente, el tendón puede soportar como mínimo la carrera de tensiones que perdió cuando el hormigón no estaba comprimido. Y también que el hormigón no se traccionará hasta este mismo punto. A partir de ahí, todo el trabajo lo realizará el acero si se desestima la capacidad del hormigón a tracción.

Si nos centramos en el caso del postesado, lo que sucede es que un elemento metálico, normalmente un cordón, se va traccionando poco a poco, consiguiendo a la vez un trabajo de flexión o de compresión del otro elemento, generalmente el del hormigón. Así, el cable va traccionándose de forma paulatina y los esfuerzos posteriores aumentarán esta tracción, aunque el aumento sea pequeño.

Para ilustrar el ejemplo, vamos a resolver el ejercicio que se desarrolla a continuación. Se trata de pretensar un tornillo M16 8.8 entre chapas que componen un grosor de 20 mm.



{201} Ejercicio para evaluar el pretensado indirecto (imagen del autor).

Si pretensamos el tornillo, sin hacer caso de las chapas, nos encontraremos con su alargamiento según la ley de Hook:

$$[4] \quad \Delta L_T = \frac{79,93 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 36 \text{ mm}}{210.000 \text{ N/mm}^2 \cdot 157 \text{ mm}^2} = 0,08727 \text{ mm}$$

Siendo: $F_{p,Cd} = 79,93 \text{ kN}$, esfuerzo pretensado

$L_T = 36 \text{ mm}$, longitud del vástago

$E_a = 210.000 \text{ N/mm}^2$, módulo de Young

$A_T = 157 \text{ mm}^2$, área resistente del tornillo

Una vez hecho esto, colocamos las chapas y liberamos el tornillo para que pueda comprimir las. Cuando se comprimen, se acortan y, al acortarse, reducen el axil del tornillo, así como su alargamiento inicial.

$$[5] \quad \Delta L_{Ch} = \frac{79,93 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 36 \text{ mm}}{210.000 \text{ N/mm}^2 \cdot 1.585 \text{ mm}^2} = 0,008642 \text{ mm}$$

Siendo:

$A_T = 1.585 \text{ mm}^2$, área resistente de chapas.

Entonces, el acortamiento del tornillo no es de 0,08727 mm, sino:

$$\Delta L_T = 0,08727 \text{ mm} - 0,008642 \text{ mm} = 0,078628 \text{ mm}$$

Y el axil del tornillo no será 79,93 kN, sino:

$$[6] \quad N_T = \frac{0,078628 \text{ mm} \cdot 210.000 \text{ N/mm}^2 \cdot 157 \text{ mm}^2}{36 \text{ mm}} = 72,01 \text{ kN}$$

Sucede, por tanto, que, cuando tiremos de la chapa con una fuerza de 79,93 kN, se introducirán unas descompresiones en el plano de contacto, que llegarán a alcanzar un axil igual a cero, mientras que el vástago del tornillo tendrá una tracción de 79,93 kN. Si, a partir de aquí, el axil crece, las chapas no aportarán nada, dado que están

separadas, y será el vástago el que resuelva toda la tracción.

Entonces, el tornillo quedará traccionado un tanto por ciento del inicial:

$$[7] \quad \Delta N = \frac{72,01 \text{ kN} \cdot 100}{79,93 \text{ kN}} = 90,09\%$$

Se llama **pretensado directo** a aquel que consigue que el elemento traccionado alcance desde el principio un axil igual a la fuerza de pretensado inicial. La diferencia con respecto al pretensado indirecto es que, en este caso, el axil del tornillo no supera la fuerza de pretensado de cálculo; sin embargo, en el caso del directo, se supera desde el inicio, aunque la mayor cantidad de carga se sigue utilizando para descomprimir las chapas.

Existe una variable entre ambos casos de pretensado, la relativa al grueso de las chapas, que afecta directamente al resultado. En la tabla siguiente, analizamos la influencia de la convencionalmente denominada “longitud de apretadura” en el tanto por ciento de axil:

8.8 o 10.9		Longitud de apretadura en mm																		
		1	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Diámetro del tornillo.	16	63	75	83	87	90	92	94	95	95	96	97	97	97	98	98	98	98	98	99
	20	56	69	78	83	87	89	91	93	94	95	95	96	96	97	97	97	97	98	98
	22	59	69	77	83	86	89	90	92	93	94	95	95	96	96	97	97	97	97	98
	24	64	72	79	83	86	89	90	92	93	94	94	95	95	96	96	97	97	97	97
	27	62	70	77	81	84	87	89	90	92	93	93	94	95	95	96	96	96	97	97
	30	60	68	75	79	83	85	88	89	90	92	92	93	94	94	95	95	96	96	96

{202} Tanto por ciento del axil del pretensado que tracciona el vástago en fase inicial.

En la tabla {202} se hace referencia al tanto por ciento que queda, del esfuerzo axil de pretensado, en el vástago, en función del diámetro del tornillo y de los espesores de las chapas. En verde se indican los valores correspondientes a la longitud de apretadura entre una y tres veces el diámetro del vástago. En rojo, los ejemplos teóricos. Los valores quedan comprendidos entre un 88% y un 96%. No es importante la resistencia de cálculo: el resultado es igual para calidades de acero 8.8 y 10.9.

Resulta lógico pensar que, cuanto mayor es el espesor de las chapas, menos deformables son y, por tanto, más axil se va hacia el tornillo. Es por este motivo por el que el grueso de las chapas que se van a unir debe ser mayor o igual que el diámetro del tornillo.³

³ FENOLLOSA CORAL, J. *Unions cargolades*. Barcelona, Edicions UPC, 2004.

MODELO DE CÁLCULO PARA ANALIZAR TORNILLOS PRETENSADOS

En este apartado buscamos la definición de un modelo que simule el pretensado de un tornillo mediante barras. Si optamos por un modelo construido mediante elementos finitos, se resolverá de la misma manera.

Usamos un modelo plano. Colocamos tres barras unidas en sus cabezas mediante elementos rígidos, que serán cabeza y tuerca del tornillo. Las barras uno y tres serán iguales y se corresponden con la mitad del espesor de las chapas, si tenemos en cuenta su grosor en la sección central. La barra tendrá el área resistente del tornillo. El apoyo superior será una articulación, mientras que el inferior será un patín, para que no se trate de un mecanismo. La fuerza del pretensado la aplicamos mediante un incremento térmico usando las expresiones:

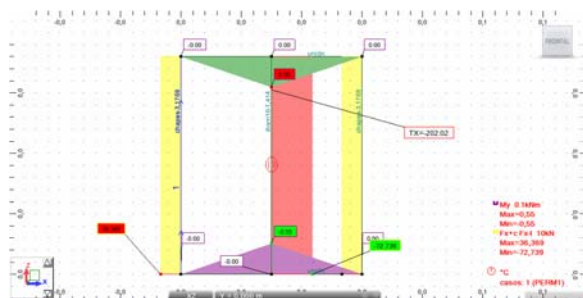
$$[8] \quad \Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

$$[9] \quad \Delta L = \frac{F \cdot L_0}{E \cdot A}$$

$$[10] \quad \Delta T = \frac{F}{\alpha \cdot E \cdot A}$$

Si consideramos que F es la fuerza de pretensado (F_{pCd}), obtendremos un pretensado indirecto. Si queremos un pretensado directo, deberemos realizar un primer cálculo, encontrar el axil y aumentarlo proporcionalmente. Otra opción es usar la tabla {202}, pero resulta un método más impreciso.

Así obtenemos los siguientes resultados:

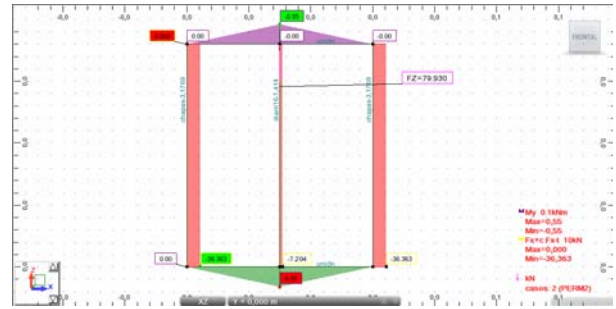


{203} Diagramas de axil y de momentos flectores. Pretensado de un tornillo métrica 16 (imagen del autor).

Ahora podemos aplicar una fuerza para ver si las chapas se descomprimen y el tornillo se tracciona en menor medida.

En la figura {204} se puede comprobar que el axil que le corresponde al tornillo es de 7,204 kN (~10%), mientras que a las chapas les corresponden 36,362 kN · 2 uds (~90%).

El hecho de haber realizado este modelo es muy importante, pues servirá de referencia para los ejercicios posteriores. Los resultados obtenidos se ajustan en buena medida al cálculo manual previo.



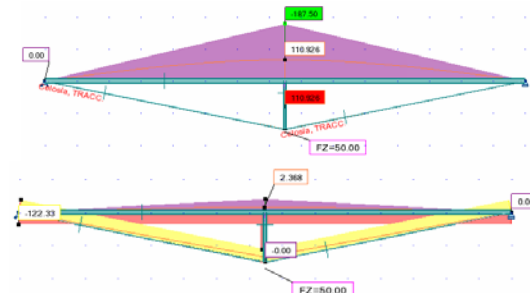
{204} Diagramas de axil y de momentos flectores. Reparto de las tracciones entre chapas y tornillo (imagen del autor).

PRETENSADO DE VIGAS SIMPLES. PRETENSADO DE VIGAS FINK

El pretensado de una viga Fink puede llevarse a cabo por dos motivos: para ajustar los elementos en fase de montaje y para reducir las deformaciones del sistema. Hay un error que se comete frecuentemente cuando se habla de pretensado de vigas Fink y, por extensión, de vigas metálicas: con el pretensado no se consigue controlar la succión del viento y, por tanto, dominar la inversión del diagrama de momentos flectores.

Más adelante se analizará una viga Fink sometida a una carga vertical ascendente. Si esta carga, en estado límite último, es mayor que el efecto de las cargas verticales en servicio, reducidas por el correspondiente coeficiente de seguridad relativo al efecto de cargas favorables (generalmente 0,9), entonces sucede que únicamente trabaja el cordón superior a modo de viga simple, con flexión inversa.

Así pues, se puede comprender fácilmente que, al pretensar la viga, le estamos provocando un efecto similar al del viento, por lo que los dos efectos se suman. Para verlo de una forma clara en un programa de cálculo, es necesario anular la rigidez que tenga la barra a compresión, por lo que se requiere disponer de un programa de cálculo no lineal. Si se utiliza un programa de cálculo lineal, los tirantes se comprimirán y llegarán a alcanzar una situación de equilibrio.



{205} Cálculo de la misma viga Fink mediante dos métodos diferentes, pero con la misma geometría y cargas (imagen del autor).

En la imagen {205} se puede comprobar lo expuesto en el párrafo anterior: en el caso superior se aplica una fuerza ascendente de 50 kN de intensidad. El método de cálculo es no lineal, por lo que el cordón inferior no colabora.

El cordón superior, que tiene 15.000 mm de longitud, no puede con la flexión, y se deforma 1.100 mm. La tensión que alcanza, que no se representa en la figura, es del orden de 3,5 veces la admisible (se puede comprobar calculando una HEB-140 con un momento de 187,5 kNm).

En el caso inferior, el método de cálculo es lineal. Geometría, apoyos y carga son exactos al primer caso. El cordón inferior se comprime hasta 124,00 kN por lo que, al tratarse de un redondo de 40 mm de 7.650 mm, se trata de una situación que no se puede llegar a dar jamás. En este caso, la deformación, más que razonable si el modelo fuese válido, es de 23,6 mm.

Una vez comprendida esta solución inadecuada, pasaremos a analizar las dos soluciones que hemos presentado como válidas en el comienzo del apartado [5].

Para corregir las deformaciones de montaje, el pretensado inicial se debe ejecutar siempre que la solución del sistema inferior sea resuelta con barras macizas. También se puede conseguir con cordones de alambres trellados, tal como se muestra en la figura {208}. Conviene tener presente que los elementos que se muestran en dicha figura están concebidos para barandillas y elementos de jardinería que, aunque están homologados, tienen menos rigidez que el sistema de barra maciza equivalente. En la imagen de referencia, se puede apreciar el tratamiento de los terminales que son abiertos para poder colocar un pasador unido a un terminal cerrado o una chapa taladrada.

No soldable	950	15	18	20	26,5	32	36	40	47	57	65	75
D	mm		18		26,5	32	36	40	47	57	65	75
da	mm		21		31	37	42	46	53	64	72	82
C	mm		8		13	16	18	20	21	21	21	24
f _{sk}	N/mm ²		1.050		1.050	1.050	1.050	1.050	1.050	1.035	1.035	1.035
f _{yk}	N/mm ²		950		950	950	950	950	950	835	835	835
A10	%		≥7%		≥7%	≥7%	≥7%	≥7%	≥7%	≥7%	≥7%	≥7%
E	N/mm ²		2,05·10 ⁵		2,05·10 ⁵	2,05·10 ⁵	2,05·10 ⁵	2,05·10 ⁵	2,05·10 ⁵	2,05·10 ⁵	2,05·10 ⁵	2,05·10 ⁵
Q. L. elástico	kN		230		525	760	960	1190	1650	2155	2780	3690
Carga rotura	kN		255		580	845	1070	1320	1820	2671	3447	4572
Sección	mm ²		241		551	804	1020	1257	1735	2581	3331	4418
Peso	kg/m		1,96		4,48	6,53	8,27	10,21	14,1	20,59	27,1	35,9
Soldable	1.000											
D	mm	15		20								
da	mm	17		23								
C	mm	10		10								
f _{sk}	N/mm ²	1.100		1.100								
f _{yk}	N/mm ²	900		900								
A10	%	≥7%		≥7%								
E	N/mm ²	2,05·10 ⁵		2,05·10 ⁵								
Q. L. elástico	kN	159		283								
Carga rotura	kN	190		345								
Sección	mm ²	176		314								
Peso	kg/m	1,44		2,56								

{206} Catálogo de barras macizas aptas para pretensar. Se pueden distinguir entre soldables o no soldables.

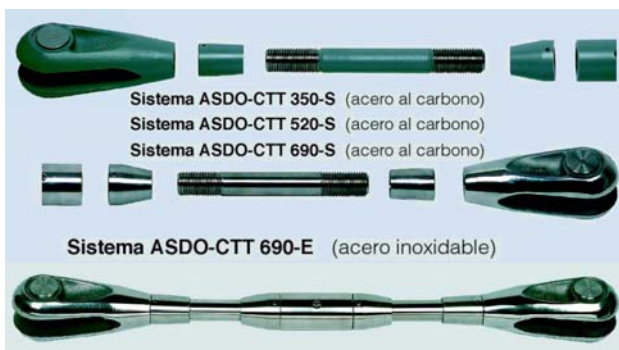
Actualmente, los sistemas de barras aptas para pretensar, disponibles en el mercado, son las correspondientes a la marca CTT-StrondHold, denominadas barras roscadas VSL, así como las de la marca Mekano4, denominadas MK4 {206}. Se pueden agrupar en soldables y no soldables,

aunque, sin entrar en el aspecto económico, en ambas marcas las prestaciones de las barras son iguales. El catálogo consultado de VSL tiene más variedad de calibres que el de MK4, al menos en el momento de redactar esta tesis. Existen otras barras, las de 500 y 600 N/mm² de tensión de límite

elástico; sin embargo, su uso está desaconsejado por su rápida relajación de la carga a corto plazo.

Estas barras, aparte de poder ser utilizadas para pretensar, son útiles para usos en bulones en roca, anclajes al terreno, micropilotes, postensado, tirantes, refuerzo de estructuras y barras de encofrado. Todos los sistemas anteriores disponen de unos sistemas muy cuidados de cabezas, terminales, chapas, manguitos para, en el caso de no soldar, poder completar el sistema convenientemente.

Para poder hacerlo así, se deben disponer manguitos roscados homologados en cada tramo, con tuercas de retención; además, hay que observar que cada tramo de barra conectado por el mismo manguito debe tener la rosca en diferente mano para que, al accionarlo, traccione o destese la pareja de barras. Algunas marcas comerciales consiguen cubrir los terminales roscados con los propios mecanismos de ajuste, alcanzando de este modo un lenguaje más limpio. Estos sistemas cubrerrosas pueden ponerse o no. {207}

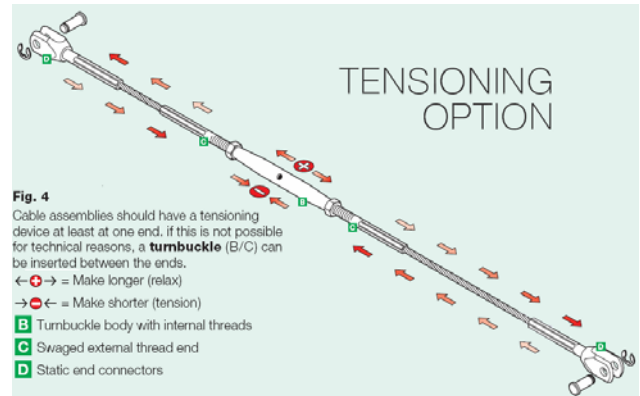


{207} Sistema de manguito homologado para barras macizas de acero al carbono o de acero inoxidable, de la marca CTT StrongHold®.⁴

Si no se soluciona así, el manguito se moverá libremente por la barra sin hacer ningún efecto. Como la barra está roscada, cuando se proceda a su cálculo, se debe tener en cuenta el área resistente o el área neta de la barra, nunca el área bruta. Conviene recordar que el área resistente constituye aproximadamente el 75-80% del área bruta de la sección.

Lo que nunca se debe hacer es tensar hasta que el elemento quede con la directriz bien recta. Si el elemento es casi vertical, se puede conseguir una apariencia recta; sin embargo, si la directriz es casi horizontal, jamás se conseguirá corregir totalmente el efecto de deformación que la flexión provoca. Muchas veces, en algunas obras, se han roto barras por esta decisión desacertada, lo que supone el posterior y molesto cambio del material.

⁴ CTT STRONGHOLD. "Barras y tirantes estructurales". <http://www.ctt-stronghold.com>



{208} Sistema de manguito homologado para cordones de alambres trejados de la marca Jakob®.⁵

La mejor manera de reducir este efecto es sobredimensionando ligeramente el elemento en fase de diseño para que, al ser ligeramente más rígido, se deforme un poco menos. Además, al sobredimensionarlo, se consigue que el elemento tenga un coeficiente de rendimiento menor; por lo tanto, toda esa reserva de tensión se puede aplicar a modo de tensión inicial.

También es necesario tener presente que la zona fileteada puede romperse por torsión. La rotura a torsión no es igual que la rotura a tracción. Si se conocen ambas formas de rotura, puede fácilmente reconocer el fallo. La rotura por tracción causa un alargamiento de la zona lesionada, porque esta zona superó el límite elástico y posteriormente la zona de fluencia. Como consecuencia, esta zona experimentó notables estricciones. La rotura por tracción origina un corte más o menos perpendicular al eje del vástago.

La rotura por torsión produce la aparición de una espiral alrededor del vástago, de una vuelta de longitud. Entonces, los dos extremos se cierran por un segmento paralelo a la directriz de la barra, consiguiendo el corte. Este efecto se puede comprender provocando una torsión con las manos a una tiza cilíndrica. La rotura por torsión se produce por un excesivo rozamiento entre vástago y tuerca. Casi siempre es motivado por una falta de engrasado inicial en las superficies de contacto.

Como todos estos sistemas de tensión se aplican gracias a un giro de tuerca, no hay otro mecanismo indicador del esfuerzo axial inicial que le inducimos a la propia rosca. Este mecanismo se conoce como el método del cuarto de vuelta. También se puede medir la tensión inicial mediante extensómetros colocados convenientemente; por ejemplo, donde no les dé el sol y donde observen las tensiones de dos fibras opuestas, como la superior y la inferior, de manera que se pueda analizar en todo momento el efecto de flexión o torsión, y el de tracción.

⁵ JAKOB AG. "Stainless Solutions. Basic 5.1". http://www.jakob.ch/docs/974/content_807_en.pdf

Pero, volviendo a la solución del método del cuarto de vuelta o del giro de tuerca citado anteriormente, vamos a analizarlo con mayor profusión. Este método consiste en ajustar la tuerca hasta el 75% del par torsor. De este modo, se realizan dos marcas indelebles, una en la tuerca y otra en el vástago, que sean continuas en la dirección del eje de este. Por último, se gira un ángulo que se deduce de la tabla. El método está desarrollado para uniones atornilladas, pero puede extrapolarse al caso que nos ocupa.

	Diámetro					
Σt	16	20	22	24	27	30
8	114°	118°	120°	122°	125°	128°
10	116°	120°	122°	124°	127°	130°
12	118°	122°	124°	126°	129°	132°
14	120°	124°	126°	128°	131°	134°
16	122°	126°	128°	130°	133°	136°
18	124°	128°	130°	132°	135°	138°
20	126°	130°	132°	134°	137°	140°
22	128°	132°	134°	136°	139°	142°
24	130°	134°	136°	138°	141°	144°
26	132°	136°	138°	140°	143°	146°
28	134°	138°	140°	142°	145°	148°
30	136°	140°	142°	144°	147°	150°
32	138°	142°	144°	146°	149°	152°
34	140°	144°	146°	148°	151°	154°
36	142°	146°	148°	150°	153°	156°
38	144°	148°	150°	152°	155°	158°
40	146°	150°	152°	154°	157°	160°

{209} Método del giro de tuerca o del cuarto de vuelta. Ángulo en grados que se ha de girar para pretensarlo al 70% del límite de rotura del material.

Aplicando la formulación anterior en una hoja de cálculo, podemos fácilmente encontrar todos los ángulos para cada caso. Estos resultados se incluyen en la tabla {209}.

Esta tabla no tiene mucha dificultad; sin embargo, nos interesa analizar la relación del ángulo girado con el acortamiento producido y, por tanto, con la

tracción inicial, para poder aplicarla después convenientemente al caso del tirante que nos ocupa.

Otra manera de pretensar el sistema, cuando los tirantes son trefilados, es mediante la utilización de un gato, siempre que haya espacio suficiente. El espacio debe ser el que corresponda para dejar una longitud libre por fuera de la cabeza y para enfilar estos extremos dentro del gato. El gato pesa entre 51 y 5.050 lb (23 y 2.300 kg); así que, generalmente, resulta imprescindible una grúa o una viga de donde colgarlo mediante cadenas, para poder así ejecutar las operaciones de enfilarlo con cuidado.

Como ya se ha comentado con anterioridad, el pretensado puede aplicarse antes de montar la viga, siempre que no tenga problemas al vacío.



Type I (ZPE-23FJ)



Type II (ZPE-19)



Type III (ZPE-500)

{210} Diferentes gatos existentes en el mercado (CTT-VSL).

Designación	ZPE-23FJ	ZPE-30	ZPE-3	ZPE-60	ZPE-7A	ZPE-12St2	ZPE-200	ZPE-19	ZPE-460/31	ZPE-500	ZPE-750	ZPE-1000
Tipo	I	III	III	III	III	II	III	II	II	III	II	III
Longitud (in)	31,10	28,35	18,70	24,21	27,17	21,65	37,80	29,53	22,83	39,37	46,65	47,24
Diámetro (in)	4,57	5,51	7,87	7,09	11,02	12,20	12,40	15,35	19,09	21,65	20,47	31,10
Carrera (in)	7,87	9,84	6,30	9,84	6,30	3,94	11,81	3,94	3,94	7,87	5,91	7,87
Área del pistón (in²)	7,30	9,04	16,06	19,59	31,56	47,96	50,48	77,55	124,62	138,66	193,29	280,47
Capacidad (kips)	52	72	112	142	239	416	450	652	1048	1124	1686	2248
Presión (psi)	7078	7963	7005	7252	7585	8673	8905	8412	8412	8108	8717	8021
Peso (lb)	51	62	104	163	254	333	672	648	959	2346	2425	5049
Usado para 13 mm (0.5") tipo de tendón	5-1	5-1	5-2, 5-3	5-2 a 5-4	5-6, 5-7	5-12	5-12	5-18, 5-19	5-22, 5-31	5-22, 5-31	5-31, 5-37	5-37, 5-55
Usado para 15 mm (0.6") tipo de tendón	6-1	6-1	6-2	6-2, 6-3	6-4	6-6, 6-7	6-6, 6-7	6-12	6-18 a 6-19	6-18 a 6-22	6-31	6-31 a 6-43

{211} Tabla de características principales de los gatos (CTT-VSL).

Los tipos de tendones actuales disponibles en el mercado son aquellos que tienen 0,5" o 0,6" de diámetro (13 o 15 mm). Generalmente se utiliza el de diámetro 0,6". Las características resistentes de los tendones están recogidas en la tabla siguiente {212}:

Strand Properties

Strand Type		0.5" (13 mm)	0.6" (15 mm)
Nominal diameter	inch	0.5	0.6
Nominal area	inch ²	0.153	0.217
Nominal weight/mass	lbs/ft	0.53	0.74
Tensile strength	ksi	270	270
Min. breaking load	kips	41.3	58.6
Young's modulus	ksi	approx. 28,500	
Relaxation	%	max 2.5	

{212} Características resistentes de los tendones (CTT-VSL).

Tendon Properties

Strands Type 0.5" (270 ksi)		
Number of Strands Per Tendon	Area of tendon inch ²	Min breaking load kips
1	0.15	41.3
2	0.31	82.6
3	0.46	123.9
4	0.61	165.2

Strands Type 0.6" (270 ksi)		
Number of Strands Per Tendon	Area of tendon inch ²	Min breaking load kips
1	0.22	58.6
2	0.43	117.2
3	0.65	175.8
4	0.87	234.4

{213} Resistencia de los dos tipos de tendones, así como su área (CTT-VSL).

03 STRANDED WIRE & WIRE ROPES

STAINLESS STEEL STRANDED WIRE
Breaking load in kN (kN x 102 = kgf)

10010-	mm	construction	weight kg/100m	min. breaking kN
9200	2.0	1 x 10	2.0	7.8
9300	3.0	1 x 10	4.5	14.4
9400	4.0	1 x 10	7.4	11.0
9500	5.0	1 x 10	13.0	17.0
9600	6.0	1 x 10	19.0	22.0

STAINLESS STEEL ROPES
Breaking load in kN (kN x 102 = kgf)

10020-	mm	construction	weight kg/100m	min. breaking kN
9100	1.0	3 x 4	0.4	0.5
9200	2.0	6 x 7 + SE	1.5	2.4
9300	3.0	6 x 7 + SE	3.1	5.2
9400	4.0	6 x 7 + SE	5.5	9.1
9500	5.0	6 x 7 + SE	9.4	15.0
9600	6.0	6 x 7 + SE	13.0	19.0
9700	8.0	6 x 7 + SE	23.0	39.0

STAINLESS STEEL ROPES
Breaking load in kN (kN x 102 = kgf)

10030-	mm	construction	weight kg/100m	min. breaking kN
9800	8.0	6 x 10 + SE	23.0	33.3
10000	10.0	6 x 10 + SE	34.0	50.1
10200	12.0	6 x 10 + SE	50.0	75.0
10500	15.0	6 x 10 + SE	80.0	135.0
20000	20.0	6 x 20 + SE	164.0	198.0

03 Measure assembly length in this:

{214} Catálogo de Jakob donde se explica la composición de los tendones de inox (Jakob).

La tabla {212} tiene unidades inglesas. Conviene recordar que una *inch* (pulgada) son 2,54 cm, 1 lb (libra) son 0,4535 kg, 1 ft (pie) son 30,48 cm, y 1 ksi (kilolibra por pulgada cuadrada) son 6,49 Mpa. En la tabla {213} se muestran las áreas de los tendones y su mínimo punto de rotura.

En todo caso nos hemos desviado del problema. Una viga Fink simple es una barra de directriz recta a la que se le aplica una carga concentrada central, vertical y permanente, y, a cambio, se comprime la viga. Lo que sucede es que dicha viga asume un momento negativo que va a mejorar la resistencia a flexión que tiene el perfil simple, cuando se le

aplique un momento positivo. Sin embargo, la compresión hace que la viga pierda rendimiento. Entonces salimos perdiendo.

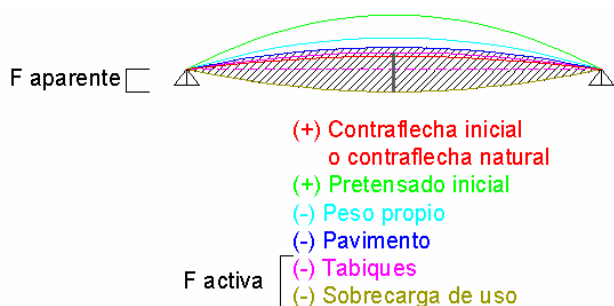
¿Por qué conviene pretensar? Porque cuando apliquemos la carga, la viga no tendrá el canto del perfil simple, sino un tanto más, lo que descuelga el montante central: ahora sí que obtenemos un beneficio claro. El momento se descompone en un par mayor; así que, si comparamos una viga simple con una viga Fink, la mejora es evidente.

Ahora bien, si comparamos una viga Fink pretensada con otra sin pretensar, ¿en qué mejoramos? En lo que se refiere a tensiones, en

nada, a no ser que introduzcamos parámetros de control de calidad o de seguridad estructural. Cuando se habla de seguridad estructural es porque los elementos, al estar comprimidos, pueden tener uniones soldadas o atornilladas menos solicitadas; así pues, el control de calidad será de menor intensidad. Cuando se alude a seguridad estructural diferente, se refiere a que los elementos podrían tener unos coeficientes menores de seguridad, tanto de acciones como del material; no obstante, esta opción no está evaluada en las normativas nacionales actuales.

Anteriormente se comentó que, en cuanto a tensiones, no se obtenía beneficio alguno; pero en deformaciones, sí. Las vigas largas simples metálicas experimentan deformaciones elevadas bajo la acción de cargas verticales lineales. Si el dimensionado de la viga está limitado por la deformación, puede ser por dos motivos: la deformación aparente final o la deformación debida a las sobrecargas variables.

El primer caso incluye la suma de las deformaciones de todas las acciones; concargas y sobrecargas. El segundo se refiere a aquella deformación que provoca daños en los elementos susceptibles de figurarse; por ejemplo, los tabiques. El CTE establece $L/350$ como tope máximo para el primer caso, y entre $L/500$ y $L/300$ para el segundo.



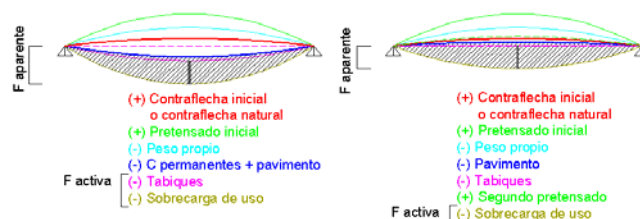
{215} Esquema tradicional de pretensado (imagen del autor).

Si el problema son las deformaciones aparentes, el pretensado es la solución. Si el problema son las deformaciones debidas a las sobrecargas, el pretensado no aporta ninguna mejora a la viga Fink, puesto que el recorrido es el mismo con o sin pretensado. Ahora bien, si el pretensado no se introduce únicamente al inicio, sino que también se aplica una vez colocados tabiques, pavimento y falso techo, la mejora es sustancial. Y si hay cargas permanentes mayores, como tierras, aún mejor.

En la imagen {215} se ilustra un proceso tradicional de pretensado. La viga simple puede recepcionarse plana o contradeformada, del taller o de la fábrica (roja) e, inmediatamente después, se le aplica el pretensado (verde). Este proceso puede tener un serio inconveniente: si la viga precisa del peso propio; por ejemplo, del hormigón todavía no vertido, para evitar inestabilidades locales de los

elementos, este proceso no sirve, por lo que se debe aplicar el pretensado después de verter el hormigón. La cantidad de pretensado que se ha de aplicar se determina de dos maneras. La primera sería precalculando la deformación causada por los tabiques y por el uso: el pretensado debe contraflechar la mitad de toda esta deformación. La segunda manera consistiría en conseguir que, antes de aplicar las cargas de los tabiques, la estructura quedase con una deformación hacia arriba, equivalente a la mitad del recorrido que tendrá después de aplicársele el uso y los tabiques.

En la primera solución se presta atención para que los tabiques y fachadas no se fisuren. En el segundo supuesto se hace lo mismo, pero también se controla la flecha aparente; así que la segunda solución sería más adecuada. Este segundo paso puede ser necesario en caso de que la viga presente inestabilidades al “vacío”; es decir, que no pueda asumir la totalidad del pretensado. Otra posibilidad consiste en aplicar un pretensado cuando la estructura ha quedado mal montada o cuando se requiere una reparación posterior.



{216} Comparación donde se explica el porqué de un segundo proceso de pretensado en beneficio de la flecha aparente, siendo la flecha activa igual (imagen del autor).

PÉRDIDAS POR ROZAMIENTO

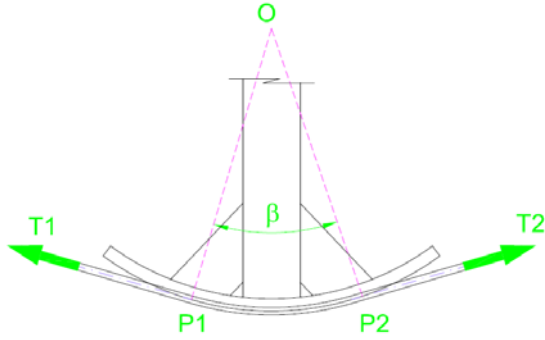
El problema típico de una polea sometida a dos fuerzas de igual intensidad y dirección concluye que el gancho que sujeta la polea ha de tener una reacción de dirección opuesta e igual a la suma de las dos fuerzas que sujeta. También sabemos que, teóricamente, la fuerza en ambos cables es la misma.⁶ Esto es así si no hay fuerza de rozamiento en la polea o si gira sin resistencia. Si la polea se convierte en un desviador que funciona por rozamiento, las fuerzas en ambos lados del desviador no serán iguales.⁷

Para saber valorar estas pérdidas, vamos a establecer el diagrama del sólido libre de un desviador {217}. Vamos a llamar β al ángulo total

⁶ BEER, F. P.; JOHNSTON, E. R. *Mecánica vectorial para ingenieros*. Madrid, McGraw Hill, 2008.

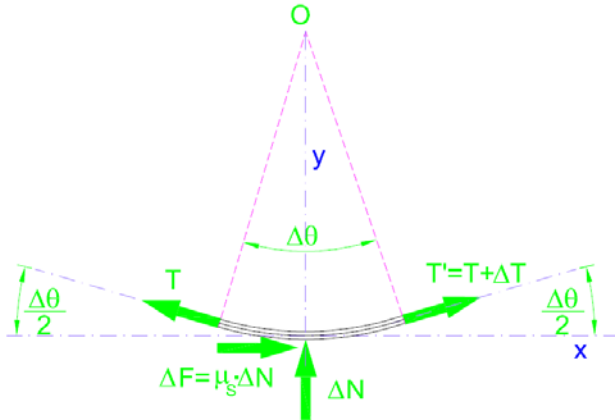
⁷ LIU H.; CHEN Z.; WANG, X. “Simulation of Pre-Stressing Construction of Suspen-Dome Considering Sliding Friction Based Large Curvature Assumption”. *American Scientific Publishers*, vol. 4, núm 8-10, pág. 2.713-2.718, 2011.

que existe en el desviador. T_1 y T_2 son las fuerzas a cada uno de sus lados, cuyos módulos no serán iguales entre sí. La diferencia entre ambas será ΔT .



{217} Problema típico de un cordón pretensado que pasa por un desviador de una estructura metálica (imagen del autor).

Si estudiamos lo que ocurre en un tramo diferencial de este desviador, podremos establecer las dos ecuaciones básicas de equilibrio con el fin de poder resolver el valor de la fuerza de rozamiento que se genera en el nudo. Planteamos el sólido libre en {218}:



{218} Sólido libre de un desviador de una estructura pretensada metálica (imagen del autor).

Entonces, podemos escribir las dos ecuaciones de equilibrio:

$$[11] \quad \sum F_x = 0;$$

$$[12] \quad (T + \Delta T) \cos \frac{\Delta \theta}{2} - T \cos \frac{\Delta \theta}{2} - \mu_s \cdot \Delta N = 0$$

$$[13] \quad \sum F_y = 0$$

$$[14] \quad \Delta N - (T + \Delta T) \sin \frac{\Delta \theta}{2} - T \sin \frac{\Delta \theta}{2} = 0$$

Resolviendo la ecuación [14] para ΔN :

$$[15] \quad \Delta N = (2T + \Delta T) \sin \frac{\Delta \theta}{2}$$

Y sustituyendo en la anterior ecuación [12], obtendremos:

$$[16] \quad \Delta T \cdot \cos \frac{\Delta \theta}{2} - \mu_s (2T + \Delta T) \sin \frac{\Delta \theta}{2} = 0$$

Dividimos la anterior expresión entre $\Delta \theta$. Para ello dividimos el primer término entre $\Delta \theta$ y, del segundo, la parte entre paréntesis entre 2, y el seno entre $\Delta \theta/2$. Así queda:

$$[17] \quad \frac{\Delta T}{\Delta \theta} \cdot \cos \frac{\Delta \theta}{2} - \mu_s \left(T + \frac{\Delta T}{2} \right) \cdot \frac{\sin(\Delta \theta/2)}{\Delta \theta/2} = 0$$

Hacemos que $\Delta \theta$ tienda a 0. Entonces, el coseno del primer término tiende a 1, y $\Delta T/2$ tiende a 0. El cociente del último término, el seno partido entre el incremento de θ medios, tiende a 1.

$$[18] \quad \frac{\Delta T}{\Delta \theta} - \mu_s T = 0$$

Por otro lado, como el límite de $\Delta T/\Delta \theta$ es, por definición, $dT/d\theta$, tenemos:

$$[19] \quad \frac{dT}{d\theta} - \mu_s T = 0$$

Ordenando los términos de otra manera, resulta la siguiente expresión:

$$[20] \quad \frac{dT}{T} = \mu_s \cdot d\theta$$

Finalmente, integraremos la ecuación [20] entre P_1 y P_2 . $\theta = 0$ cuando sustituyamos P_1 , $\theta = \beta$ cuando estemos en P_2 ; así:

$$[21] \quad \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = \int_0^\beta \mu_s \cdot d\theta$$

$$[22] \quad \ln T_2 - \ln T_1 = \mu_s \cdot \beta$$

$$[23] \quad \ln \frac{T_2}{T_1} = \mu_s \cdot \beta$$

Que también podemos escribir:

$$[24] \quad \frac{T_2}{T_1} = e^{\mu_s \cdot \beta}$$

Donde las tensiones del cable T_2 se oponen a la dirección del movimiento del cable T_1 , medidas en relación con la superficie. Debido a la fricción, $T_2 > T_1$; μ_s = coeficiente de fricción estática y cinética entre el cable y la superficie de contacto; β = ángulo del cable a la superficie de contacto, medido en radianes, $e = 2,718$. T_2 es independiente del radio; en cambio, es una función del ángulo del cable con la tangente a la superficie de contacto β .

Esta fórmula aparece en el Eurocódigo 3, parte 11 (pr ENV-1993) expresada de una manera similar, tal como se muestra a continuación:

$$[25] \quad \max \left\{ \frac{F_{Ed1}}{F_{Ed2}} \right\} \leq e^{\left\{ \frac{\mu \alpha}{\gamma_{M,fr}} \right\}} \quad (6.7)$$

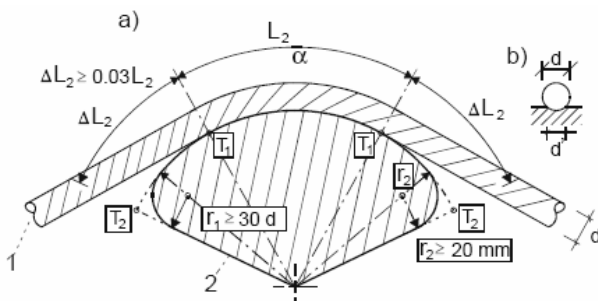
Donde:

μ es el coeficiente de fricción entre el cable y el desviador: puede considerarse 0,4.

α es el ángulo en radianes del cable pasando sobre el desviador.

$\gamma_{M,fr}$ es el factor parcial de fricción que podrá figurar en el Anexo Nacional: se recomienda el valor $\gamma_{M,fr} = 1,65$.

Para diseñar el desviador, la propia normativa establece unas medidas mínimas que se muestran en la figura siguiente {219}:



{219} Definición de los radios mínimos de un desviador (Eurocódigo 3.11. Ediciones AENOR. Versión 2008).

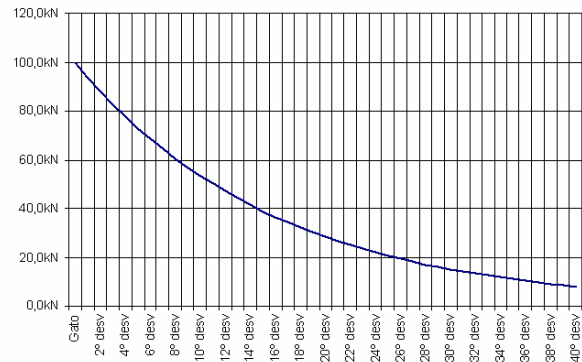
El radio de la silla debe ser $r_1 \geq 30 \cdot d$ o $r_1 \geq 400 \cdot \varnothing$ (el más restrictivo), donde \varnothing es el diámetro del alambre. El radio podrá reducirse a $r_1 \geq 20 \cdot d$ cuando los lechos del cordón, en al menos el 60% del diámetro, se realicen con un espesor mínimo de 1 mm con metal blando o recubrimiento de *spray* de zinc.⁸

El Eurocódigo 3 vigente también establece que pueden ser utilizados radios más pequeños para cordones en espiral, cuando esté justificado por medio de ensayos.

Si aplicamos las fórmulas anteriores, en el caso de una cúpula, por ejemplo; obtendremos los siguientes resultados. Suponemos que modelamos la cúpula con 40 segmentos. Para expresarlo mejor, la base no será un círculo, sino un polígono de 40 lados. Si fuésemos a postesar desde un único extremo y hubiese un único trazado en todo el perímetro, solución nada recomendable, tendríamos 40 desviadores de 9° cada uno ($360^\circ/40$). La fuerza inicial en el gato será de 100 kN. La pérdida en cada desviador, considerando una $\mu = 0,4$, sería:

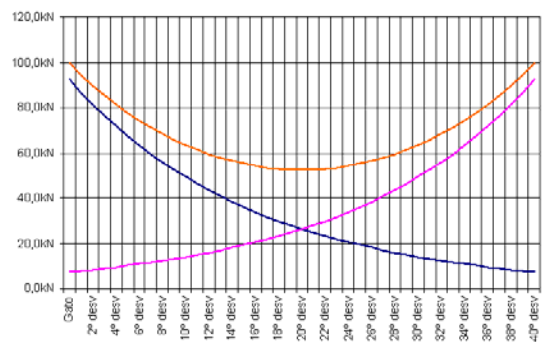
$$T_1 = \frac{T_2}{e^{\mu_s \cdot \beta}} = \frac{100 \text{ kN}}{2,7182^{0,4 \cdot 0,1570}} = 93,90 \text{ kN}$$

Si vamos aplicando esta fórmula en cada desviador, encontraremos una gráfica como la siguiente:



{220} Axil en el tendón a lo largo de la cúpula en el caso de un solo trazado, sin considerar pérdidas de cuñas (imagen del autor).

Ahora bien, si efectuásemos el tesado desde ambos extremos, podríamos hacer la suma de las dos gráficas. El axil entonces quedaría así:



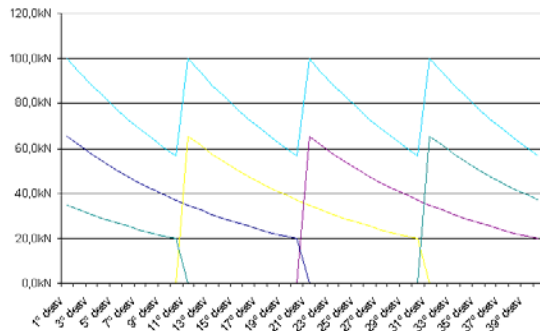
{221} Axil en el tendón a lo largo de la cúpula en el caso de un solo trazado, tesado desde ambos extremos, sin considerar pérdidas de cuñas. En azul, el primer tesado; en rosa, el segundo tesado desde el otro extremo; en naranja, la suma de los dos esfuerzos (imagen del autor).

En la gráfica {221} se pueden comprender diferentes efectos. Si se ha pretensado desde ambos extremos, el axil de uno y otro lado serán mayores que la fuerza de tesado inicial, por lo que no debe igualarse la carga de tesado a la máxima capacidad del cordón. En la gráfica {221} se ha pretensado con 92,5 kN desde cada extremo, consiguiendo al final 100 kN de axil máximo en el cable. Las pérdidas de tesado, con un único trazado, alcanzan el 47%, por lo que no se puede considerar una solución válida.

Si utilizamos cuatro trazados en vez de uno, considerando de nuevo que únicamente pretensamos desde uno de los dos extremos, el diagrama de axiles de los cables quedaría tal como se muestra en la gráfica {222}. En ella podemos

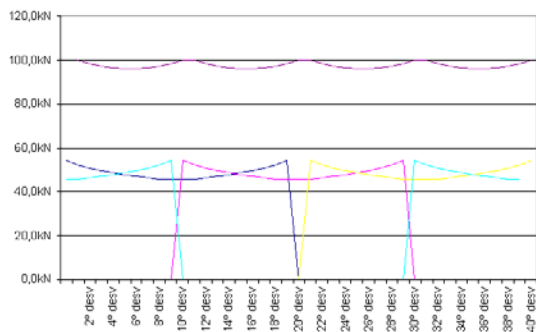
⁸ Eurocódigo 3: parte 11, apartados 6.3, "Desviadores", y 6.3.1, "Condiciones geométricas". Madrid, AENOR, 2008.

apreciar una pérdida de un 43%, cifra inferior a la anterior, pero todavía muy alta. El axil de pretensado sería en este caso de 65,2 kN.



{222} Axil en los tendones de los cuatro trazados, considerando tesado desde un único extremo y sin considerar pérdidas de cuñas. Abajo, las gráficas de cada trazado; arriba, en azul, la suma de los cuatro trazados (imagen del autor).

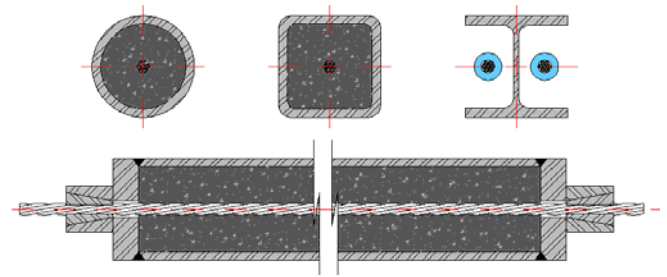
Para resolverlo, tensamos desde ambos extremos y en los cuatro trazados. El tensado alcanzará ahora un valor de 41,6 kN en cada extremo y en cada trazado. Así conseguimos una pérdida de carga solamente de un 3,8%, cifra más que razonable {223}.



{223} Axil en los tendones de los cuatro trazados, considerando tesado desde ambos extremos y sin considerar pérdidas de cuñas (imagen del autor).

PRETENSADO DE TIRANTES

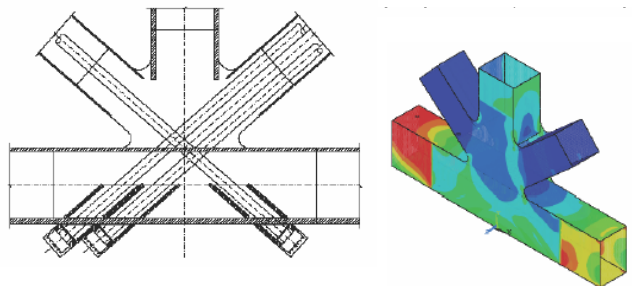
Desde un punto de vista conceptual, la solución más sencilla de entender es la de pretensar un elemento que finalmente va a trabajar a tracción, puesto que se consigue así una mayor capacidad, dado que se incrementa la cantidad de acero de la sección; pero, sobre todo, se obtiene una menor deformación del elemento si la carga se introduce una vez que se haya aplicado parte de la sollicitación.



{224} Varios ejemplos de pretensado de tirantes (imagen del autor).

En la figura {224} se muestra la solución más utilizada para transmitir la compresión a los perfiles: se coloca una chapa terminal gruesa, generalmente de un espesor no mayor que el doble de la pared del perfil, y en ella se suelda un cilindro con perforación interna cónica, donde se alojarán las cuñas que impidan el deslizamiento del tendón.

También se detallan tres secciones: las dos primeras protegen los tendones mediante la posterior inyección de mortero al tensado, con el consiguiente incremento de peso propio; en la tercera, los tendones quedan descubiertos y, en función de la situación, se protegen mediante camisas intumescentes exteriores.



{225} Ejemplo de pretensado de elementos traccionados.⁹

El mayor inconveniente que nos encontramos con esta solución es cómo se resuelven los nudos. El elemento ha de estar precomprimido de eje de nudo a eje de nudo. No es admisible, a no ser que se utilicen cartelas laterales, que los terminales queden por debajo del nudo para facilitar la unión.

También hay que tener presente, si es necesario, que el gato entre fácilmente, siempre y cuando el

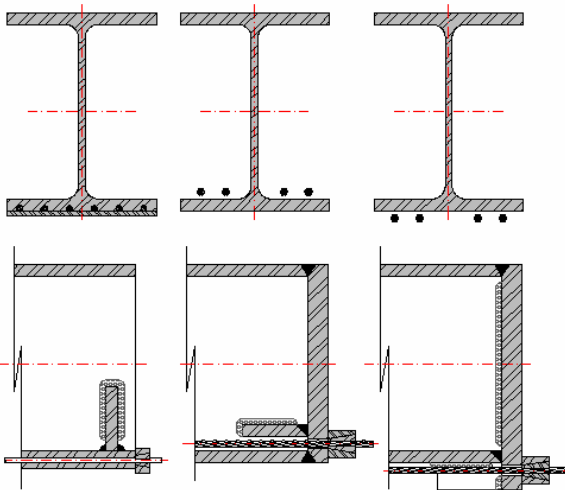
⁹ MARTÍNEZ CALZÓN, J.; GÓMEZ NAVARRO, M. "Torre Espacio. La estructura del edificio". *Hormigón y acero*, núm. 249, pág. 19-43, 2008.

pretensado se ejecute in situ. Esta cuestión se puede generalizar a todas las soluciones que más adelante se van a explicar.

PRETENSADO INTERIOR LINEAL DE VIGAS

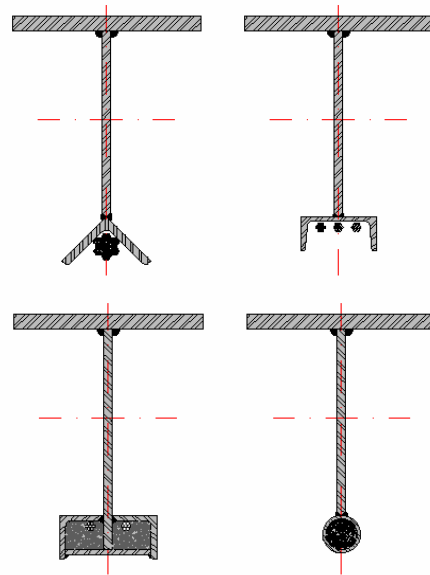
Otra solución que tenemos a nuestro servicio, trabajando con elementos activados, es la de colocar un trazado recto en la mitad inferior de una viga. Con este sistema se consiguen dos efectos: por un lado, precomprimir la viga y, por otro, aplicarle un momento flector de intensidad constante a lo largo de su eje, que tracciona la fibra superior y comprime la inferior, de modo inverso a lo que ocurre en una viga biapoyada.

Esta forma de proceder es efectiva y plantea mejoras en el pandeo lateral distorsional, que tiene lugar antes que el torsio-deformacional. Sin embargo, puede aportar poco rendimiento, porque comprime la sección y aumenta las tensiones de las fibras comprimidas.



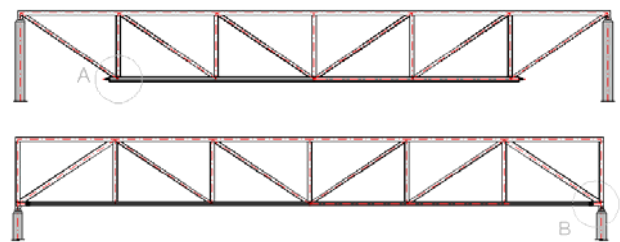
{226} Diversos casos de pretensado lineal de vigas de alma llena o de perfiles en doble T (imagen del autor).

Los perfiles en doble T con trazado lineal inferior pueden albergar tendones de tres maneras {226}: por encima, por debajo y dentro del ala. Para disponer los tendones dentro del ala, existe una patente de perfiles laminados, en la que se les procuran unas entallas, donde se puede colocar a posteriori la armadura activa. Finalmente, se dispone una chapa inferior de remate o protección {226} (1.^a imagen).¹⁰

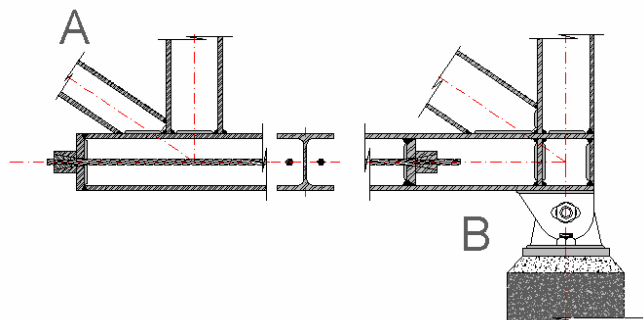


{227} Algunas soluciones de secciones conformadas por chapas o perfiles pretensados con variaciones del ala inferior (imagen del autor).

El pretensado lineal interior de vigas metálicas puede aplicarse tanto a vigas de alma llena {226} como a vigas en celosía {228}; sin embargo, los efectos generados en uno u otro caso son diferentes.



{228} Soluciones de pretensado lineal interior inferior en una viga en celosía (imagen del autor).



{229} Detalles de nudos de las soluciones indicadas en {228} (imagen del autor).

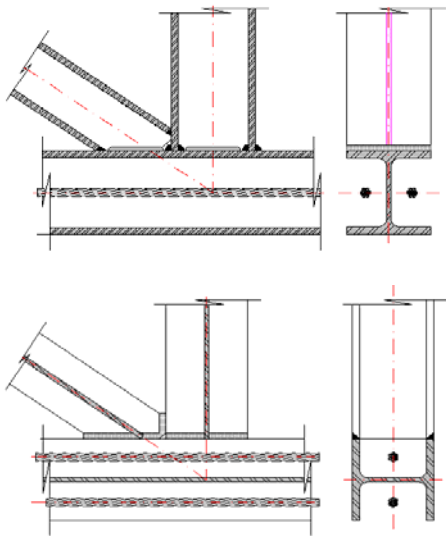
En la figura {229} se muestran los detalles correspondientes a la figura {228}. En el nudo A, se libra el sistema de unión, sacando fuera de la estructura la placa y las cuñas. En el caso B, el terminal, en vez de sobrepasar el primer montante, no llega a él, porque esta sección es igual que la

¹⁰ ARGÜELLES ÁLVAREZ, R. *La estructura metálica hoy*. Madrid, Editorial Bellisco, 1983.

central, donde más tensiones hay. Así, podemos comprender que la sección del cordón inferior está sobredimensionada y que la solución es correcta, pese a no llegar al final.

Uno de los problemas más importantes que hay que resolver, en este y en la mayoría de los casos que vamos a tratar en el presente capítulo, es el pandeo de los elementos previamente comprimidos. Los elementos traccionados no suelen estar arriostrados. Un perfil en doble T, generalmente HEA, HEB o HEM, suele disponerse con las alas horizontales, para aprovechar mejor su inercia frente a las cargas lineales normalmente aplicadas; por ejemplo, el peso propio del perfil o la carga de la chapa, si es que se apoya directamente sobre el ala superior. Hay también dos motivos para hacerlo así: se consigue una mayor ligereza visual de los perfiles y también se obtienen uniones más sencillas.

Sin embargo, sucede que la viga es más inestable transversalmente. Este fenómeno se puede apreciar claramente cuando una viga que se ha montado en un plano horizontal se intenta poner en vertical. Por eso, es posible girar el perfil 90° , perdiendo todas las ventajas que se han enumerado previamente, pero consiguiendo una mayor rigidez transversal en fase de montaje y una capacidad de pandeo transversal ligeramente mayor.



{230} Dos soluciones a un mismo problema de pretensado (imagen del autor).

En la figura {230} se adjuntan dos soluciones que ilustran el problema. Arriba, se encuentra la forma lógica de colocar el cordón inferior en una viga en celosía: sin cambiar la orientación, se dispone el pretensado a cada lado del alma; han de ser grupos de dos tendones como mínimo, para evitar tensiones asimétricas. Abajo, se muestra un detalle homólogo, esta vez girando el perfil del cordón inferior: en este caso, se puede observar que las almas de las barras de relleno no tienen continuidad

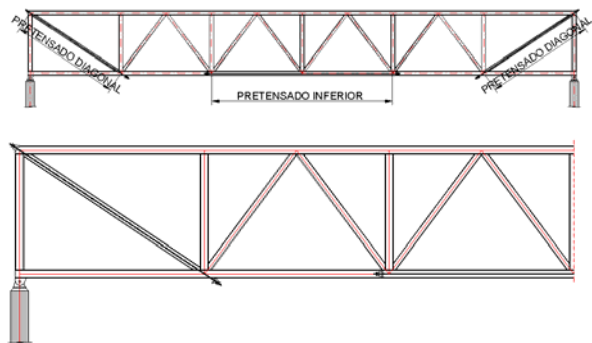
con el cordón, por lo que no pueden ser consideradas en el cálculo.

También es necesario tener presente que los perfiles son del mismo calibre, por lo que generalmente estarán sobredimensionados. Una solución a este problema consistiría en introducir cartelas que aprovecharan mejor los perfiles, aunque se conseguirían nudos visualmente más robustos.

La manera más lógica de abordarlo consiste en ejecutar el pretensado cuando se haya aplicado a la estructura un tanto por ciento cercano a la mitad del valor de la carga total. Así, podríamos llegar a no tener jamás compresiones en el elemento no arriostrado si analizamos el proceso constructivo convenientemente.

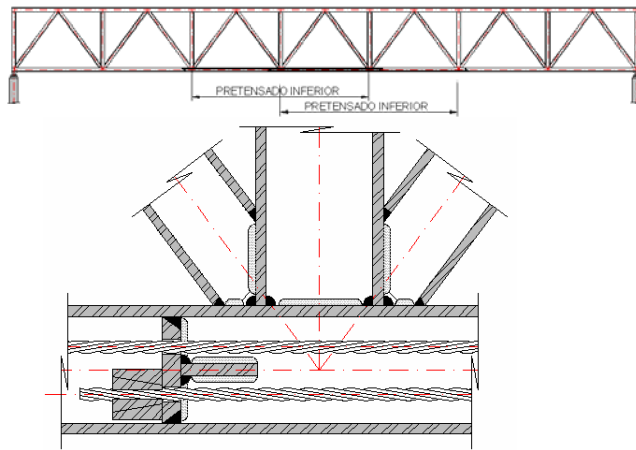
Huelga decir que, si arriostramos transversalmente los perfiles de una manera correcta, conduciendo los arriostramientos a puntos rígidos (por ejemplo, a las fachadas, donde puede haber celosías contraviento), podremos evitar más eficazmente el pandeo lateral.

Conviene tener presente que, en los casos de las figuras {226} y {228}, la compresión es constante en el ala o cordón inferior, por lo que resulta antieconómica. Por este motivo, existen variantes, cuyos ejemplos pueden encontrarse más adelante, que actúan en las secciones más débiles y ahorran material. Sin embargo, las soluciones pueden ser tan variadas como alternativas de vigas en celosía sin pretensar existan.



{231} Viga en celosía con disposición mixta de sus barras de relleno. Abajo, un detalle de media viga (imagen del autor).

En {231} se expone como ejemplo de pretensado lineal interior parcial una viga en celosía tipo Warren con las diagonales extremas variadas, como si fuera una viga Pratt. Estas diagonales extremas, que son las que más cortante transmiten a modo de esfuerzo axial, están pretensadas para reducir su deformación y sección. En el centro del cordón inferior se localiza un tramo de pretensado, justo en las secciones que más tracción van a sufrir.

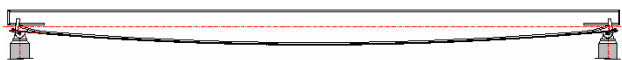


{232} Viga en celosía con pretensado doble en el cordón inferior traccionado (imagen del autor).

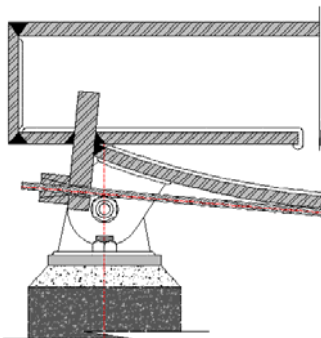
En {232} se propone una viga Warren con montantes intermedios y un doble pretensado inferior. Estos dos trazados están decalados entre sí, consiguiendo tres tramos: el primero y el tercero, pretensados con una fuerza F y, el segundo, con una fuerza $2F$.

PRETENSADO INTERIOR POLIGONAL DE VIGAS

Las soluciones que se tratan en el presente apartado mejoran el rendimiento y el coste, comparándolas con las anteriores. Si se quiere mejorar el rendimiento, se ha de pensar en trazados poligonales; puesto que los trazados parabólicos en estructuras metálicas son difíciles de conseguir, dado que estas suelen estar formadas por segmentos rectos por motivos de economía. Más abajo se detalla un caso donde se aprovecha un trazado parabólico, que puede ser la excepción que confirma la regla.

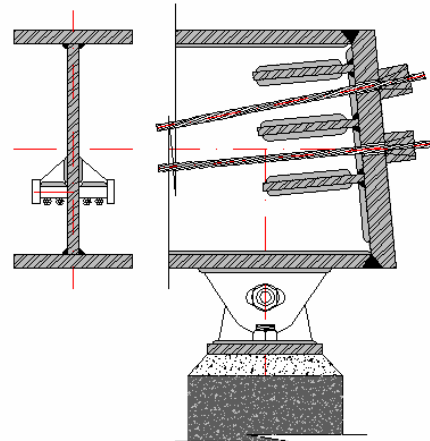


{233} Viga conformada de alma llena con pretensado inferior parabólico, aprovechando el vientre de pez (imagen del autor).

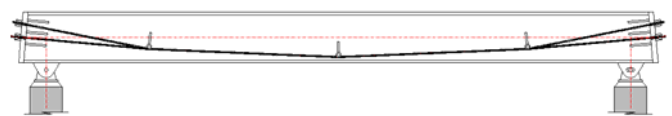


{234} Detalle de la figura {233} (imagen del autor).

En la imagen {234} se detalla una posible solución para la viga de {233}. Es muy importante evitar siempre el roce de tendones con aristas, para asegurar que estos no se dañen cuando se tensan. Por eso, el ala se dobla ligeramente antes de ser soldada al alma. Conviene disponer unos topes o guías repartidas uniformemente bajo el ala inferior, para evitar que los tendones se abran cuando se tensen.

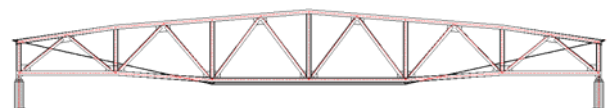


{235} Sección central y detalle de {236} (imagen del autor).

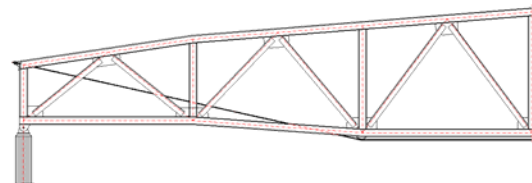


{236} Viga conformada de alma llena con pretensado interior poligonal (imagen del autor).

Los desviadores pueden ser muy elaborados o, por el contrario, muy sencillos; depende de la cantidad de carga que transmitan. En el caso de la imagen {235}, se han resuelto mediante conectores tipo Nelson y una sencilla cartela rigidizadora.¹¹ En la cabeza de la viga se desdoblan los trazados de los cordones, consiguiendo que quepan más cuñas y, por tanto, más tensión. Al ser la placa plana, uno de los dos cilindros debe tener un corte esviado.



{237} Viga en celosía con pretensado interior (imagen del autor).



{238} Detalle de media viga de {237} (imagen del autor).

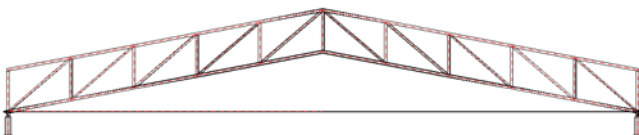
¹¹ MASULLO, R.; NUNZIATA, V. *Prestressed Steel Structures: Historical and Technological Analysis*.

En la figura {237} los terminales se sitúan en el cordón superior, mientras que el trazado poligonal aprovecha el mayor canto posible. Desviadores y terminales deben ir necesariamente a nudo, para no inducir momentos indeseados en las barras.

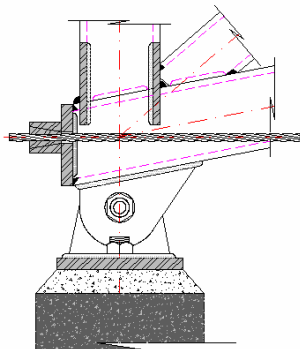
PRETENSADO EXTERIOR POLIGONAL DE VIGAS

Cuando decidimos que el canto de la viga no es suficiente, aunque esta esté pretensada, y que necesitamos que el trazado sobrepase el perímetro, generalmente por debajo, sucede que el rendimiento de la viga mejora rotundamente. Lo que ha ocurrido es que hemos cambiado las reglas de juego: la distancia entre la fibra superior y la inferior ha aumentado, y el par para contrarrestar el momento es mayor. También sucede que el cordón aporta un esfuerzo del que ya se ha hablado en este capítulo.

En edificación, tipologías propias, como las correspondientes a viviendas, oficinas, hoteles, escuelas, hospitales, etc., no facilitan soluciones como las que se analizan en el presente apartado, porque interesa que el canto de los forjados sea lo más ajustado posible y que se consiga así el mayor número de pisos. Cuando nos encontramos con edificios, como naves industriales, pabellones polideportivos, pabellones feriales, piscinas, etc., las reglas son otras; por ejemplo, el límite de la altura libre. Es entonces cuando las tipologías que se incluyen aquí cobran sentido; pues, entre otras ventajas, son más económicas.



{239} Viga en celosía a dos aguas (imagen del autor).

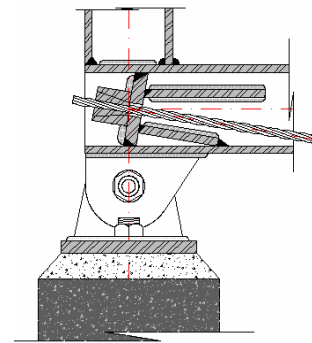


{240} Detalle de la imagen {239} en el caso de utilizar dos tendones (imagen del autor).

En la imagen {239} se reproduce el alzado de una viga en celosía a dos aguas. Tiene un comportamiento a medio camino entre el esquema de un arco y el de una viga. El pliegue superior da lugar a que los momentos de la cumbrera se inviertan, mientras que el tensor impide casi por completo el desplazamiento horizontal, aprovechando la capacidad de compresión del sistema.



{241} Viga en celosía de sección constante con tramos impares (imagen del autor).



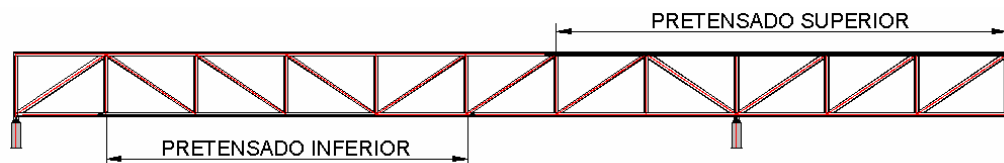
{242} Detalle del nudo de {241} (imagen del autor).

En el caso de la figura {241} se aplica un trazado por debajo, que comprime el cordón inferior y aumenta el canto de la viga casi al doble. El aspecto que consigue esta viga es muy interesante cuando hay una sucesión de estos elementos dentro de un mismo espacio.

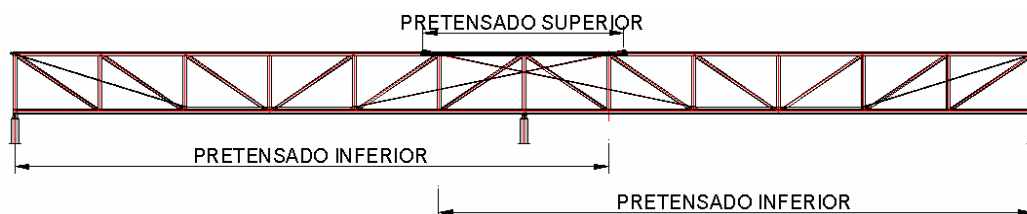
PRETENSADO PARA VIGAS CONTINUAS

El caso concreto de una viga continua permite plantear dos soluciones en lo que se refiere al pretensado: o bien tratar los trazados de los tendones como si los dos tramos fuesen independientes, intentando que los terminales no interfieran entre sí, o bien tratar de situar dichos tendones allá donde haga falta; es decir, donde haya tracción.

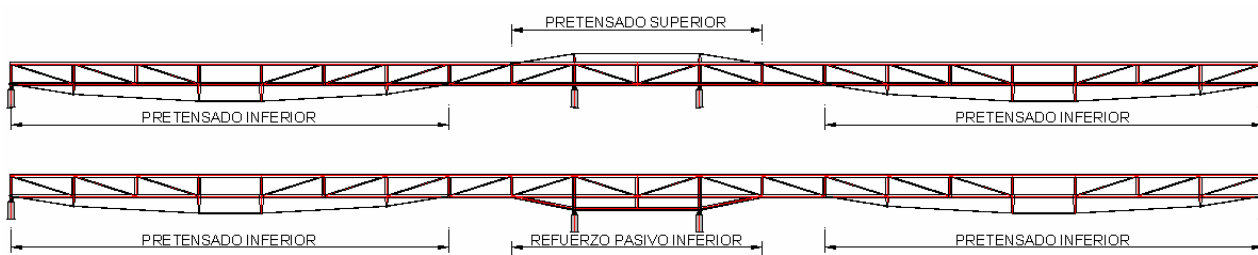
Al igual que en los casos anteriores, se pueden disponer trazados solamente horizontales, poligonales o combinados, aunque sigue siendo más económico utilizar trazados poligonales por las razones que se expusieron anteriormente.



{243} Viga con un tramo biapoyado y un voladizo (imagen del autor).



{244} Viga con dos tramos continuos y pretensado poligonal (imagen del autor).



{245} Dos soluciones a un mismo problema de pretensado de dos vigas continuas (imagen del autor).

Generalmente, los trazados que descuelgan son más prácticos que los superiores. El motivo radica en que los superiores suelen sobresalir de la cubierta y crear puntos expuestos a la entrada de agua de lluvia.

En la imagen {243} se detalla un ejemplo de viga pretensada continua. El momento negativo que produce el voladizo hace que el positivo se desplace hacia la izquierda, al igual que el pretensado inferior. El negativo que aparece en el voladizo queda también pretensado mediante un trazado horizontal.

En la imagen {244} se disponen tres trazados: los dos simétricos, que no se apoyan sobre el montante central para facilitar el detalle y para ajustarse lo más posible a los esfuerzos, y el tercer trazado, que consiste en un refuerzo superior horizontal, que mejora el negativo al igual que en el caso anterior.

Para acabar con los ejemplos de vigas continuas, en la imagen {245} se muestran dos soluciones que responden a un mismo problema. La solución de arriba plantea dos trazados inferiores y uno central superior; la imagen es muy ilustrativa, pues reproduce casi fielmente el diagrama de momentos de la estructura.¹²

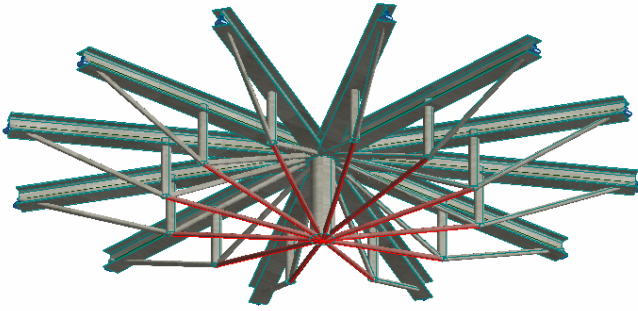
En el caso inferior, el trazado central se convierte en un entramado de barras pasivas, porque allí se van a localizar las compresiones: así, resolvemos el problema de posibles goteras sin interrumpir la chapa o el cerramiento. Asimismo, se ha de prestar especial atención a la diagonal de unión entre los dos trazados y al pandeo lateral de la subestructura inferior añadida.

PRETENSADO PARA ESTRUCTURAS ESPACIALES DE BARRAS

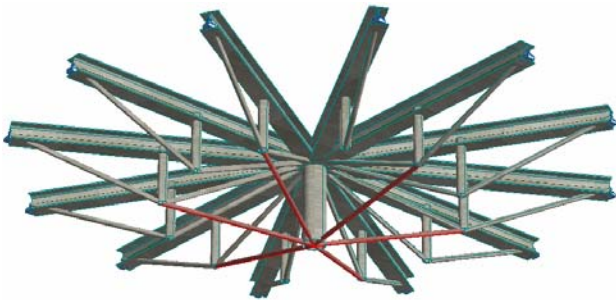
De la misma manera que se han venido exponiendo las diferentes posibles soluciones estructurales planas que tenemos al alcance para resolver luces medianas y grandes, podemos establecer un esquema similar para estructuras tridimensionales o espaciales.

Todos los entramados planos analizados anteriormente, y seguramente otros muchos, pueden generar, si se repiten según una matriz polar, una estructura que forme en planta un círculo {246} y {247}. Si sabemos resolver la unión del centro, tarea difícil, puesto que unir gran cantidad de perfiles en un mismo punto entraña una gran dificultad técnica, tendremos una cubierta espacial circular o poligonal.

¹² Estos tipos de estructuras metálicas pretensadas se recogen en ARGÜELLES ÁLVAREZ, R. *La estructura metálica hoy*. Madrid, Editorial Bellisco, 2011.

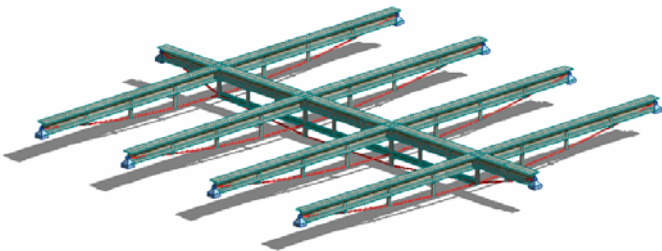


{246} Revolución de vigas Fink con unos cables inferiores añadidos que pueden ser o no pretensados. En este caso, el pretensado ofrece la posibilidad de corregir la deformación (imagen del autor).



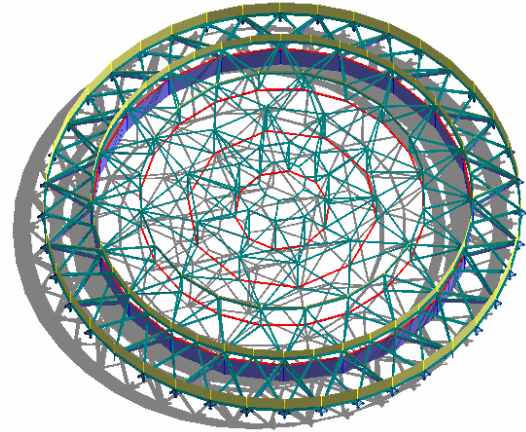
{247} Las posibilidades son múltiples, lo que puede alterar incluso una misma estructura. En la imagen, las celosías rojas actúan como estructura principal, mientras que las intermedias se integran como estructura secundaria (imagen del autor).

Si en vez de hacerlo mediante una sucesión de elementos girados con respecto a un punto, generamos una sucesión de elementos separados equidistantemente e introducimos unas estructuras transversales {248}, podemos conseguir tensionar la estructura en una o en varias direcciones.

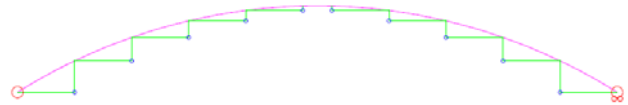


{248} Estructura pretensada en dos direcciones. En rojo, los elementos que son susceptibles de ser activados (imagen del autor).

El pretensado también puede basarse en varios diámetros concéntricos, con lo que se consigue eliminar las diagonales inferiores, tal como se muestra en la imagen inferior.



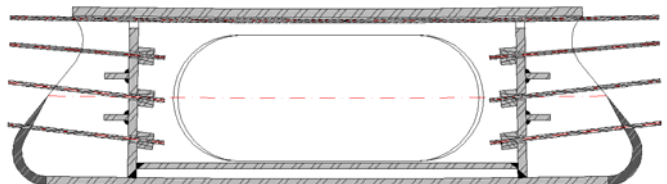
{249} Estructura pretensada diametralmente (aspensión). En rojo, los elementos que son susceptibles de ser activados. Abajo, esquema de pretensado diametral de una cúpula. En el interior, los anillos que se pretensan horizontalmente y que hacen estable la cúpula (imagen del autor).



PRETENSADO DE ANILLOS DE TRACCIÓN

Uno de los problemas mayores que nos encontramos cuando trabajamos con una cúpula es la resolución del anillo perimetral exterior traccionado. Esta situación es de difícil ejecución, porque las tracciones que se acumulan son elevadas y las uniones muy comprometidas; pero, sobre todo, porque la deformabilidad intrínseca de este anillo puede suponer que la cúpula sea más o menos rígida y, por lo tanto, la clave se deforme verticalmente más o menos de lo esperado. En consecuencia, una buena solución para controlar la deformación del anillo o para reducir las tensiones de tracción consiste en precomprimir el propio anillo.

Si el anillo es circular, puede alojar dentro de él varias líneas de pretensado, no una única; de este modo, se logra repartir las irregularidades que puedan provocar las tensiones.



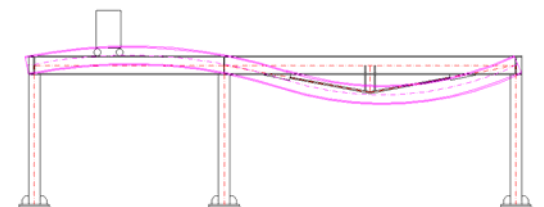
{250} Solución de anillo exterior pretensado para una cúpula. Los tendones inferiores son difíciles de pretensar (imagen del autor).

La solución parece sencilla, pero lo más difícil es ocultar las cabezas dentro del anillo {250}. Si el anillo tiene una sección circular grande y está curvado con un radio también grande, solo entonces podremos introducir dentro un gato unifilar; se puede pensar en alojar los tendones en el interior, haciendo que algunos de ellos sean pasantes y otros queden interrumpidos. El rigidizador inferior intenta suplir la falta de área que le produce la ventana. En el lado opuesto, se pueden distinguir los trazados que son pasantes. Finalmente, se coloca una tapa, que es un segmento de tubo y puede ir en la cara superior o en la inferior. En ambos casos, se debe tener cuidado con la soldadura, porque puede estropear el acero activo.

REFUERZO DE ESTRUCTURAS EXISTENTES Y RECUPERACIÓN DE LA FORMA

Cuando una estructura metálica falla por deformación, se puede conseguir, mediante el añadido de perfiles y de armadura activa, que esta deformación se reduzca.

Para ilustrar este caso, exponemos el ejemplo de una carrilera que, a pesar de resistir el paso de la viga completamente cargada, se deforma demasiado, lo que propicia que el motor no pueda movilizar el sistema y que este no funcione.



{251} Puente grúa. En el tramo izquierdo se ha obtenido una deformación excesiva, que se ha recuperado gracias al pretensado posterior (imagen del autor).

Soldando uno o varios montantes y colocando armadura activa, se puede conseguir reducir la deformación con poco coste de material. El pretensado no solo refuerza la estructura; sino que, si esta ha entrado ya en régimen plástico con deformaciones remanentes, resulta posible corregirlas y recuperar la horizontalidad o su forma inicial.

PRETENSADO DE ESTRUCTURAS METÁLICAS POR CONTRAPESADO

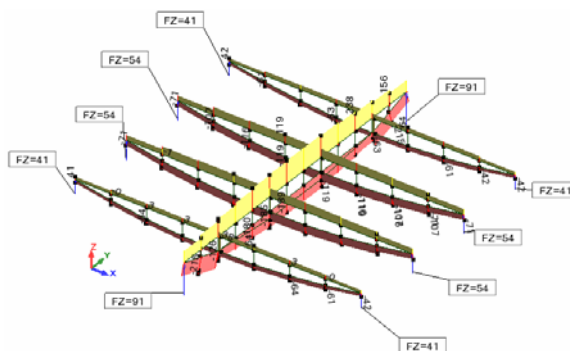
En realidad, no se trata de un pretensado inducido mediante barras traccionadas; sin embargo, el uso de cargas muertas a modo de mochilas puede considerarse un sistema apto para cambiar los esfuerzos o el comportamiento final a voluntad del consultor estructural. Si tenemos una estructura que

tiende a volcar de forma natural, según una dirección, debido a una carga excéntrica, es posible colocar otra carga en dirección opuesta; de tal manera que $F_1 \times d_1 = F_2 \times d_2$. Entonces, el axil de los pilares será mayor, mientras que el momento de los soportes, así como de las cimentaciones, quedará neutralizado, al menos en el caso estudiado.

Un ejemplo muy típico de este tipo de solución es el de la grúa de obra. El contrapeso consigue que la grúa en vacío quede doblada hacia el lado del propio contrapeso; mientras que, cuando está en plena carga, se inclina hacia el lado opuesto, con un ángulo casi igual. Esta solución también se ha empleado en obras con grandes voladizos, como puede ser el canódro de Eduardo Torroja o la estación de Bellaterra (Universitat Autònoma) de los arquitectos J. Bach y G. Mora.

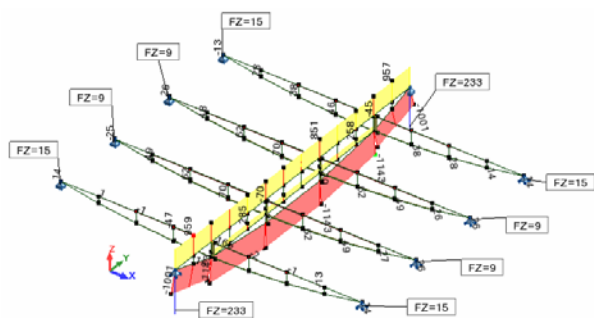
CAMBIO DEL COMPORTAMIENTO DE LA ESTRUCTURA A VOLUNTAD

En el capítulo “Grupos de barras pretensadas”, se definirá con mayor profundidad qué puede ofrecernos este sistema. En función de las fuerzas de pretensado introducidas, conseguimos canalizar el esfuerzo cortante hacia donde queramos, gracias a que alteramos la rigidez de los elementos, permitiendo así que la estructura adopte una u otra forma y que las reacciones se canalicen a través de uno u otro apoyo; por ejemplo, consiguiendo que todos los soportes tengan la misma o diferente magnitud.



{252} Estructura {248}. Diagrama de axiles y reacciones. La estructura no está activada (imagen del autor).

En la figura {248} se detallaba una estructura formada por cuatro vigas transversales más cortas y una longitudinal. Si los perfiles son iguales y no hay efecto de pretensado, las vigas transversales serán más rígidas y tratarán de absorber más carga que la longitudinal {252}. Si activamos el cordón inferior de la viga longitudinal {253}, podremos conseguir, sin cambiar los perfiles, descargar las vigas transversales a favor de la pretensada.



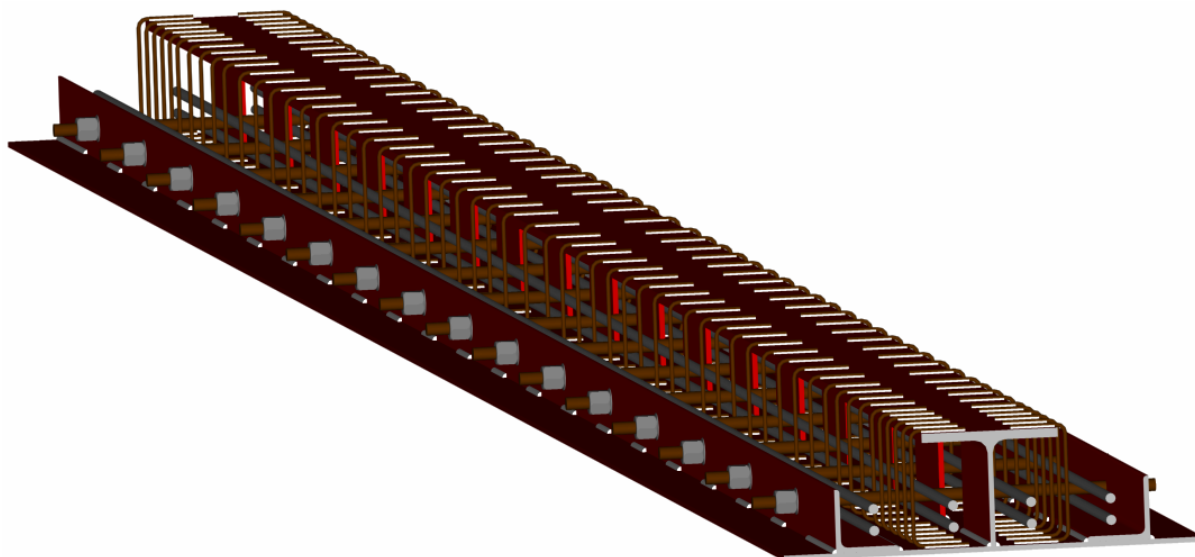
{253} Estructura {248}. Diagrama de axiles y reacciones. La estructura central está pretensada y consigue reducir drásticamente los cortantes de las cuatro vigas, haciendo incluso que las dos centrales tengan menos cortante que las otras dos, a la inversa de {252} (imagen del autor).

PRETENSADO MIXTO

En esta tesis no se hablará de pretensado o postensado para secciones mixtas, ya que el tema se centra estrictamente en perfiles metálicos. No

obstante, hay un ejemplo que se ha querido incluir en este capítulo, porque buena parte de la sección está integrada por perfiles metálicos. Los arquitectos de la biblioteca de Lleida, Gullichsen y Vormala, quisieron que el entrevigado de la cubierta de su edificio fuese prefabricado, según un sistema que ellos ya habían utilizado en su país. Estudiado anteriormente por el profesor Ollila, en este sistema se conseguía salvar una luz de hasta 20 m con un espesor de 300 mm, trabajando de una manera unidireccional.

El perfil está formado por un HEB-260 al que se le practica un corte similar al de una viga Void, con lo que se logra aprovechar casi la totalidad del material. Los extremos de las almas se sueldan a una chapa de 800 x 10 mm, a la que se le colocan unos refuerzos continuos tipo L-120 x 10 mm. Asimismo, para hacer solidario el trabajo del hormigón con el del acero, se le sueldan estribos, más próximos entre sí en los extremos y más separados en el centro.



{254} Jácena pretensada metálica mixta de la biblioteca de Lleida (imagen del autor).

Por último, se disponen unos redondos roscados transversalmente para mejorar la adherencia. Este sistema no se utilizó en la solución de Ollila, cuya propuesta tenía ligeras diferencias con respecto a la solución de Lleida: la cara interior de la chapa inferior era estriada, para mejorar el rozamiento entre el acero y el hormigón. Dado que en Cataluña, cuando se aplicó esta solución, era difícil encontrar chapas con estas características, se propició un cambio del sistema.

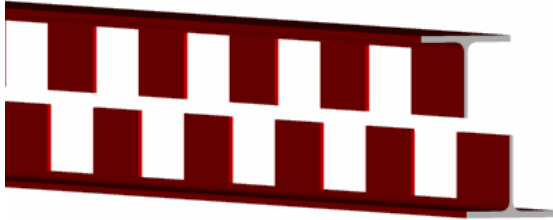
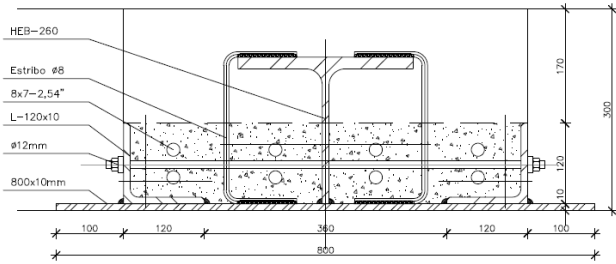
Antes de verter el hormigón, se pretensan ocho o doce agrupaciones de siete cordones de 0,5" de acero 1.860 N/mm². El número de cordones depende de la carga y de la luz. La fuerza aplicada alcanza los 2.300 kN, valor que hace necesaria la

comprobación del pandeo lateral del cordón superior comprimido.^{13, 14}

El hormigón es HA-45. La empresa encargada del pretensado fue ATEFOR y los perfiles fueron contruidos por ELTEC. En taller, se hormigona únicamente la parte inferior, que es la que envuelve los tendones; sin embargo, este hecho no aumenta excesivamente el peso de las vigas para su transporte. El resto del hormigón se vierte en obra, junto con el de las prelosas.

¹³ BOZZO, L. M. "Losa semi-prefabricada pretensada mixta". *Hormigón y acero*, núm. 219, págs 69-77, 2001.

¹⁴ XERCAVINS I VALLS, E. "La prefabricación en edificios singulares". *Hormigón y Acero*, núm. 235, pág. 17-33, 2005.



{255} Arriba: jácena pretensada metálica mixta de la biblioteca de Lleida. Abajo: método de corte del perfil HEB-260, que hace posible reducir al mínimo las mermas (imágenes del autor).

El espacio central entre las vigas pretensadas mixtas se cubre con prelosas construidas con el mismo industrial que pretensa las viguetas metálicas, puesto que es su actividad principal.

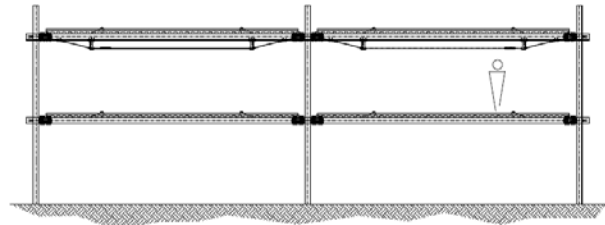
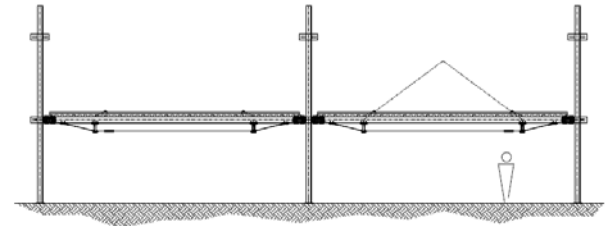
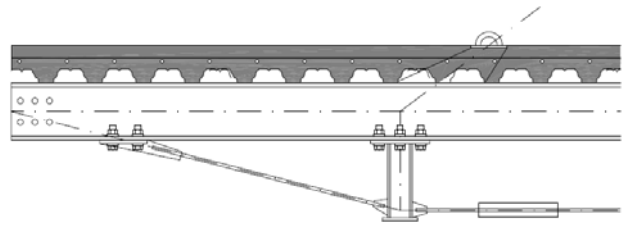


{256} Momento de pretensado de los cordones sobre las bancadas de ATEFOR (Hormigón y acero, núm. 235, pág. 30).

PRETENSADO DE PIEZAS PREFABRICADAS ANTES DE SER MONTADAS

Una de las aplicaciones que podemos encontrar para utilizar piezas metálicas pretensadas es la de recuperar la continuidad de los elementos metálicos prefabricados, al menos en lo que hace referencia a los esfuerzos provocados por las cargas permanentes que se aplican antes de instalar las piezas en su lugar definitivo. La idea es muy sencilla: se fabrica el material, se conforma y se hormigona. Cabe la posibilidad de que se coloquen el pavimento y los tabiques; a continuación, se iza la pieza, lo que origina la consiguiente deformación, y se sitúa en su posición final,

perdiéndose así la continuidad de esfuerzos para las concargas.



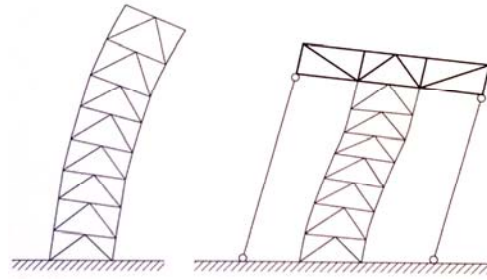
{257} En las imágenes superiores, podemos ver un detalle de conversión de una viga simple en una viga Fink mediante montantes que, temporalmente, hacen de patas. Las uniones son atornilladas para poder ser recuperadas con posterioridad. Abajo, se pueden ver dos secuencias: la primera, mientras se completa el piso inferior; después se empotra el extremo de la viga mediante cubrejuntas a placa frontal; finalmente, se retira el pretensado, de modo que dos vigas sencillas pasan a convertirse en una viga continua de dos tramos (imagen del autor).

Si colocamos una serie de chapas y de barras que, además, se pueden recuperar, podemos contradeformar las piezas, para después conectarlas entre sí con un sistema atornillado que genere una solución de viga continua. Solamente entonces, podremos retirar la carga activa y conseguir así un momento de empotramiento en la unión para las concargas. La pregunta es clara: ¿para qué se deben retirar los tendones? Cuando se trata de una estructura muy concreta, no tiene sentido recuperar el material, puesto que causaremos una deformación que podríamos evitar. Ahora bien, si vamos a prefabricar un elemento en serie, la recuperación del material será importante y el gasto inicial menor.

Uno de los mayores inconvenientes que presenta esta solución es que las chapas que generan el empotramiento entre los dos tramos de vigas pueden toparse con el hormigón o con la propia chapa grecada. La propuesta más sencilla consistiría en disponer unas ventanas, a modo de reservas, que serían hormigonadas en una segunda fase.

VIGAS PREFLEX

En 1971 el fabricante asturiano de viguetas pretensadas de hormigón, Rubiera, anunciaba en el *ABC* madrileño unas viguetas metálicas denominadas Preflex. Con este esquema de vigas y viguetas había conseguido cubrir luces de hasta 35 m con esquemas de vigas biapoyadas y de hasta 15 m en voladizo. La forma de proceder en la que se basa este sistema ha sido explicado previamente en el capítulo “Historia del pretensado metálico”.



{259} *Solución de estabilización de edificios mediante atirantado exterior* (SCHULTZ; SOBEK; HABBERMANN, Steel Construction; 200, Pág. 208).

Si tratamos el caso de una planta estabilizada por un núcleo central¹⁵, podemos llegar a reducir la deformación transversal, por efecto del viento o del sismo, mediante tirantes en la fachada que compriman consecuentemente el propio núcleo¹⁶. Así, cuando existe una fuerza horizontal, los tirantes llegan a sobretraccionarse y a destraccionarse, reduciendo el desplazamiento transversal. En la imagen {259} se puede observar que la deformación en ménsula, que el edificio experimenta sin tirantes, queda así corregida en su tramo superior, haciendo cambiar la dirección de la tangente de la deformada. Esta solución se ha llevado a cabo con éxito en muchos edificios norteamericanos; sin embargo, dado lo especial y lo complejo de la solución, no se desarrolla en esta tesis más allá de este apartado.

[illegible]

{258} *Viguetas Rubiera Preflex anunciadas el 10 de noviembre de 1971 en el periódico ABC.*

Anteriormente, Rubiera había patentado, en 1969, unos sistemas de pretensar vigas de hormigón con alma metálica interna. En la actualidad, Rubiera se dedica únicamente al sector de prefabricados de elementos de hormigón, lo que indica que el mercado del acero pretensado no resultó un buen negocio. Hoy en día no es una solución que se utilice habitualmente, al menos en Cataluña.

OUTRIGGER STRUCTURES

Una alternativa interesante para estructuras metálicas pretensadas es la que se basa en el uso de estabilizadores para grandes rascacielos o en edificios de viviendas que buscan un lenguaje ligero de sus fachadas. Un proyecto que empleaba este sistema y que no llegó a materializarse es la torre de una milla del prolífico arquitecto norteamericano Frank Lloyd Wright.

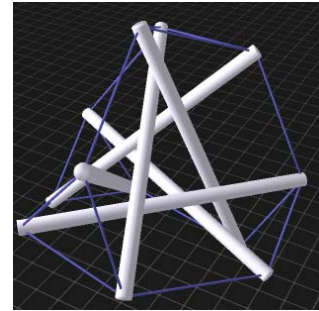
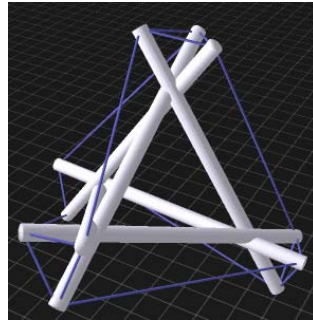
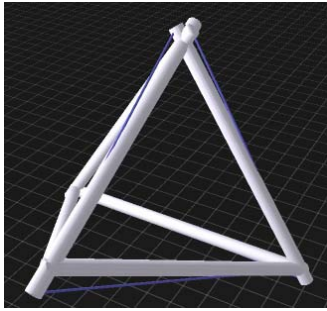
PRETENSADO DE VIGAS PARA ANULAR LA COMPRESIÓN

Una de las aplicaciones que el pretensado puede ofrecer al consultor de estructuras es la de anular las compresiones que una viga pueda llegar a presentar e, incluso, la de reducir o evitar su pandeo lateral. El primer caso es ambiguo, puesto que el trabajo básico de una viga es el de flexión; sin embargo, la viga puede también hallarse sometida a esfuerzos axiales, por ejemplo: los producidos por el viento, por fuerzas de tiro para transmitir el cortante de un pilar a otro, por la existencia de soportes inclinados, etc.

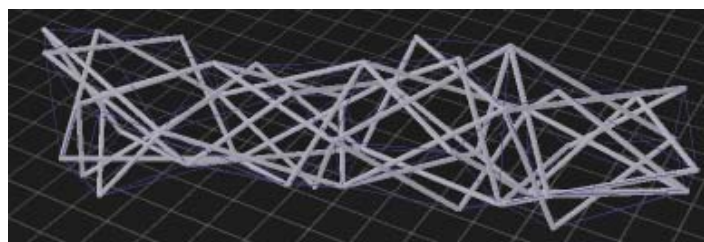
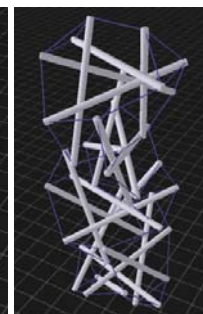
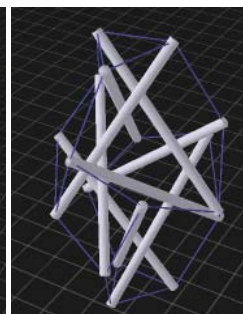
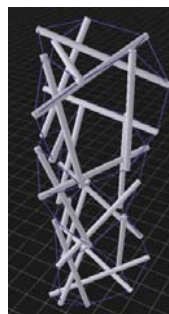
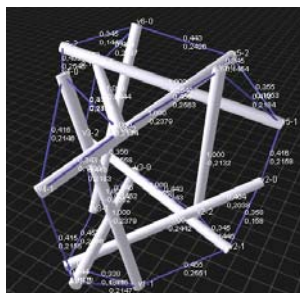
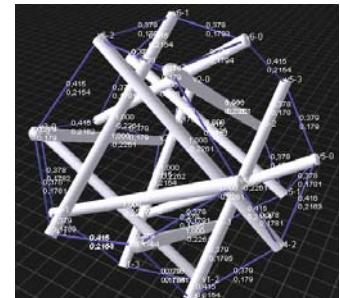
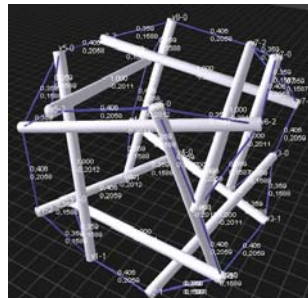
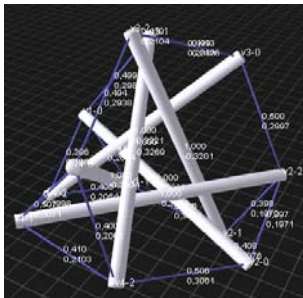
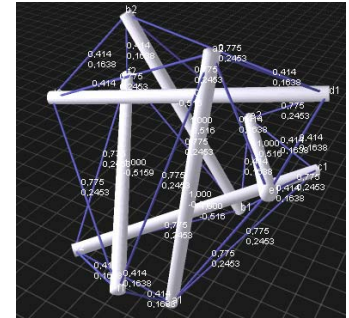
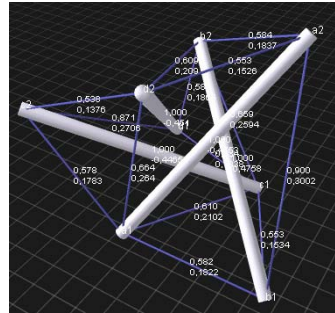
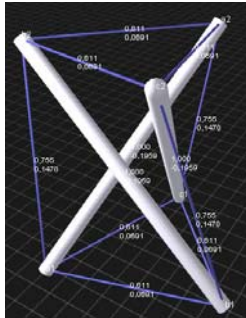
No se trata de añadir unos esfuerzos a una estructura ya definida para mejorarla: es un instrumento de diseño con el que el consultor cuenta a la hora de definirla.

¹⁵ EISELE, J.; KLOFT, E. *High Rise Manual. Typology and Design. Construction and Tecnology*. Basel, Birkhäuser, 1999.

¹⁶SCHULITZ, H. C.; Sobek, W.; HABBERMANN, K. J. *Steel Construction Manual*. Basel, Birkhäuser, 2000.



[260] Diversas soluciones para una tensegrity a partir de un tetraedro, cambiando la longitud de los tensores. Programa Virtual Tensegrities V1.2 (xozzox).



[261] Diferentes tipos de tensegrities realizadas con el programa Virtual Tensegrities V1.2 (xozzox). De arriba abajo: "Three Struts", "Four Struts", "Tetrahedron Snelson", "Tetrahedron", "Cube", "Octahedron", "Triagonal Prism", "Triagonal Prism Beam", "Triagonal Dipyramid", "Tetrahedron Beam" y "P.M.S.R-B. Bridge". Todas las formas están extraídas de una forma básica pura.

PRETENSADO DE *TENSEGRITIES*

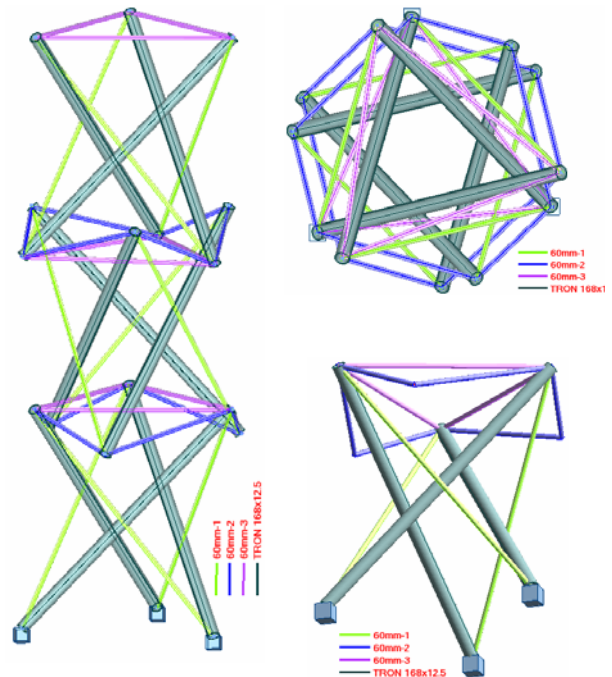
“La tensegridad es un principio estructural basado en el empleo de componentes aislados comprimidos que se encuentran dentro de una red tensada continua, de tal modo que los miembros comprimidos no se tocan entre sí y están unidos básicamente por medio de componentes traccionados que son los que delimitan especialmente este sistema”¹⁷. Así se consigue un aspecto de ligereza que ningún otro sistema estructural ofrece. Las estructuras resueltas de este modo tienen un problema claro que es su gran deformabilidad, por este motivo no se suelen emplear con cargas medias altas.

Hay muchos tipos de *tensegrities*: la mayoría de ellas parten de un sólido que no es estable; por ejemplo, un tetraedro, un cubo, un octaedro. A partir de esta forma inicial, se generan unos grandes movimientos que, pese a lo que pueda llegar a parecer, estabilizan el problema. Estos movimientos no son reales, sino que explican las diferentes formas que se pueden generar a partir de una forma de referencia, alargando más o menos la longitud de los elementos traccionados, tal como se muestra en el grupo de imágenes {260}. Estas imágenes han sido generadas mediante el programa gratuito xozzox, que está especializado en este tipo de estructuras.

Existen algunas *tensegrities* que no utilizan estos principios y consiguen mayor rigidez. Son aquellas que permiten que algunos de los elementos comprimidos sean continuos, cambiando de dirección en los nudos y consiguiendo así un lenguaje también ligero, pero menos sorprendente. Un ejemplo de este tipo de estructuras puede ser el *Tensegrity-Turn*, en Masse, Rostock, que data del año 2003. Se trata de una torre de 92 m que sujeta una antena en su punto superior. La solución está integrada por tres planos triangulados, donde las diagonales de cada cara son los únicos elementos tubulares. Los demás elementos son tensores, con lo que se consigue un lenguaje ciertamente ligero.^{18,19}

En el grupo de imágenes {261} se exponen algunas de estas soluciones, empleadas o bien de manera independiente o bien formando una viga o una torre; en definitiva, se muestran en una agrupación, realizando un pequeño giro en cada unión de piezas.

A partir de estas formas, ya hace tiempo que se ha observado que el resultado de pretensar algunos de los miembros traccionados reduce las deformaciones verticales u horizontales. Para poder ilustrar y, en definitiva, comprender este efecto, se desarrolla el siguiente ejemplo, calculado en segundo orden, con elementos de tipo cable.



{262} Modelo utilizado para estudiar el efecto del pretensado sobre una tensegrity. A la izquierda, vista del modelo; a la derecha arriba, vista del modelo en planta. La última imagen es la del módulo inferior, que se repetirá otras dos veces más, haciendo coincidir las patas con los extremos de los vértices que quedan libres en los triángulos de su cabeza (imagen del autor).

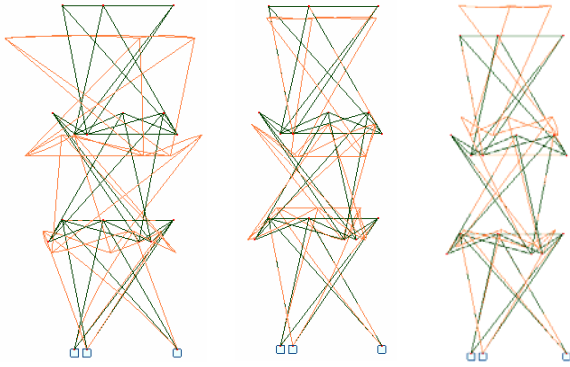
Para pretensar los tirantes, podemos acoplar manguitos tensores con un sistema de fijación de la rosca. Podemos efectuar un pretensado de todos los elementos o de algunos grupos. En el modelo podemos distinguir tres familias, que están representadas en la imagen {262} por colores: en verde, los tirantes más verticales; en lila, los triángulos horizontales que se generan en cada nivel; y por último, en azul, los hexágonos o sillas de montar, que hacen posible que un piso y otro queden conectados.

A partir del trabajo desarrollado por el autor con el programa informático Robot Millennium, a primera vista parece que lo más adecuado es pretensar las sillas de montar u hexágonos intermedios. En buena parte es lógico; porque, al tratarse de un triángulo vertical, si se acortan sus catetos, el extremo inferior ha de subir forzosamente.

¹⁷ GÓMEZ JAÚREGUI, V. *Tensegridad: estructuras tensegríticas en ciencia y arte*. Santander, Universidad de Cantabria. Servicio de Publicaciones, 2007.

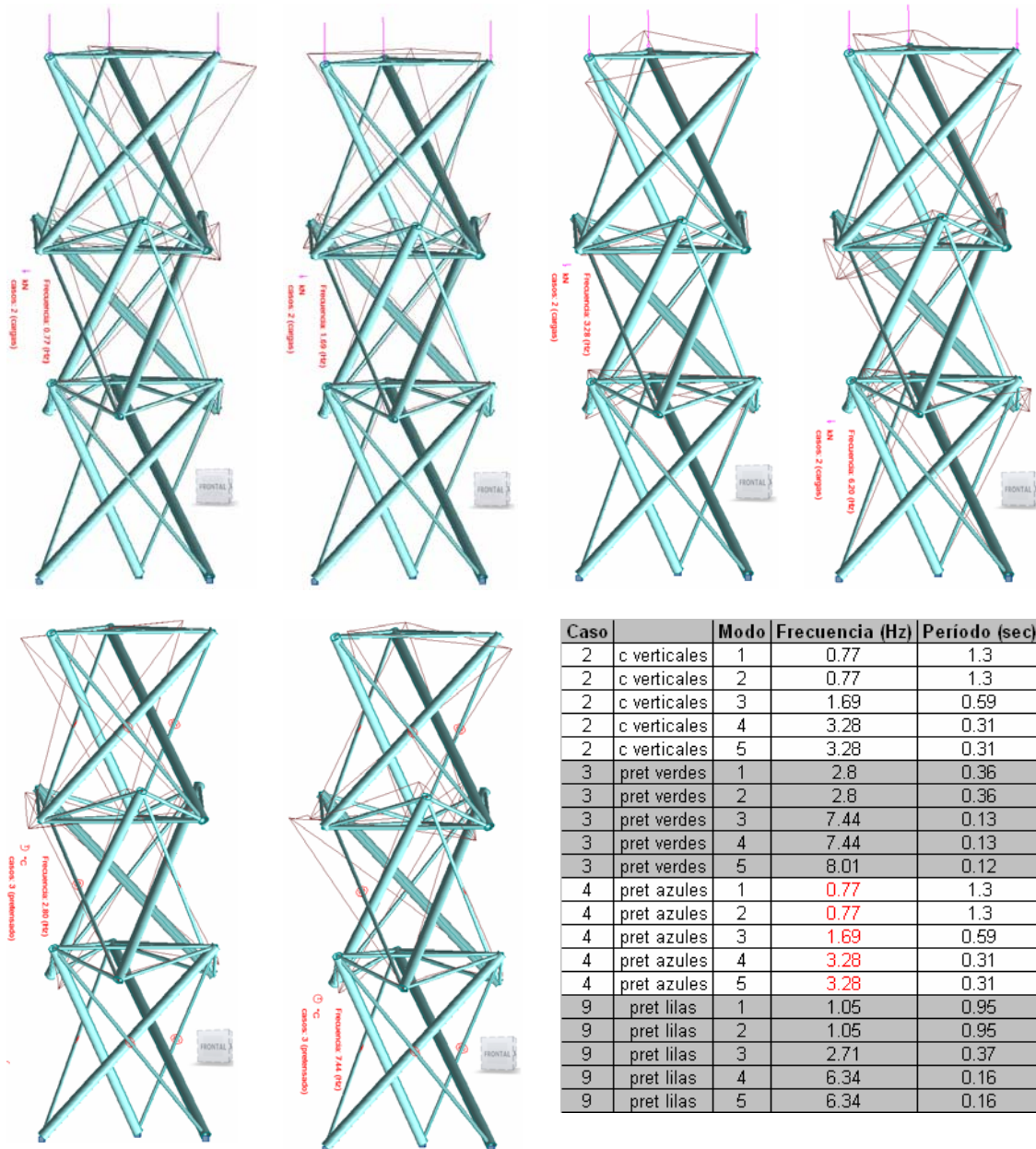
¹⁸ SCHLAICH, J.; BERGERMANN, R. *Leicht weit. Light Structures*. München, Prestel, 2003.

¹⁹ SCHLAICH, M. “The Messeturm in Rostock - A Tensegrity Tower”. *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures (J. IASS)*, vol. 45, núm. 2, pags. 93-98, 2004.

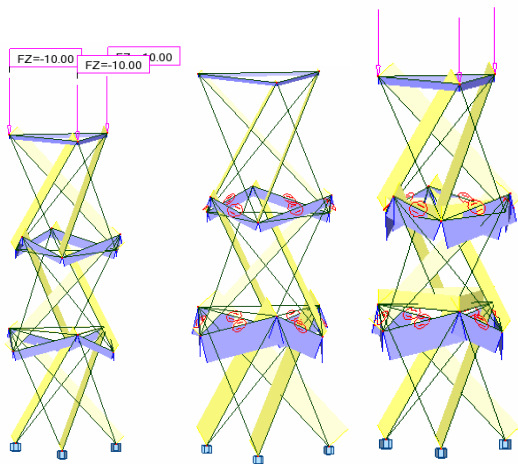


{263} Efecto del pretensado sobre la estructura activando: a) a la izquierda, las barras verdes; b) en medio, las barras lila, y c) a la derecha, las barras azules (imagen del autor).

Es necesario precisar que la estructura, al menos la investigada, sufre una rotación provocada por la asimetría de su forma. Esta rotación también se produce cuando se aplican cargas verticales, por lo que deben ser tenidas en cuenta. Conviene comentar que el efecto de pretensado que se ha valorado es el que reduce el efecto de deformación para cargas de compresión; sin embargo, en caso de cargas horizontales, como las de viento sobre la construcción superior, podrían estudiarse otras alternativas. El efecto de los axiles se explica en las imágenes siguientes {265}, donde se compara el caso de cargas verticales, de pretensado y de la suma de las acciones.



{264} En la fila superior, modos de vibración más representativos de la tensegrity bajo la acción de cargas verticales: 1) modo 1 y 2, que son iguales: 0,77 Hz; 2) modo 3: 1,69 Hz; 3) modos 4 y 5: 7,44 Hz; 4) modo 6: 6,20 Hz. En la fila inferior, los modos más representativos con pretensado: 1) modos 1 y 2: 2,8 Hz; 2) modos 3 y 4: 7,44 Hz. Al final, cuadro de frecuencias por hipótesis simples (imagen del autor).



{265} Diagramas de axiles de la tensegrity (imagen del autor).

Sin embargo, y pese a que parece evidente que los elementos que deben ser pretensados son los de soporte, vamos a ver cómo afecta el pretensado a los modos de vibración de la estructura. Para ello, vamos a realizar un cálculo modal teniendo en cuenta las fuerzas elásticas. Esta forma de mejorar el comportamiento vibracional fue estudiada en 2001 por el Departamento de Mecánica e Ingeniería Aeroespacial de California, en San Diego, a cargo del doctor Hidenori Murakami, aunque es necesario mencionar que los estudios fueron comenzados por Pellegrino y Calladine a mediados de los años ochenta.

Con cada pretensado de grupos, podemos estudiar los modos principales que presenta la estructura en cada hipótesis. En la tabla {264} tenemos información de los correspondientes a cargas verticales y del pretensado de la familia de tirantes verdes, que parece ser el más efectivo. También se muestra la tabla de los cinco primeros modos de cada sistema de pretensado de grupos.

Como resultado del estudio efectuado, concluimos que pretensar las sillas de montar o hexágonos centrales no aporta una mejora en los modos de vibración, puesto que son exactos a los de cargas verticales. Pretensar el grupo de barras verticales hace pasar de 0,77 Hz a 2,8 Hz el primer modo de vibración. Por último, pretensar los triángulos centrales hace mejorar ligeramente el sistema, aunque no es tan efectivo como el caso anterior.²⁰

Para acabar este apartado dedicado al cambio de modos propios de las *tensegrities* mediante el pretensado, conviene poner de relieve que pretensar los dos grupos de barras a la vez, el verde y el azul, ofrece la misma respuesta que el caso del verde; es decir, que no aporta mejora alguna. Tampoco

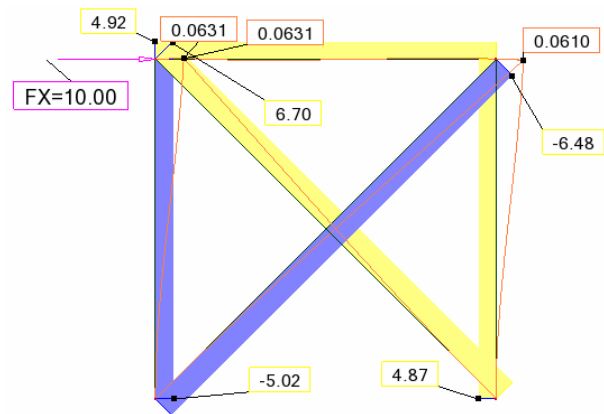
mejora el sistema pretensando los tres grupos de barras: el resultado es el mismo que sin pretensado.

También cabe indicar que el pretensado del grupo de las barras verdes causa deformaciones verticales y transversales, como se pudo apreciar en {263}. Sin embargo, estas deformaciones pueden ser tratadas como deformaciones iniciales que no formen parte de un caso activo; por ejemplo, introduciéndolas antes de disponer cerramientos, pavimentos o cualquier elemento susceptible de fisurarse.

Para completar los casos enumerados hasta ahora, se incluyen, a partir de aquí, varios ejemplos que completan las soluciones expuestas.

EJEMPLO DE PRETENSADO: PÓRICO TRIANGULADO CON CRUZ DE SAN ANDRÉS

Uno de los casos más sencillos que podemos encontrar en construcción pretensada es el relativo a la cruz de san Andrés, resuelta con barras circulares macizas con manguito tensor. Esta práctica, que es muy habitual para estabilizar edificios, puede solventarse con perfiles angulares. Esta segunda alternativa, que económicamente es más atractiva pero menos interesante, no puede activarse. Aparentemente, la forma de trabajar es la misma; sin embargo, vamos a ver que no es así, si se analiza correctamente.^{21,22}



{266} Pórtico simple sin pretensar calculado mediante el análisis matricial lineal de carga y materiales. Diagramas de axiles y deformación del conjunto. Amarillo: compresión. Azul: tracción (imagen del autor).

Para empezar, vamos a analizar qué sucede si se realiza un cálculo matricial lineal (para entendernos) a la antigua usanza. Planteamos un

²⁰ OPPENHEIMER, I. J.; WILLIAM, W. O. "Vibration of an Elastic Tensegrity Structure". *European Journal of Mechanics - A/ Solids*, vol. 20, págs. 1023-1031, 2001.

²¹ HEYMAN, J. *Basic Structural Theory*. Cambridge University Press, 2008.

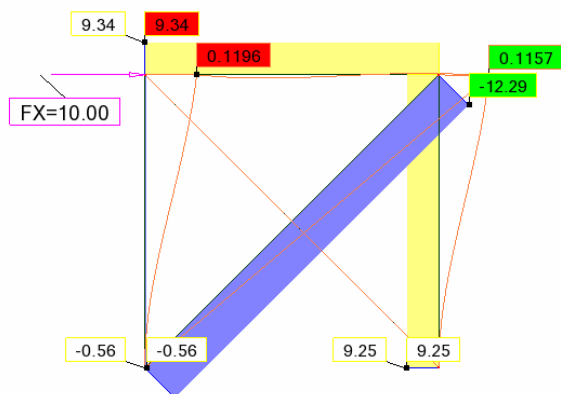
²² HEYMAN, J. *Elements of Stress Analysis*. Cambridge University Press, 1982.

pórtico simple, formado por dos pilares y una viga HEB-120. En el centro colocamos dos tensores de 20 mm de diámetro. En una de las esquinas superiores se aplica una carga horizontal de 100 kN. Una de las diagonales va a trabajar a compresión y la otra, a tracción. Aunque parezca que el programa va a despreciar el pandeo de la diagonal comprimida, no es así.

En la imagen {266} podemos comprobar que ambas diagonales movilizan el esfuerzo axial: 6,70 y -6,48 kN. La deformación total es de 0,061 mm según el eje x.

Si ahora aplicamos no linealidad de esfuerzos en las diagonales, concretamente le pedimos al programa que las diagonales trabajen únicamente a tracción, el diagrama y la deformada serán diferentes. En realidad cálculo no lineal no significa que la barra no trabaje a un tipo de esfuerzo; pero, para poder trabajar como se necesita, se aprovecha este método, indicándole al programa que no acepte compresiones.

En la imagen {267} podemos entender que, al eliminar la diagonal comprimida, la traccionada trabaja más; en este caso, a -12,29 kN. Al haber una tracción de valor doble en números redondos, la elongación también será mayor, por lo que la distorsión angular también crecerá; concretamente hasta 0,1157 mm.



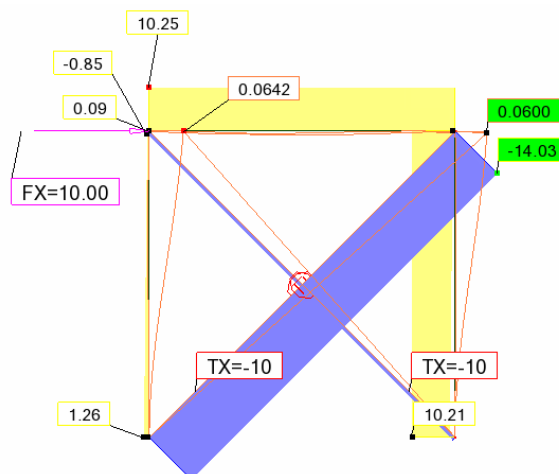
{267} Pórtico simple sin pretensar, resuelto mediante análisis matricial no lineal de esfuerzos. Diagramas de ejes y deformación del conjunto (imagen del autor).

Ahora bien, si ejecutamos un pretensado previo de una intensidad suficiente; por ejemplo, a través de un decremento térmico de -10 °C, podremos iniciar el cálculo con una tracción inicial en las diagonales de -7,55 kN, tracción algo mayor a la que alcanzábamos en el primer caso.

Si prestamos atención al diagrama {268}, podremos comprobar que ambas diagonales están traccionadas; una de ellas, a -14,03 kN, mientras que la otra, a -0,85 kN. Así, podemos observar que

la deformación en este último caso alcanza los 0,06 mm, valor algo menor que el del primer caso.

Con este sencillo ejercicio concluimos que, pretensando una estructura metálica con cruces de san Andrés, podemos conseguir que los elementos comprimidos muy esbeltos funcionen. Una de las estructuras más interesantes que se construyeron con esta técnica fue el Sylon, obra que se analiza en los ejemplos de estructuras metálicas pretensadas, incluidos en el capítulo anterior de esta tesis.



{268} Pórtico simple pretensado resuelto mediante el análisis matricial lineal de carga y materiales. Diagramas de ejes y deformación del conjunto (imagen del autor).

EJEMPLO DE PRETENSADO: VIGA FINK²³

Para intentar comprender estos casos de estructuras pretensadas, vamos a proceder a activar una vigueta metálica de gran luz. Elegiremos una IPE-400 de 10.000 mm de longitud, que estará biapoyada. Efectuaremos un análisis previo, con una barra sin acciones internas y el siguiente estado de cargas:

Ancho de banda:	2,5m			
	Superficial	Lineal ELS	γ_f	Lineal ELU
Forjado colaborante	2,50 kN/m ²	6,25 kN/m	1,35	8,44 kN/m
Tabiques y pavimento	1,00 kN/m ²	2,50 kN/m	1,35	3,38 kN/m
Sobrecarga de uso	4,00 kN/m ²	10,00 kN/m	1,5	15,00 kN/m

{269} Estado de cargas para la vigueta.

Los límites iniciales para el cálculo son: flecha máxima para deformación activa de L/400; flecha aparente de L/350; acero S-275 para perfiles laminados y 950 N/mm² para los barras macizas pretensadas (tipo VSL). No se considera en ningún caso pandeo lateral ni aportación del bloque de hormigón como elemento mixto. El primer cálculo

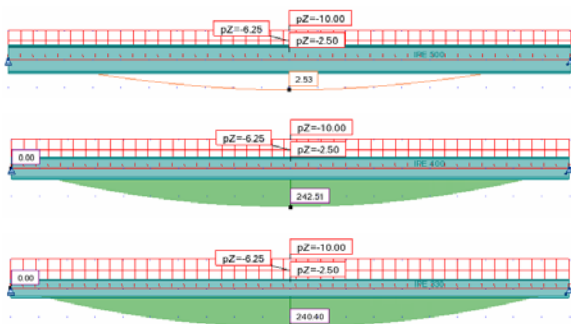
²³ MIKHAILISHCHEV, V. YA. "Synthesis of Prestressed Metallic Beam Systems". *International Applied Mechanics*, vol. 11, núm. 1, págs. 86-90, 1975

que realizamos tiene por objeto determinar qué calibre de perfil IPE sería necesario utilizar si no hiciésemos uso de acción activa.

El resultado para ELU (sin tener en cuenta ELS) es una IPE-400. El rendimiento del perfil alcanza el ratio de 0,96. Sin embargo, la deformación es de 52 mm, lo que significa una proporción final de $L/192$. La deformación activa sería de 26,8 mm, lo que supone una relación respecto a la luz de $L/373$.

Consideramos que el perfil no puede predeformarse porque, si fuese así, habría que introducirlo en rodillos, causándole unas tensiones internas que deberían ser valoradas, además del consiguiente sobrecoste; o habría que fabricar dos segmentos soldándolos en el centro con soldadura a tope, decisión que supondría más tiempo de fabricación y mayor precio del elemento.

Si tenemos en cuenta los ELS, el perfil debería de ser una IPE-500. El rendimiento en ELU sería de 0,58. La deformación que limita los ELS es la aparente ($L/395$), puesto que la deformación final será de 25,3 mm. Si no hiciésemos caso al límite de deformación aparente, el perfil sería una IPE-450, con una deformación activa correspondiente a las cargas permanentes y al uso de 23,0 mm, lo que supone una relación admisible de $L/434$. Si hacemos caso únicamente a una hipótesis de fuego, el perfil necesario sería una IPE-330, porque las cargas se reducirían, en cuyo caso no existiría un límite para cumplir deformación.



{270} Resultados para ELS (IPE-500), ELU (IPE-400) y ACC (IPE-330) (imagen del autor).

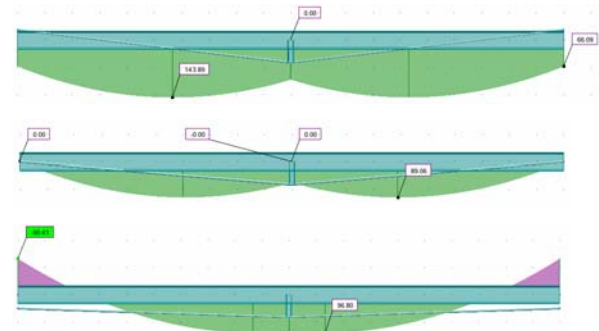
Si suponemos un coste del acero de 2,50 €/kg, la viga IPE-500, de 908 kg, alcanzaría los 2.270,00 € de PEM. Como dicha viga es metálica, habrá que protegerla contra el fuego. Para ello, consideraremos una protección mediante mortero de vermiculita, de unos 30 mm de grosor medio, lo que supondría un sobrecoste de 272,00 € si tenemos en cuenta un precio de 0,12 €/kg.

La estrategia que se debe seguir consiste en añadir un pretensado inferior que no tenga protección frente al fuego. En este escenario, el perfil ideal sería una IPE-330; porque, según pudimos ver en el caso anterior, si el redondo inferior incrementa su temperatura en exceso y deja de trabajar, el

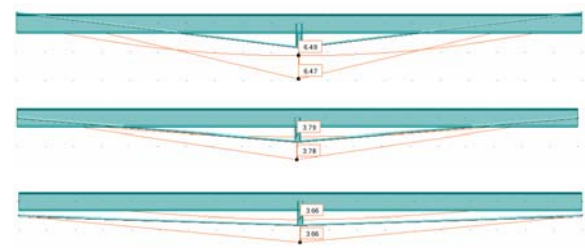
problema en situación accidental es el mismo que en el caso anterior. Se ha de revisar, por tanto, que funcione para los demás casos.

Se considera entonces que hay un falso techo que se puede invadir un máximo de 300 mm, pues es una media muy adecuada para oficinas. Se entiende que los conductos de ventilación deben pasar por los extremos y no por el centro. Esto da una ventaja si se compara con una viga Void, puesto que esta viga alveolar solo permite conductos circulares de cierto calibre. También se ha de valorar que se compara un perfil 500 con uno de 330; así que, de entrada, ya estamos ganando un máximo de 170 mm para instalaciones; en consecuencia, renunciar a un poco de espacio en el centro no debe suponer un gran problema.

Seguramente la siguiente decisión que hay que adoptar es si el trazado debe de ir a eje, por debajo o por encima de la línea neutra del perfil simple. Lo lógico es pensar que vaya a eje; pero, si es así, comporta un gran problema: el sistema de pretensado o bien topará con el ala inferior, o bien tiene que ser doble para sortearla. Para tener claro qué hacer, nos fijamos en las siguientes imágenes:



{271} Diagramas de momentos. En la imagen superior, con las uniones por encima, justo a la altura del ala superior. En la imagen intermedia, viga Fink con los tirantes unidos a eje. En la imagen inferior, con extremos unidos por debajo del ala (imagen del autor).



{272} Deformadas para los mismos casos que en la imagen {271}: 64,7 mm, 37,8 mm y 36,6 mm (imagen del autor).

De las imágenes {271} y {272} se puede entender que, si hay problemas de tensión, lo mejor es llevar el detalle a eje, puesto que el positivo es menor en el caso superior. Si lo que hace sufrir al perfil es la deformación, lo mejor es bajar el sistema del pretensado, tal como se puede apreciar en la imagen

inferior del segundo grupo. No obstante, cabe valorar que la mejora es, en el caso estudiado, de un 3,18%; apenas 1,2 mm para 10.000 mm: un valor insignificante.

Si confeccionásemos otro juego de imágenes con las tensiones, nos daríamos cuenta de que pasa algo similar, aunque no hayamos prestado atención hasta ahora a lo que ocurría con los esfuerzos axiales. Así pues, subir el cordón al ala superior resulta inadmisibles. Bajarlo no aporta muchas ventajas, aunque sí de montaje, pues evita tener que desdoblar las barras o soluciones constructivas complejas, pero no haría más que encarecer el material. Así pues, nos quedamos con la excentricidad inferior.

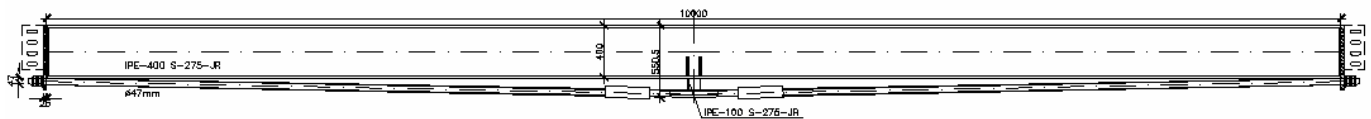
Consideraremos que la carga del pretensado actúa al 100% en la verificación de ELU, con un coeficiente de mayoración de 1,35. También, que la rosca no reduce área a la barra, puesto que estos sistemas cuentan con una rosca en toda la longitud

de la pieza. Asimismo, partimos de un canto total de 550 mm, tan solo 50 mm más que el caso anterior, que, aunque podría ser mayor en beneficio del coste, se intenta no dar excesiva ventaja al caso pretensado.

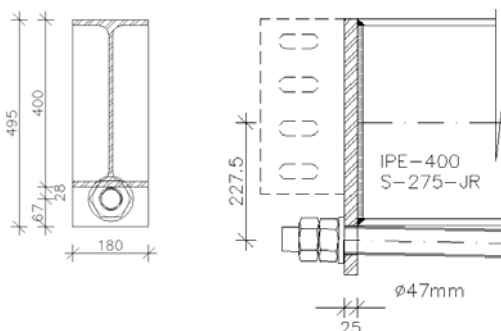
En un primer cálculo, comprobamos que el perfil IPE-300 no es correcto para garantizar los ELS. La deformación activa, pese a tener el tornapuntas inferior y el tirante, ronda los 39,3 mm, y las tensiones también son mayores en ELU, por lo que utilizamos la viga IPE-400, que era la que garantizaba los ELS en el caso anterior.

En este segundo intento sí hemos conseguido un resultado eficaz. Para saber que es así, efectuamos un cálculo de flecha activa considerando la geometría, unos perfiles y la carga de tabiquería y del uso: ha de presentar una deformación menor a 25 mm ($L/400$).

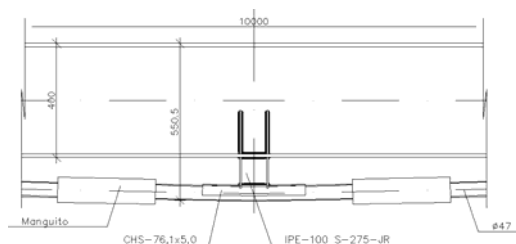
La geometría final quedará de la siguiente manera:



{273} Alzado de la solución de la vigueta pretensada. El canto aumenta muy poco con respecto a la solución pasiva (imagen del autor).



{274} Detalle del extremo: una chapa de 25 mm muy cercana al ala puede ser suficiente para resolver la carga (imagen del autor).



{275} Detalle del desviador central: se coloca un tramo de barra ligeramente curvado, alojado dentro de un tubo cortado por su punto medio. Se disponen dos manguitos, aunque con uno sería suficiente, para alojar el tramo curvo. Podría evitarse el segundo manguito si se acepta el curvado natural de la barra por acción del tesado (imagen del autor).

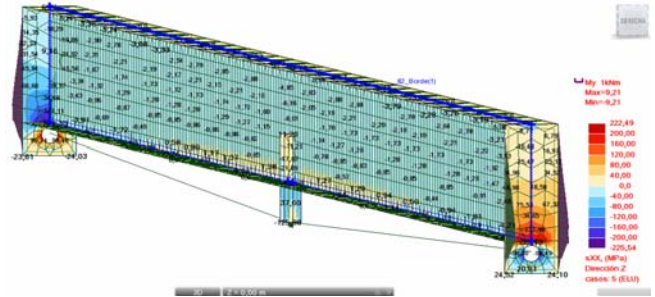
El esfuerzo de pretensado que se aplica es el correspondiente a un incremento de temperatura de 200 °C. La contraflecha que se consigue es de 33,3 mm, lo que supone una relación deformacional de $L/300$. En el pretensado se ha considerado un 80%

de la carga, por las pérdidas que pueda tener el material (relajación).

No se ha tenido especial cuidado en el análisis del terminal, sobre todo en lo que se refiere a la deformación del sistema con su posible pérdida de capacidad, porque se hará más tarde. El peso de la viga es de 803 kg; 666 kg de acero laminado y 137 kg de alta resistencia. Así, tenemos, por un lado, 1.665 € de S-275-JR y, por otro, 6,0 €/kg por el acero de alta resistencia, que suman otros 822,0 €; en total 2.487,0 € de PEM. El precio del kilo de acero de la barra es tan alto porque en él se consideran también repercutidos los herrajes. En lo que se refiere a la protección contra el fuego, hay que añadir un aumento de 80 €. Al final, el coste de la variante es similar al caso no pretensado; puede que, en el del pretensado, sea aún mayor, puesto que no se han considerado los trabajos de la mano de obra especializada que penalizarían incluso más la diferencia. Tampoco se ha considerado el transporte; sin embargo, la diferencia de peso es muy pequeña como para poder entenderlo como un beneficio.

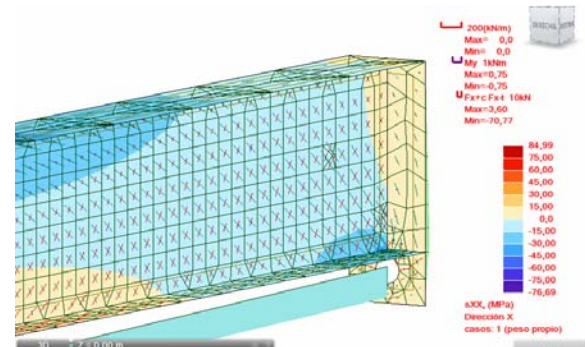
Antes de realizar un análisis espacial deberíamos hablar del aspecto estético. El segundo caso tiene, si se opta por que quede visto, un componente estético más interesante que el primero; porque, al ser el perfil más ligero y situarse el cordón inferior separado de la viga, el vano del techo que queda visto entre jácenas es mayor, tal como se puede apreciar en la imagen {276}.

adecuada sería la consistente en disponer unos rigidizadores, dos en cada extremo, paralelos al alma de la viga. Así, con unos rigidizadores de 15 x 100 mm, las tensiones decrecen hasta una cifra razonable, de 225 N/mm², tal como se indica en la figura {278}.

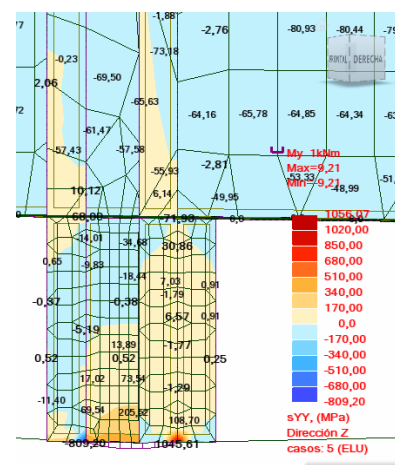


{278} Tensiones en los elementos finitos con los rigidizadores laterales (imagen del autor).

El paso de las tensiones del tendón al alma se producen mediante un arco de compresión, tal como se muestra en la siguiente imagen, donde se puede observar que las compresiones ascienden hacia el ala superior:

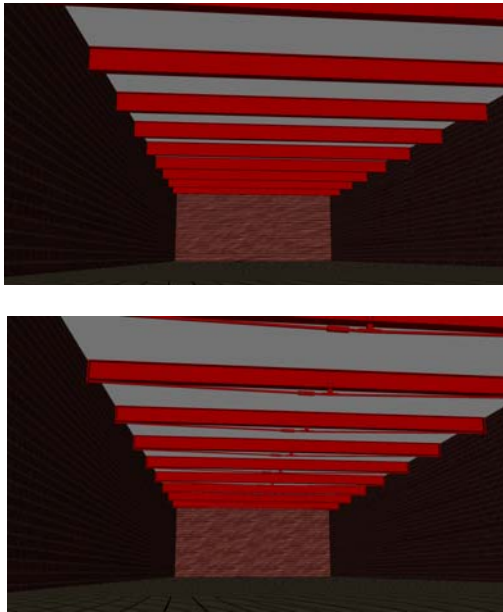


{279} Direcciones principales de las tensiones normales por los paneles (imagen del autor).



{280} Mapa de tensiones de flexión en la cara exterior de la péndola central (imagen del autor).

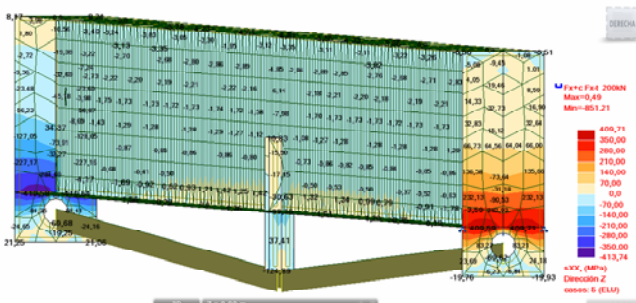
Otra de las zonas que también es necesario revisar es la unión del tornapuntas con el alma de la viga. El mallado elegido, de Delaunay-Kahn, con tamaños de elementos de 10 cm como máximo, es



{276} Dos imágenes comparativas del interior de una sala con las dos soluciones analizadas. Arriba, con viguetas IPE-500; abajo, con el sistema pretensado. El punto de vista es el mismo. En el primer caso se aprecian cuatro tramos de techo, mientras que en el segundo son seis (imagen del autor).

De todas formas, parece que el esfuerzo, aun intentando conseguir el mismo canto, no aporta apenas beneficio económico. Solo supondría un ahorro si el tornapuntas central fuese más largo, pues la diferencia de peso y de ligereza sería todavía mayor.

A continuación, queremos saber si, cuando analicemos la viga con elementos finitos, introduciendo los terminales, el efecto será el mismo. Aparentemente va a ser así, si el modelo está bien trabajado; pero la rigidez de las uniones puede hacer variar los resultados. En un primer cálculo, determinamos que la chapa de 25 mm, a pesar de ser gruesa y de estar lo suficientemente próxima al ala inferior de la viga (quizás demasiado), no es suficiente y se rompe por flexión.



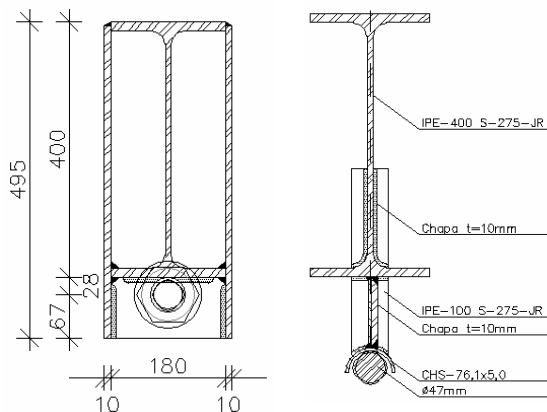
{277} Mapa de tensiones de flexión en la cara exterior de las chapas (imagen del autor).

En la imagen {277} se pueden apreciar tensiones en ELU de hasta 420 N/mm². La solución más

adecuado para el grueso de la viga, pero no para el tornapuntas. Con 10 cm obtenemos tensiones máximas de 354 N/mm^2 ; si trabajamos localmente con tamaños menores a 1 cm, las tensiones crecen hasta 1.045 N/mm^2 . En el modelo no se ha introducido el desviador; no obstante, sería necesario rigidizar el alma del tornapuntas central.

Así pues, los siguientes detalles {281} deben ser añadidos. Procede poner de relieve que el precio, estimado tal como se ha hecho en este documento, no aumentaría; pues habría de añadirse siempre un 10% de chapas, mermas, etc. Si se valorase desde el punto de vista del taller, sí se podría efectuar un ajuste de precio en beneficio de la viga simple.

Seguramente podríamos plantearnos si, utilizando un cordón de acero trefilado, podríamos reducir el perfil superior o mejorar las prestaciones del sistema. La respuesta es no: el material tiene un módulo de deformación mayor, 185.000 N/mm^2 , lo que se traduce en una necesidad de mayor área para cumplir la flecha activa que no sabe de pretensado; puesto que se trata del recorrido de la deformación correspondiente al uso y las cargas permanentes.



{281} Detalle modificado del extremo y del centro, donde se incorporan chapas para reducir las tensiones locales (imagen del autor).

EJEMPLO DE PRETENSADO: TIRANTE PRECOMPRIMIDO

En alguna ocasión se ha utilizado el pretensado en tirantes, tal como se ha explicado con anterioridad. Se hace para reducir las deformaciones de los elementos antes de entrar en carga. Pueden ser elementos simples o integrantes de un conjunto; por ejemplo, el caso de una diagonal o de un montante que trabaja exclusivamente a esfuerzo axil.

Entre las virtudes que podemos encontrar en este sistema, destaca la posibilidad de descimbrarlo y la de probar el material antes de que entre en carga. También se puede optimizar el axil, siempre y cuando se acepte que el elemento puede sobrepasar

la carga del pretensado, si se aumenta el introducido en el cordón activo.

Vamos a pretensar un tirante RHS-300 x 16mm de calidad S-275-JR. Se ha elegido este tipo de perfil intencionadamente por varios motivos: para evitar problemas de pandeo diferenciado entre los ejes $y-y'$ y $z-z'$, porque los radios de giro son mayores que los de un perfil en doble T y, finalmente, porque los cordones quedarán embebidos dentro del propio perfil.

Las características resistentes del elemento son las siguientes:

RHS-300 x 16 mm

$A_{x-x'}$:	$179,01 \cdot 10^2 \text{ mm}^2$
$I_{yy'}$:	$23.849,56 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$
$i_{yy'}$:	115 mm
$W_{el,yy'}$:	$1.589,97 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$
$W_{pl,yy'}$:	$1.894,93 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$
I_t :	$37.512,25 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$
L_p :	4.000 mm
Clase:	S-275-JR
γ_{M0} :	1,05

El tirante, según los datos anteriores, puede soportar un axil a tracción de:

$$N_{t,Rd} = 179,01 \cdot 10^2 \text{ mm}^2 \cdot 275 \text{ N/mm}^2 / 1,05$$

$$N_{t,Rd} = 4.688,36 \text{ kN}$$

Si vamos a precomprimir la pieza, nos interesa conocer cuál es su capacidad a compresión:

$$N_{cr} = (\pi/L_k)^2 \cdot E \cdot I = (3,14/4.000)^2 \cdot 210.000 \cdot 23.849,56 \cdot 10^4$$

$$N_{cr} = 30.894,38 \text{ kN}$$

$$\lambda = (A \cdot f_y / N_{cr})^{0,5}$$

$$\lambda = (179,01 \cdot 10^2 \text{ mm}^2 \cdot 275 \text{ N/mm}^2 / 30.894,38 \cdot 10^3)^{0,5}$$

$$\lambda = 0,399$$

Curva de pandeo: a

$$\alpha = 0,21$$

$$\phi = 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\lambda_k - 0,2) + (\lambda_k)^2] =$$

$$\phi = 0,5 \cdot [1 + 0,21 \cdot (0,399 - 0,2) + (0,399)^2] =$$

$$\phi = 0,60$$

$$\chi = 1 / (\phi + (\phi^2 - \lambda^2)^{0,5}) \leq 1$$

$$\chi = 1 / (0,60 + (0,60^2 - 0,399^2)^{0,5}) \leq 1$$

$$\chi = 0,95$$

$$N_{b,Rd} = \chi \cdot A \cdot f_{yd} = 0,95 \cdot 4.688,36 \text{ kN} =$$

$$N_{b,Rd} = 4.453,94 \text{ kN}$$

Si colocamos una barra interior que introduzca una carga de 4.454 kN, el sistema se acortará.

Consideramos un esfuerzo axil de pretensado inicial aproximado de $0,85 \cdot 3.690 \text{ kN} = 3.136 \text{ kN}$, menor

que el del perfil a compresión. Se considera entonces un 85% del esfuerzo axil elástico de la barra de mayor diámetro, según la tabla {206}, para un diámetro de 75 mm, que tiene un área de 4.418 mm²: la barra cabe dentro del tubo.

Ahora, deberíamos determinar la deformación máxima del sistema, puesto que el proceso de tesado provocará que uno se acorte, el pilar, y el otro se alargue, la barra; cuando las dos deformaciones sean iguales, el sistema quedará estable. El acortamiento del tirante, para el axil de 3.690 kN, será de:

$$\Delta L = \frac{F \cdot L}{E \cdot A} = \frac{-3.136 \cdot 10^3 \cdot 4.000}{210.000 \cdot 179,01 \cdot 10^2} \text{ mm} = -3,33 \text{ mm}$$

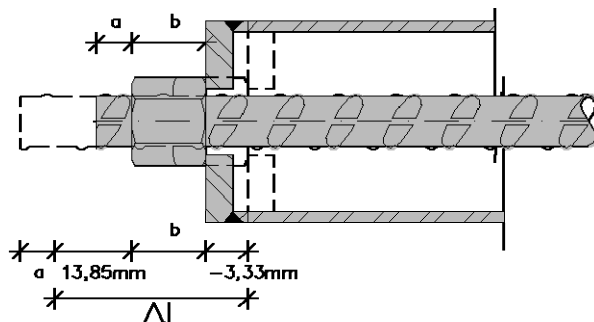
El alargamiento de la barra será:

$$\Delta L = \frac{F \cdot L}{E \cdot A} = \frac{3.136 \cdot 10^3 \cdot 4.000}{205.000 \cdot 4.418} \text{ mm} = 13,85 \text{ mm}$$

Como los dos alargamientos son diferentes, dicha diferencia es la carrera; es decir, lo que debe sobresalir la barra fuera del perfil.

$$\Delta L = 13,85 - (-3,33) = 17,18 \text{ mm}$$

Para entender el efecto, se muestra el siguiente esquema:



{282} Explicación de las deformaciones de la barra y del perfil (imagen del autor).

Dentro de estos cálculos, deberían introducirse las pérdidas debidas a la relajación del material. Estas pérdidas, según los catálogos del fabricante, pueden estimarse en un 2,5%, que, en comparación con las que tienen los cordones y las cuñas, son muy bajas, casi despreciables.

Ahora queda por saber qué valor de esfuerzo axil es capaz de resolver el sistema. Llamamos N al axil aplicado desde el exterior; los subíndices t se refieren al tendón, y los subíndices b, a la barra.

$$\frac{F_t \cdot L_t}{E_t \cdot A_{st}} = \frac{F_b \cdot L_b}{E_b \cdot A_{sb}} \Rightarrow \frac{F_t}{210 \cdot 17.901} = \frac{F_b}{205 \cdot 4.418}$$

$$3.759.210 \cdot F_b = 85.690 \cdot F_t$$

$$F_t + F_b = N$$

Igualando las dos ecuaciones resolvemos el sistema y establecemos que el tirante absorberá un 2,23% y el resto el perfil. Se puede observar en la siguiente tabla:

N	F _t	%	F _b	%
1,00 kN	0,02 kN	2,23%	0,98 kN	97,77%
2,00 kN	0,04 kN	2,23%	1,96 kN	97,77%
3,00 kN	0,07 kN	2,23%	2,93 kN	97,77%
4,00 kN	0,09 kN	2,23%	3,91 kN	97,77%
5,00 kN	0,11 kN	2,23%	4,89 kN	97,77%
6,00 kN	0,13 kN	2,23%	5,87 kN	97,77%
7,00 kN	0,16 kN	2,23%	6,84 kN	97,77%
8,00 kN	0,18 kN	2,23%	7,82 kN	97,77%
9,00 kN	0,20 kN	2,23%	8,80 kN	97,77%
10,00 kN	0,22 kN	2,23%	9,78 kN	97,77%

{283} Explicación de las deformaciones de la barra y del perfil (imagen del autor).

El porcentaje es el mismo, porque es justo la relación entre los productos del módulo de Young y el área de ambos elementos. Se entiende, así, que el elemento tirante tan solo sea pretensado al 85% y, puesto que va a sufrir un incremento de tracción, este va a ser mínimo.

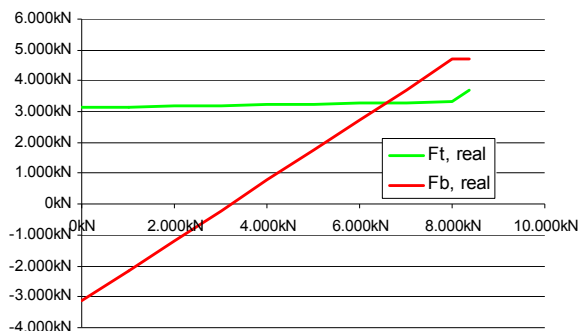
Ahora nos planteamos cuál sería la primera forma de fallo de este sistema y cuál la deformación en cada caso:

		F _{t, max}		F _{b, max}		
		3.690,0kN		4.688,4kN		
N	F _t	F _{t, real}	F _b	F _{b, real}	Δl	Δl _{real}
0kN	0,00kN	3.136,0kN	0,00kN	-3.136,0kN	0,00mm	-3,33mm
1.000kN	22,29kN	3.158,2kN	977,7kN	-2.158,3kN	1,04mm	-2,29mm
2.000kN	44,57kN	3.180,5kN	1.955,4kN	-1.180,6kN	2,08mm	-1,25mm
3.000kN	66,86kN	3.202,8kN	2.933,1kN	-202,9kN	3,12mm	-0,21mm
4.000kN	89,15kN	3.225,1kN	3.910,8kN	774,9kN	4,16mm	0,83mm
5.000kN	111,43kN	3.247,4kN	4.888,5kN	1.752,6kN	5,20mm	1,87mm
6.000kN	133,72kN	3.269,7kN	5.866,2kN	2.730,3kN	6,24mm	2,91mm
7.000kN	156,01kN	3.292,0kN	6.843,9kN	3.707,0kN	7,28mm	3,95mm
8.003kN	178,36kN	3.314,3kN	7.824,6kN	4.688,4kN	8,33mm	5,00mm
8.378,7kN	554,06kN	3.690,0kN	7.824,6kN	4.688,4kN	9,99mm	6,66mm

{284} Reparto de axiles y fallo del sistema (imagen del autor).

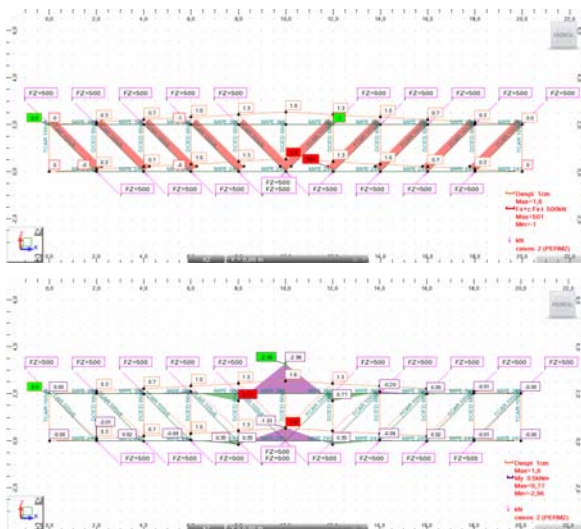
Tal como se puede apreciar en el cuadro {284}, el sistema falla cuando alcanza los 8.003 kN. Este punto se corresponde con el momento en que la barra alcanza el límite elástico. Ahora bien, si aceptamos que la barra, una vez llegados a este punto, puede continuar deformándose plásticamente, sin incrementar su axil, en beneficio de la capacidad del tirante, el segundo fallo del sistema será para un esfuerzo axil de 8.378,7 kN. La barra se deformará 9,99 mm; pero la deformación final, si consideramos como punto 0 la posición de la barra antes de ser pretensada, será de 6,66 mm en el caso de que trabajemos en régimen plástico.

Otra reflexión que podemos efectuar es que el sistema soporta igual axil que los dos elementos por separado. La diferencia es que se recupera un 33% de la deformación, siempre que el pretensado se ejecute in situ.



{285} Evolución del esfuerzo axial del tubo y del tirante. El primer quiebro corresponde al momento en que la barra alcanza el esfuerzo axial. El proceso de carga concluye cuando el tirante interior alcanza su límite elástico (imagen del autor).

La reflexión que cabe hacerse es si merece la pena tanto esfuerzo. Para un tirante es difícil encontrar una justificación, aunque sí se puede justificar para un elemento que soporta varias plantas y que falla por deformación. En un momento del proceso, se aplican unos gatos que permiten recuperar esta deformación. Si el tirante está dentro de un sistema, (por ejemplo, es una diagonal de una celosía), sí puede justificarse con más facilidad.



{286} Diagrama de ejes de una viga Pratt con diagonales pretensadas. Las cargas se autoequilibran, apareciendo únicamente momentos flectores en el centro de la pieza (imagen del autor).

Al analizar la imagen {286}, se puede intuir que pretensar unas diagonales de una viga en celosía solo afecta a las propias vigas en beneficio de la flecha final. Si se entiende la viga como componente de un sistema envigado simple, no tiene sentido; pero, si se entiende que dicha viga apea un número elevado de plantas de un edificio, entonces sí.

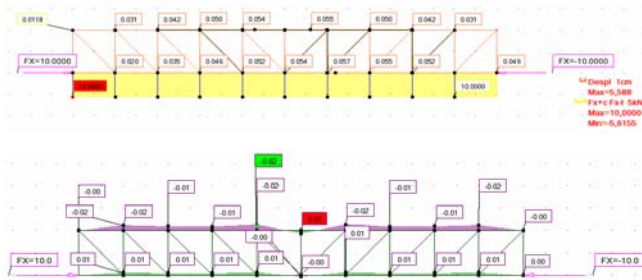
DIFERENCIA ENTRE PRETENSADO Y POSTENSADO EN ACERO

A menudo, no queda clara la diferencia entre el pretensado y el postensado en hormigón armado. En el primer capítulo se efectuó una breve reseña como introducción al problema que nos ocupa. Pero ¿es posible pretensar y postensar en acero? La respuesta es sí. La solución a ambos problemas no es evidente. De entrada, puede parecer que, si pretensamos un elemento, ya sea pilar o jácena, y lo hacemos en taller, antes de colocarlo en obra, tendremos lo que denominaremos un pretensado; en cambio, si lo hacemos in situ, aprovechando la condición general de la estructura, como puede ser la hiperestaticidad, se tratará de un postensado. Ahora bien, si hacemos caso al problema del hormigón armado, deberíamos también ser consecuentes con los trazados. En el caso del pretensado es recto, mientras que, en el del postensado, puede ser recto o parabólico. Parece que, al hacerlo en seco, en metal, será siempre recto o funicular. La duda no se plantea tanto en referencia a la forma del trazado, sino al trabajo que desarrolla el material.

¿Es posible tensar el material, introducirlo en la pieza y, una vez formada, liberarlo para que la pieza pierda la tracción en beneficio del resto de los componentes? La respuesta a esta segunda pregunta también es sí; sin embargo, parece una opción ciertamente de difícil ejecución.

Vamos a postensar una viga con una fuerza lineal en su cordón inferior. Lo que razonablemente esperamos del problema es que, si comprimimos el cordón inferior con una fuerza F , esta fuerza cree un momento con respecto al centro de gravedad de la viga. Este momento se anula con una tracción en el cordón superior de igual magnitud, pero de signo contrario, para que esté en equilibrio. De hecho, esto no es cierto. Supongamos una viga de 3 m, por ejemplo de hormigón, a la que le introducimos un postensado en el extremo inferior de 100 T. Entenderemos que en el otro extremo no haya apenas tensiones, y lo que sucederá es que la fuerza alcanza el equilibrio con la del otro extremo. Como el acortamiento de la pieza es pequeño, las fibras superiores se acomodarán, pero solo ligeramente, para hacer posible esta deformación. Para ilustrarlo, vamos a ver el siguiente diagrama.

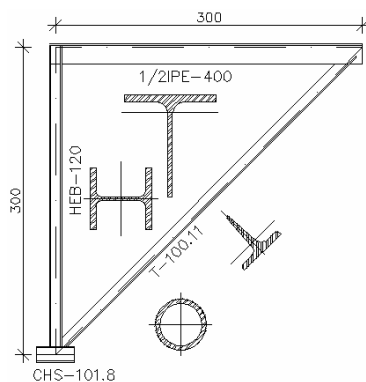
En la imagen {287} se puede observar que el cordón inferior se comprime bajo la acción de dos fuerzas aplicadas en cada extremo del mismo y de signo contrario, mientras que el resto de los elementos no se ven apenas afectados, al menos con esfuerzos de la misma magnitud: ni axiales, ni cortantes, ni momentos. La deformación, de 0,0055 cm, no es significativa.



{287} Pretensado del cordón inferior de una viga en celosía (imagen del autor).

Ahora pasamos a pretensar una barra, colocamos un armazón metálico superior, lo fijamos a ella y retiramos la carga. Esta solución puede ser difícil de ejecutar; puesto que, para tensar una barra de estas dimensiones (nos referimos a una barra tipo VSL) hace falta una gran bancada y un gato. También hay que pensar que, una vez tensada la barra, se ha de fijar de alguna manera al resto de la pieza. La solución que más garantías nos puede ofrecer, en lo que se refiere al ajuste, es la soldadura. Sin embargo, cabe pensar que, al calentarla, podríamos afectar a las fuerzas introducidas.

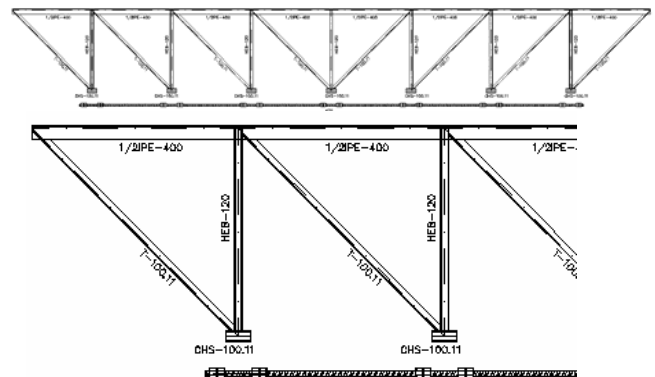
Por ello, elegimos una solución roscada. Así, tenemos una pieza semicompleta y una barra roscada con muchas tuercas, tal como se muestra a continuación:



{288} Pieza base para formar una viga en celosía pretensada (imagen del autor).

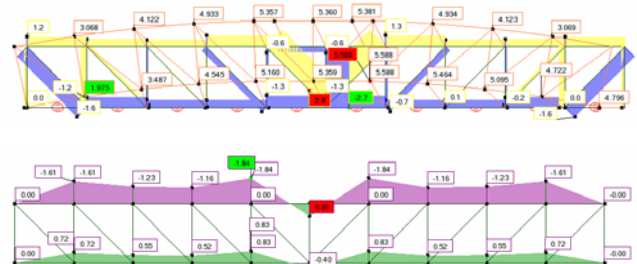
La idea consiste en introducir los trozos de tubo entre dos tuercas y dejarlas separadas de los tubos; entonces se tracciona la barra. Una vez traccionada, se ajustan las tuercas para que hagan contacto y, por último, se libera la carga y la pieza se contraflecha por sí misma.

Si somos capaces de repetir esta pieza n veces, tendremos una figura que, en función del cordón superior, alcanzará poca rigidez. Tanto es así que, si las uniésemos entre sí mediante pasadores o placas a testa (solución que complicaría excesivamente la pieza aumentando directamente al coste final de la operación), tendríamos una pieza que se podría transportar desmontada, lo que reduciría el coste del transporte.



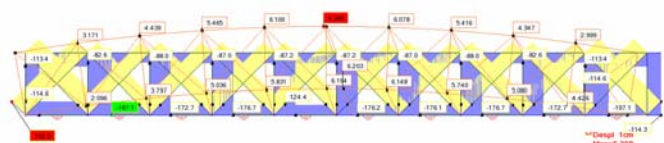
{289} Piezas preparadas {288} para formar parte de una viga en celosía pretensada (imagen del autor).

Observando la figura {289}, podemos entender fácilmente que, si sujetamos la pieza superior desde un punto cualquiera y la intentamos levantar, fácilmente se curvará a causa de su falta de rigidez. Así, cuando le coloquemos la pieza inferior traccionada, la fijemos y, por último, la liberemos de carga, rápidamente se doblará y se contraflechará; sin embargo, sus elementos apenas sufrirán tensión, tal como se muestra en los siguientes diagramas:



{290} Pretensado previo de la barra inferior, antes de ser conectada al resto de la estructura (imagen del autor).

En la imagen {290} superior, podemos apreciar que, para conseguir una contraflecha de 50 mm, los esfuerzos axiales y momentos flectores que obtenemos son relativamente pequeños: 2,7 kN de axil y -1,84 kN · m de momento flector, cifras también insignificantes para una viga de este calibre.



{291} Previo de la barra inferior, antes de ser conectada al resto de la estructura (imagen del autor).

Este último ejemplo trabaja con esqueletos superiores poco rígidos. La pregunta que nos hacemos ahora es: ¿qué pasaría si la pieza superior fuese más rígida? Vamos a centrarnos en una viga con diagonales dobles en forma de cruz. No es

infinitamente rígida, pero sí lo será más que la anterior.

En la imagen {291} se puede observar que la contraflecha es ligeramente más efectiva que en el caso anterior: 63 mm en comparación con los 50 mm iniciales. Pero lo más interesante es la magnitud de los esfuerzos que ahora alcanzan los cordones y las barras de relleno; todas las diagonales se comprimen con unos valores relativamente parecidos: 160-112 kN. Los montantes, que se mantienen traccionados, con valores entre 176 y 112 kN, se sitúan, en el centro, los de mayor intensidad y, en los extremos, los de menor. El cordón superior queda traccionado con unos esfuerzos, mayores en los extremos y menores en el centro, que oscilan entre los 113 y los 87 kN.



{292} Diagrama de momentos flectores de la viga después del pretensado (imagen del autor).

Tal como se puede apreciar en la imagen {292}, los momentos flectores son de escasa magnitud. Si consideramos que el sistema es rígido, los momentos que se generan no nos serán favorables; puesto que las barras tendrán distribuciones dobles triangulares: positivo en un extremo y negativo en el opuesto. Si pensamos que los cordones son muy rígidos, sí nos ayudarán, aunque ligeramente; puesto que, en este caso, se tratará de un momento parabólico positivo.

Así, podemos concluir, por un lado, que la forma de la viga, y más específicamente su rigidez, conduce a que las vigas sean más propensas a ser pretensadas, y, por otro, que tiene más sentido aplicar el postensado de forma funicular o poligonal, puesto que precomprimir un elemento que finalmente va a ser traccionado puede llegar a tener sentido por sí mismo; pero, si el material que lo pretensa es también de acero y también ocupa espacio, ¿por qué no hacerlo trabajar directamente a tracción?

EJEMPLO DE PRETENSADO: CÁLCULO DE VIGA EN CELOSÍA CON ALTA CARGA PERMANENTE

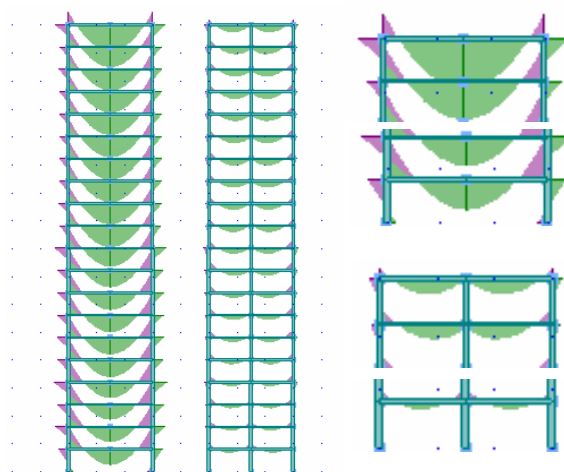
Una de las aplicaciones más claras para aplicar el pretensado a una viga metálica es la que persigue reducir su deformación final. Sin embargo, cuanto mayor sea la parte correspondiente al peso propio más las cargas permanentes, más sentido tendrá la solución, tal como se ha venido defendiendo hasta ahora. Si pensamos únicamente en cargas, ya tenemos una aplicación directa sobre la viga en celosía del apeo; pero, si las cargas de pretensado se

refieren a los esfuerzos para los que deben estar dimensionados los elementos estructurales superiores (las vigas de los pisos que existen por encima de la viga de apeo), encontraremos una segunda oportunidad para el pretensado, si cabe, aún más interesante.

Vamos a analizar un pórtico formado por tres pilares, de los cuales solo dos llegan a la cimentación: los exteriores. Obviamos los problemas generados por el viento, que pueden ser resueltos mediante otros elementos, tales como núcleos, pantallas, etc.

Una de las soluciones más inmediatas que podemos encontrar es diseñar la viga contraflechada. Así, conseguiremos que el aspecto final sea adecuado, pero no evitaremos que los pisos superiores se vayan deformando a la vez que lo hace la viga en celosía inferior.

Cuando la relación luz/canto es pequeña, no hay problema; porque la deformación puede llegar a ser controlable e insignificante. Sin embargo, cuando dicha relación es elevada; es decir, cuando el canto es reducido, sobre todo en el caso de grandes luces, el problema necesita ser estudiado.



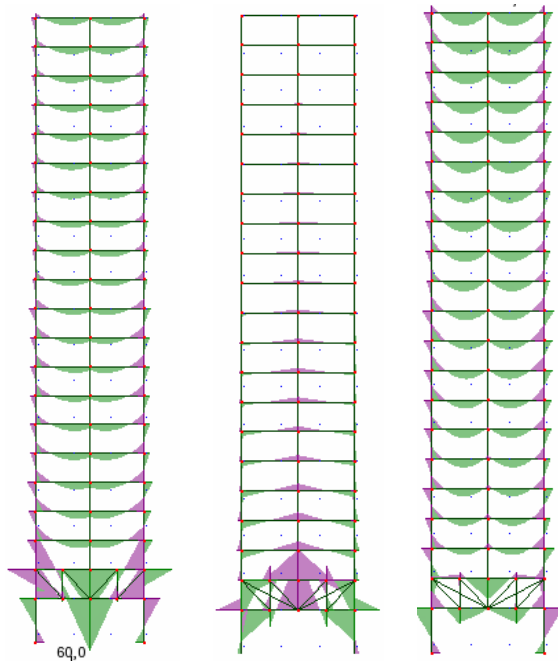
{293} Diagramas de momentos flectores del edificio sin apeo inferior, con dos y tres pilares. A la derecha, pisos superiores e inferiores de los dos casos ampliados (imagen del autor).

El edificio, sin considerar la planta baja, tendría un diagrama como el que se indica en la imagen {293}. Se pueden observar los diagramas de momentos típicos para una construcción de 20 plantas: en el diagrama de la izquierda, el forjado superior apenas alcanza negativo, en beneficio del positivo que prácticamente se corresponde con el isostático. El forjado inferior tiene más negativo que positivo (un 60% más), debido a la mayor rigidez de sus pilares en esa planta. Este diagrama se muestra para poder compararlo con los siguientes. El diagrama de la derecha guarda cierta relación con el anterior: mientras que en el forjado superior, el negativo central es prácticamente inexistente; en el primer piso, este es prácticamente

el de una viga continua, por el mismo motivo que el caso de dos pilares.

Estos diagramas no son del todo correctos, puesto que no tienen en cuenta el proceso constructivo; pero, al no haber núcleos, las diferencias son mínimas.

Seguidamente vamos a ver qué pasa con la viga de apeo inferior. En la imagen {294} se puede observar, a la izquierda, el diagrama pasivo correspondiente a los momentos flectores. Como la viga tiene un canto discreto, se deforma, y el negativo central desaparece, siendo el positivo casi continuo, al menos en las plantas inferiores. Si comparamos este diagrama con los de la imagen {293}, podemos darnos cuenta de que es muy aproximado al caso de dos pilares. En el diagrama de la derecha, se colocan dos diagonales desde los extremos en la altura superior hasta el centro en el cordón inferior. Estos tendones pretenden elevar el edificio unos centímetros: los suficientes para que el positivo se reduzca adecuadamente. Como no se trata de una carga pequeña, la cantidad de acero del tendón es alta, por lo que, si los tendones se introducen desde un principio, permiten que la deformación se reduzca sin ni siquiera aplicar carga activa. Así, encontramos el primer efecto beneficioso.



{294} Diagramas de momentos flectores del edificio con apeo: a la izquierda, sin pretensado; en medio, el correspondiente al pretensado; a la derecha, el diagrama combinado (imagen del autor).

Si, además, pretensamos los tendones, el efecto será también favorable. Al final, sucede que las barras de la solución pretensada están menos solicitadas que aquellas en las que tal acción no se introduce, por el primer beneficio descrito. Si aplicamos el pretensado en dos o tres días diferentes del proceso,

podremos ir atenuando los momentos, consiguiendo recuperar el negativo o, como mínimo, reducir el positivo, sin que por ello sea necesario aumentar el canto de los forjados. Este aumento provocaría el consiguiente incremento de carga y el derivado de la deformación, elevando momentos positivos, y así sucesivamente.

EJEMPLO DE PRETENSADO: CÁLCULO DE VIGA CONTINUA

Una de las primeras soluciones identificadas al inicio de esta tesis, a propósito de las ventajas que ofrece el pretensado metálico, consistió en recuperar la continuidad de los elementos gracias al pretensado; por ejemplo, en el caso de una viga o vigueta. En el último capítulo se desarrolla más a fondo una solución de este tipo. Una unión atornillada facilita el montaje; pero, si ha de garantizar el momento de empotramiento, el problema puede resultar de difícil solución o, como mínimo, su coste puede llevar al constructor a replantearse su forma. Así, lo ideal es colocar una placa de espera, con agujeros rasgados, que permita una tolerancia de montaje de, al menos, 20 mm. Si se busca la estabilidad del pórtico, las uniones articuladas no ayudarán en absoluto, por lo que debemos apoyarnos en cruces de san Andrés o en núcleos interiores para evitar la traslacionalidad del sistema. Si buscamos un empotramiento viga pilar, o que la viga sea continua, la solución de agujeros rasgados no funcionará.

Si hacemos caso a los esfuerzos, una viga continua y varias vigas isostáticas nos conducen el mismo calibre, siempre que usemos un mismo tipo de perfil para todos los tramos, que han de ser también de similar luz ($ql^2/8$ -isostático = $ql^2/9,54$ - hiperestático). Si lo que queremos es saber qué pasa con la deformación, la respuesta es evidente: en el caso isostático, la deformación es 2,4 veces mayor que en el caso continuo (si comparamos el quebrado de $5/384$, con el caso del extremo que es $1/185$).

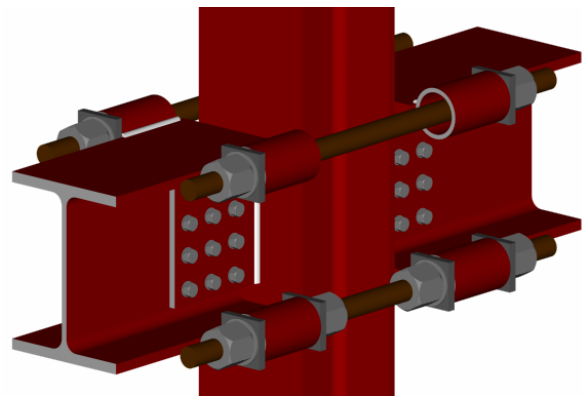
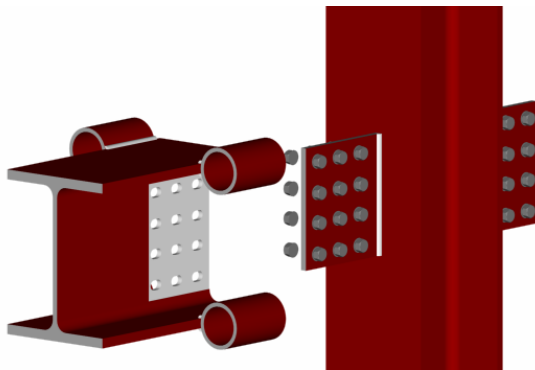


{295} Sistema de refuerzo para una viga de madera de un edificio de la colonia Güell (BRUFAU I NIUBÓ, R., 2010).

Así, tal como venimos analizando hasta ahora, el pretensado es una respuesta para controlar las deformaciones. Si este pretensado no se apoya en las placas y evitamos que incremente el cortante, será una buena solución; si, además, conseguimos que incluso reduzca dicho cortante, la unión atornillada será aún más eficiente. Lo que debemos tener presente es que esta unión atornillada ha de ser pretensada, porque así evitaremos el coliso una vez colocada, y la unión será capaz de transmitir axiles en beneficio de la intraslacionalidad.

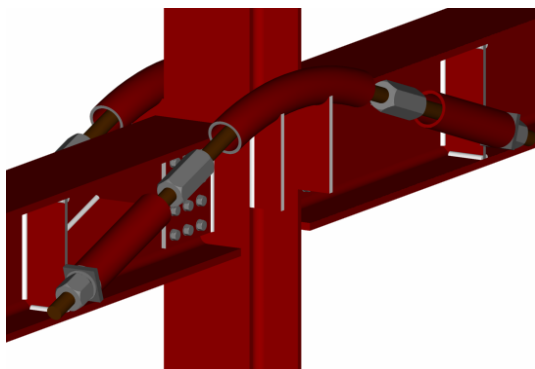
Uno de los problemas mayores radica en asegurar que la solución no sea más cara que la unión atornillada; porque, de otro modo, podremos acudir a la respuesta a base de cubrejuntas, que están suficientemente probadas.

Antes de utilizar el pretensado, planteamos una unión que no precisa de cargas activas para aproximar el problema. Esta solución no se ha encontrado publicada en ningún artículo ni libro especializado, por lo que puede ser objeto de desarrollo en otro trabajo.

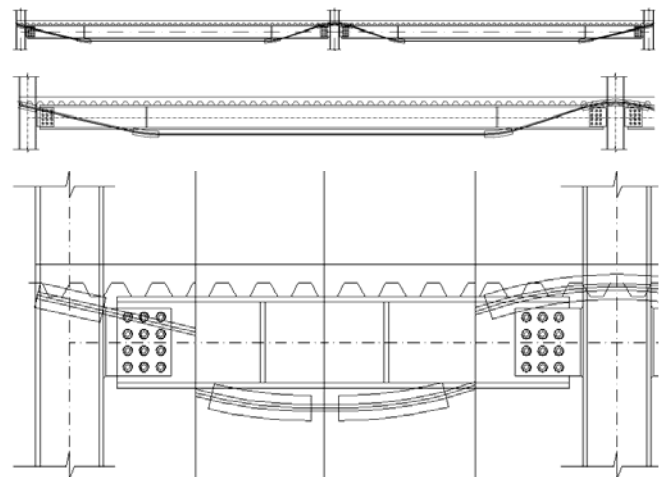


{296} Propuesta para conseguir un nudo rígido. Las barras VSL, que son de acero de alta resistencia, precisan de menos área que las alas del perfil, por lo que pueden reducir su sección hasta tres veces (imagen del autor).

En la imagen {296} se puede observar una solución para una unión atornillada. Dentro del pilar puede o no haber rigidizadores. Se sueldan dos tubos, como mínimo, en el ala superior. Así, se consigue una respuesta a tracción de dicha ala. Con una tuerca en cada extremo, la unión queda lista. En el ala inferior, se puede plantear una solución similar. Como suele haber compresiones en esta ala, se dispondrán tuercas interiores, que sirven para unir vigas, aunque, en este caso, se antoje una solución difícil; porque el canto de la vigueta es, generalmente, menor que el de la viga. El axil de las barras VSL pasa por las alas y las flexiona horizontalmente; pero, como son intrínsecamente muy rígidas, no hace falta rigidizarlas.



{297} Propuesta para conseguir un nudo rígido. En esta variante se hace posible el pretensado del nudo (imagen del autor).



{298} Propuesta para conseguir una viga continua de varios tramos discontinuos (imagen del autor).

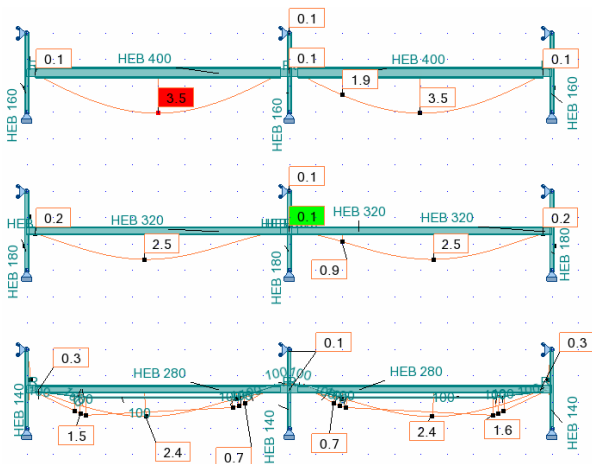
Esta propuesta no trabaja con recuperaciones de pretensado. Una ventaja que podemos obtener con el pretensado es la mejora del perfil a cortante; por lo tanto, tiene sentido pensar en una solución activa.

En esta solución {297} se incorporan tres tramos de barra de acero de alta resistencia. Para que sea posible su colocación, se disponen unos manguitos de unión; asimismo, para activarlos, se puede trabajar con cordones, trompeta, cabeza y gato.

Si hacemos uso de los cordones, podríamos conseguir que la viga isostática funcionase en

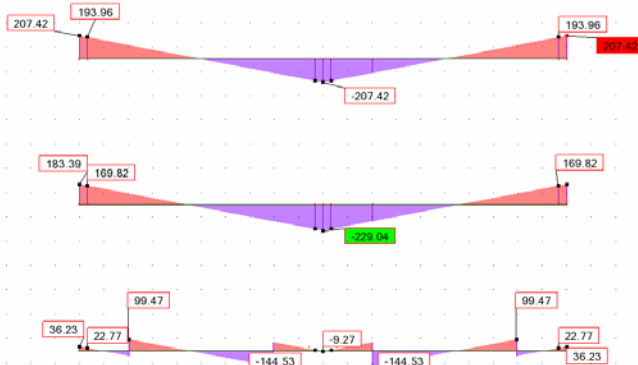
situación accidental, mientras que el pretensado lograría la estabilidad en ELS y ELU en situación normal. Este tipo de soluciones se ha empleado con éxito en obra de rehabilitación {295}.

Para entender el comportamiento de lo que podría ser un caso de hiperestático o de viga continua, se ha desarrollado el siguiente modelo {299}, donde se analizan tres casos similares. El primero muestra qué pasa si colocamos cuatro ménsulas y articulamos dos vigas. El segundo analiza el tradicional pórtico de viga continua y nudos rígidos. El tercero se corresponde con el caso pretensado. Además de observar qué ocurre con las vigas, se puede ver cómo los pilares experimentan un proceso inverso: mientras las vigas van disminuyendo, los pilares crecen de calibre.

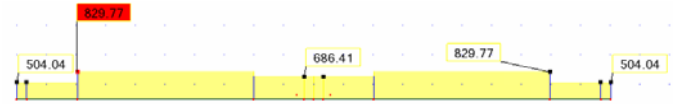


{299} Tres propuestas que analizan soluciones para un pórtico: arriba, dos vigas articuladas; en medio, como viga continua; abajo, con sistema de pretensado inferior (imagen del autor).

Los diagramas de cortantes de las tres vigas se muestran en la imagen {300}. En ellos se puede comprobar que el cortante, en el caso pretensado, se reduce proporcionalmente a la distancia de la unión con el tirante. Si bien no hay duda de que el cortante se reduce, también resulta evidente que aparece un esfuerzo nuevo: el esfuerzo axial de la viga. Este esfuerzo puede conllevar que el cortante en los tornillos sea de una magnitud similar en los tres casos.



{300} Diagramas de cortantes de los tres casos (imagen del autor).



{301} Diagramas de axiles de la viga pretensada (imagen del autor).

Estos esfuerzos axiles pueden desaparecer si la unión a cortante es articulada; sin embargo, la unión a momento no está relajada, tal como podría corresponder al caso de la propuesta de la imagen {296}, con lo que tendríamos una viga continua, sin continuidad con los pilares.

De este modo, conseguiríamos reducir la deformación y aumentar los momentos negativos.

Influencia de la deformación en el cálculo de una viga metálica

INTRODUCCIÓN

Una viga metálica que presenta excesiva deformación puede ser pretensada para reducir su deformación final. Antes de llevar a cabo un trabajo como este, es necesario establecer cuándo tiene sentido proponer un pretensado y cuándo no. Se trata de analizar, por decirlo de alguna manera, el límite natural de mínimos. Así pues, la estrategia que se debe seguir se basa en tratar de aprovechar el margen de tensión que le queda al material para alcanzar la rotura, con el fin de proyectar el refuerzo que resulte más económico, más transportable, más fino o más ecológico: esta segunda parte se desarrollará posteriormente.

VIGA SIMPLE SOMETIDA A UNA CARGA LINEAL¹

Según las fórmulas clásicas de resistencia de materiales, la deformación de una viga de un tramo, sometida a una carga lineal de valor constante en toda su longitud, se define según la expresión:

$$\delta = n_{\text{def}} \cdot \frac{q \cdot L^4}{E \cdot I_{y-y'}}$$

[27] Deformación máxima de una viga biapoyada sometida a carga lineal constante.

Donde:

n_{def} es una constante que varía en función de las condiciones de vinculación de la viga y del tipo de carga: es igual a 5/384 para una viga biapoyada, 1/185 para una viga empotrada en un extremo y articulada en el otro, y 1/384 si está empotrada en ambos lados. Si los apoyos tienen otra rigidez, se puede determinar el valor de la constante según fórmulas clásicas de resistencia de materiales.

δ es la deformación máxima en su punto central.

q es la carga lineal repartida en toda su longitud.

L es la distancia entre sus extremos o apoyos.

E es el módulo de Young del material, que para el acero vale 210.000 N/mm².

¹ Para la elaboración de este capítulo se han empleado todos los libros de resistencia de materiales que aparecen en la bibliografía, entre ellos los prontuarios de ENSIDESA, así como las referencias a TIMOSHENKO, S. P.

$I_{y-y'}$ es la inercia principal del perfil metálico.

La fórmula [27] también se puede expresar así y hace ahora referencia al límite de deformación de una viga:

$$\frac{L}{K_{\text{def}}} \geq n_{\text{def}} \cdot \frac{q \cdot L^4}{E \cdot I_{y-y'}}$$

[28] Deformación máxima de una viga biapoyada sometida a carga lineal constante.

Donde:

K_{def} es la relación máxima entre la luz de la viga y su deformación, determinada por la normativa vigente de cada país.

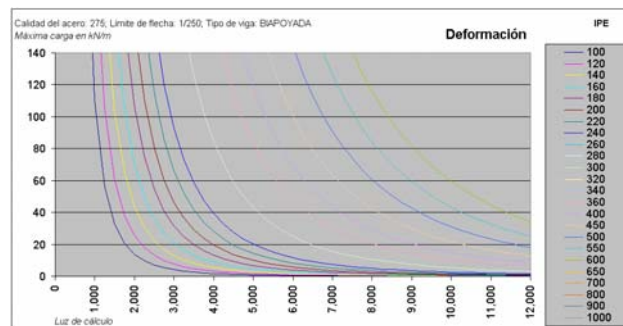
De la expresión [28], nos interesa que la carga máxima depende de la inercia y de la luz. Los otros términos, K_{def} , n_{def} y E , serán valores que fijaremos al enunciar el problema. Exponemos la fórmula [28] despejándola en función de q :

$$q \leq \frac{E \cdot I_{y-y'}}{K_{\text{def}} \cdot n_{\text{def}} \cdot L^3}$$

[29] Carga máxima de una viga biapoyada sometida a una carga lineal constante en función de su deformación máxima admisible.

De las tres primeras expresiones destacamos, como seguramente es sabido, que la tensión máxima del material no define la deformación de una viga.

Si utilizamos esta expresión [29] para cada calibre de un mismo perfil, para las mismas condiciones de vinculación de la viga y para la misma clase de acero, obtendremos una gráfica como la siguiente:



[302] Límite de carga por deformación para vigas biarticuladas, de acero de calidad S-275, sometidas a una carga lineal, tipo IPE, con límite máximo de deformación de L/250.

Al final de esta tesis, se recogen todas las gráficas correspondientes a las familias de perfiles más

comerciales, calidades de acero existentes, tipos de vinculación variados, así como diferentes límites de deformaciones.

Antes de analizar, de manera similar a como lo hicimos en el caso de la deformación, los límites que impone la tensión admisible, es necesario recordar que el esfuerzo cortante, para las secciones en doble T más habituales del mercado (HEA, HEB, HEM, IPE, IPN, IPEA, etc.), no constituye nunca un límite en el caso que se desarrolla; es decir, en el de una viga biapoyada sometida a una carga constante a lo largo de toda la pieza. En cambio, sí constituye un límite en otros casos; por ejemplo, en cargas concentradas de gran magnitud.

Para estudiar este otro límite mencionado, el de tensión, podemos usar la siguiente fórmula, que obtenemos del CTE DB-SE del Acero, documento normativo vigente en el momento de redactar este capítulo. Para el caso concreto de una viga biapoyada sometida a una carga lineal:

$$q \leq \frac{2 \cdot I_{y-y'} \cdot f_{yd} \cdot K_M}{H \cdot L^2}$$

[30] Carga máxima de una viga biapoyada sometida a una carga lineal constante en función de la tensión máxima admisible del material de sus alas.

Donde los nuevos términos se definen del siguiente modo:

H es el canto de la viga metálica.

f_{yd} es la tensión máxima admisible del material que compone las alas de la viga (o la de menor resistencia en caso de que las alas sean de diferente límite elástico).

K_M es un valor constante, que vale 8 para una viga biarticulada o empotrada-articulada y 12 para una biempotrada. Si los apoyos tienen otra rigidez, se puede determinar el valor de esta constante a partir de las fórmulas clásicas de resistencia de materiales.

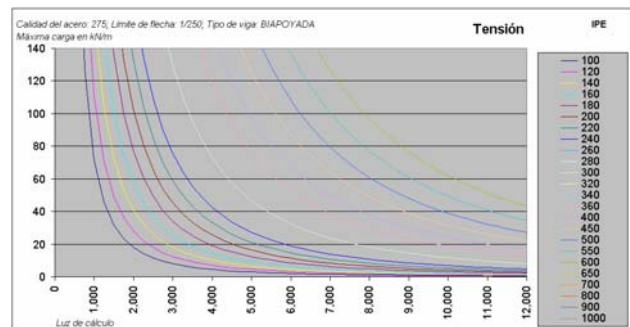
Es importante tener presente que el límite elástico de las alas varía en función de su espesor, además de la calidad del material que las compone, según se indica en la siguiente tabla {303}:

Calidad de acero	$t \leq 16 \text{ mm}$	$16 < t \leq 40 \text{ mm}$	$40 < t \leq 63 \text{ mm}$	L_{01}
S-235	235 N/mm ²	225 N/mm ²	215 N/mm ²	360 N/mm ²
S-275	275 N/mm ²	265 N/mm ²	255 N/mm ²	410 N/mm ²
S-355	355 N/mm ²	345 N/mm ²	335 N/mm ²	470 N/mm ²
S-450	450 N/mm ²	430 N/mm ²	410 N/mm ²	550 N/mm ²

{303} Tabla 4.1 del CTE DB-SE del Acero. Características mecánicas mínimas de los aceros UNE EN 10.025.

De la expresión [30] nos interesa que la carga máxima depende, nuevamente, de la inercia y de la luz. Los otros términos, H , f_{yd} y K_M , serán valores que fijaremos al enunciar el problema.

Si utilizamos esta expresión [30] a la hora de confeccionar una gráfica para cada calibre de un mismo perfil, para el mismo tipo de vinculación de la viga y para la misma clase de acero, obtendremos la siguiente figura:



[304] Límite de carga por tensión para vigas biarticuladas, de acero de calidad S-275, sometidas a una carga lineal, tipo IPE, con un límite máximo de deformación de $L/250$.

En el tomo 2 de esta tesis, se pueden encontrar todas las gráficas correspondientes a las familias de perfiles más comerciales, calidades de acero existentes, tipos de vinculación variados, así como diferentes límites de deformaciones.

Una operación sencilla que podemos efectuar llegados a este punto consiste en relacionar la expresión [29] con la [30], estableciendo entonces la siguiente ecuación:

$$\frac{2 \cdot f_{yd} \cdot K_M}{H} \leq \frac{210.000}{K_{def} \cdot n_{def} \cdot L}$$

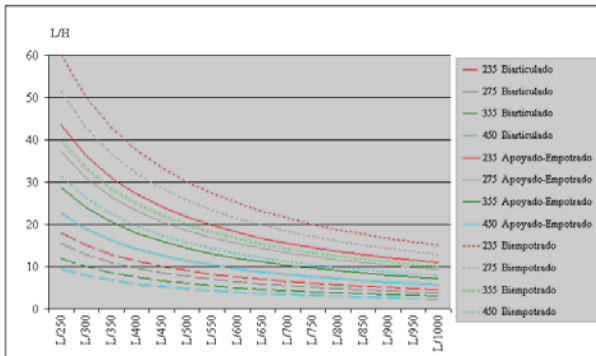
[31] Función de intersección entre las expresiones de tensión y de deformación.

Que también podemos expresar como:

$$\frac{L}{H} \leq \frac{105.000}{K_{def} \cdot K_M \cdot n_{def} \cdot f_{yd}}$$

[32] Límite entre deformación y tensión, en función de la relación entre la luz y el canto de una viga doblemente articulada, sometida a una carga uniforme constante.

Con la ecuación [32] podemos definir la siguiente gráfica {305}:



{305} En el eje de abscisas, se introduce el límite de deformación establecido para la viga. En el eje de ordenadas, se encuentra la relación L/H según la curva elegida, en función de las vinculaciones laterales.

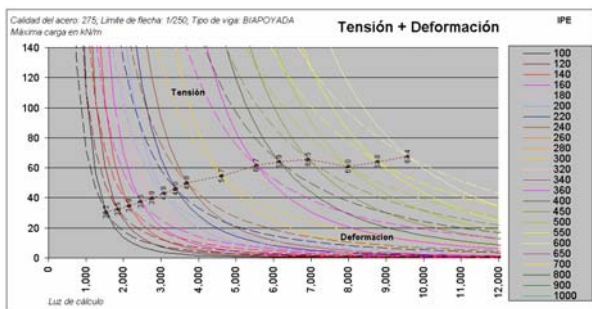
La gráfica anterior {305} establece la relación mínima entre la luz y el canto de una viga, que nos indica cuándo será la deformación la que establezca el límite o cuándo lo será la tensión máxima del material, en función de los apoyos laterales.

Tipo de vinculación	Límite de flecha			
	L/250	L/300	L/400	L/500
Bisarticular	18/15/ 11/9	15/12/ 9/7	11/9/ 7/5	9/7/ 5/4
	43/37/ 28/22	36/30/ 23/18	27/23/ 17/14	21/18/ 14/11
Apoyado-empotrado	60/51/ 39/31	50/42/ 33/26	37/32/ 24/19	30/25/ 19/15

{306} Resumen de los casos más habituales de la gráfica {305}: los cuatro valores de cada celda se corresponden con las calidades 235, 275, 355 y 450. En rojo, la calidad 275.

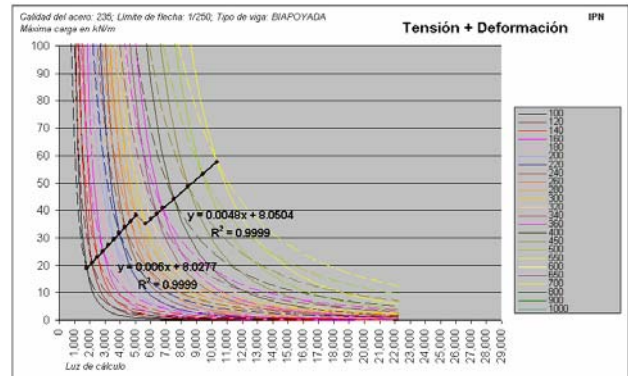
La tabla {306} es un resumen de la gráfica {305}. Nos servirá, más adelante, para poder establecer cuándo es eficaz el pretensado. Si la relación entre luz y canto es menor que el valor expresado en la tabla en cada caso, será la tensión la que limite el calibre del perfil. Si es mayor, será la deformación.

Volviendo a la gráfica {305}, que tiene su origen en la ecuación [32], podemos entender las curvas como una familia de intersecciones de parejas de ecuaciones, la [29] y la [30].



{307} Superposición de las gráficas {302} y {304}. En línea continua, la familia de curvas definidas por la deformación. En línea discontinua, el límite definido por la tensión. La línea de puntos se corresponde con la ecuación de la intersección.

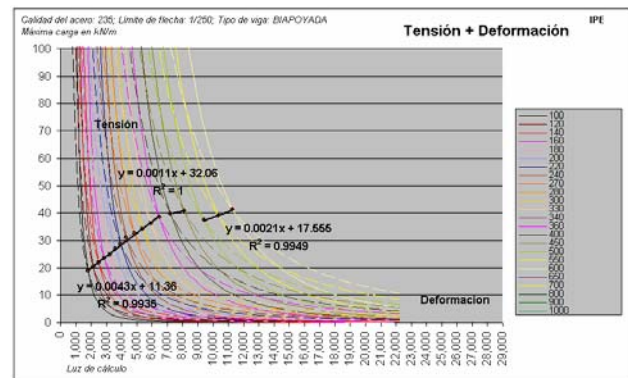
Con esta gráfica {307}, y con toda la colección de las que podemos elaborar teniendo esta como base, podemos obtener la ecuación de la intersección:



{308} Vigas IPN: intersección entre funciones de deformación y tensión.

Las líneas discontinuas corresponden al límite de tensión. Las continuas limitan la deformación. En la zona de la derecha de la gráfica de los perfiles IPE y en las siguientes, el límite lo constituye la deformación; en la izquierda, la tensión.

Para todos los perfiles IPN podemos establecer una ecuación lineal² que presenta un pequeño salto en el calibre 280: el perfil IPN-300 tiene un ala superior de 16 mm de espesor; así, la tensión admisible del material de las alas decae en 10 N/mm². Las ecuaciones, a partir de ahora, están indicadas dentro de las gráficas a las que se hace referencia.

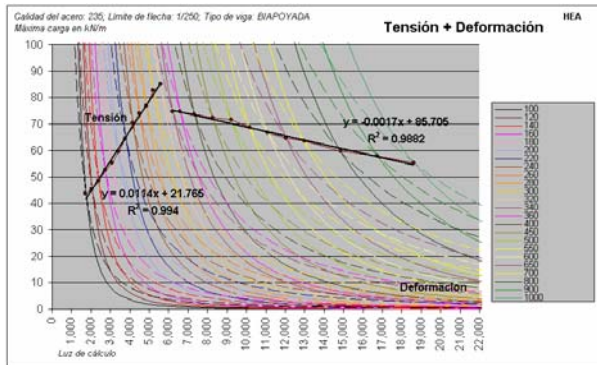


{309} Vigas IPE: intersección entre funciones de deformación y de tensión.

En el caso de las IPE, encontramos tres ecuaciones: de la 100 a la 360, de la 400 a la 450 y, finalmente, de la 500 hacia arriba. El primer cambio de ecuación se debe a que la relación entre base y canto es cercana a 2 hasta el perfil 360, y mayor por encima del 400. A partir del perfil 500, se produce un salto; porque las alas penalizan el cálculo, al

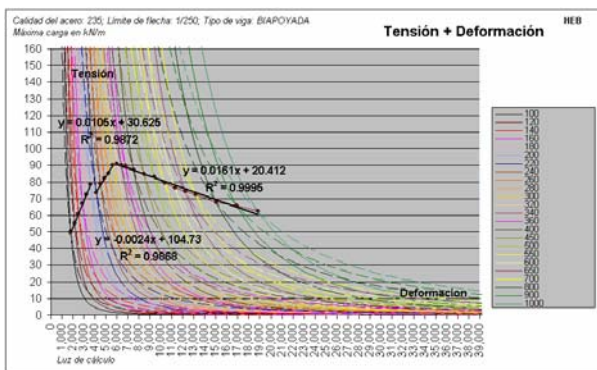
² Estas ecuaciones pueden llegar a ser utilizadas en programas informáticos que analicen casos de tensión y de deformación en vigas de acero.

superar los 16 mm de espesor, tal como sucedía con las IPN, y decae la tensión de cálculo.



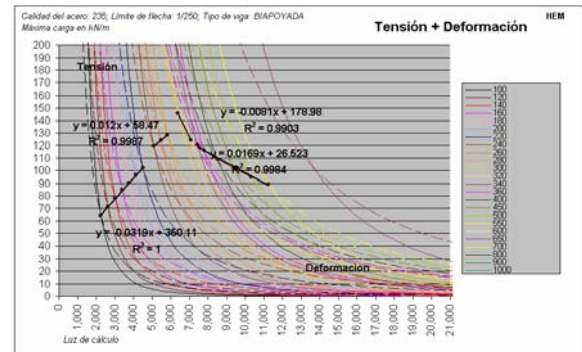
{310} Vigas HEA: intersección entre funciones de deformación y tensión.

Los perfiles HEA tienen también dos ecuaciones: una que comprende de los 100 a los 320 mm, y la segunda que va de los 340 a los 1.000 mm. La diferencia con las anteriores gráficas radica en que la segunda ecuación tiene una pendiente negativa, mientras que la primera sigue siendo de tendencia creciente. El punto de rotura se debe, como en dos de los tres casos anteriores, a que el ala sobrepasa el espesor de 16 mm y también a que los perfiles HEA, a partir de la del calibre correspondiente a 300 mm, mantiene la base constante; solo así se entiende que la pendiente sea negativa. Curiosamente, en el perfil 300 coinciden los dos factores: cambio a 16 mm y modificación de la proporción entre base y canto.



{311} Vigas HEB: intersección entre funciones de deformación y de tensión.

La familia HEB, al tener espesores de las alas de mayores valores que su homóloga en HEA, presenta tres ecuaciones: de los 100 a los 200, de los 220 a los 300 (ambos en sentido ascendente), y para acabar, de los 320 a los 1.000, esta vez con módulo decreciente.



{312} Vigas HEM.

Para concluir, la familia HEM presenta hasta cuatro ecuaciones: del calibre 100 al 220, con gruesos de alas siempre mayores a 16 mm. Del 240, cuando el perfil incrementa excepcionalmente el grueso del ala y del alma, al 300. Del 320 al 340, porque la base se mantiene constante, y del 360 al 600, porque las alas se mantienen en 40 mm de grosor.

La voluntad de estas últimas gráficas, {308} a {312}, es determinar la ecuación que relaciona la carga con la luz máxima y que define la frontera entre el límite de la tensión y el de la deformación.

Hasta ahora habíamos trabajado con una calidad de acero baja (S235) y un límite de deformación asimismo reducido (L/250). ¿Puede influir directamente en el cálculo la calidad del acero o el límite de deformación impuesto? Para responder a la anterior pregunta, se dispone de las tablas que se incluyen seguidamente, que determinan el tanto por ciento perdido con respecto al límite mayor. Cuando el tanto por ciento es negativo, quiere decir que es la tensión la que limita la carga; por lo que no se puede aumentar el perfil. Sin embargo, cuando el porcentaje es positivo, es la deformación la que limita la carga; entonces, es posible recuperar parte de la capacidad del perfil.

Conviene efectuar las siguientes reflexiones que, por otra parte, resultan evidentes:

- Cuanto mas restrictivo es el límite de deformación impuesto, más fácil es que el perfil esté limitado por deformación que por tensión.

- Cuanto mayor es la calidad del material, más fácil es que el perfil esté limitado por deformación que por tensión.

- En una barra biapoyada, es más fácil que el perfil esté limitado por la deformación que por la tensión, si se compara con su homólogo biempotrado.

En las tablas siguientes se ha limitado también la carga al peso propio del perfil más 5 kN/m. Cuando la carga admisible es menor, no se estudia el caso para evitar caer en situaciones irreales.

	2000 mm	4000 mm	6000 mm	8000 mm	10000 mm	12000 mm	14000 mm	16000 mm	18000 mm	20000 mm	22000 mm	24000 mm	26000 mm	28000 mm	30000 mm	32000 mm	34000 mm	36000 mm	38000 mm	40000 mm	42000 mm
100	77%																				
120	92%	46%																			
140	-93%	54%																			
160	-81%	62%	41%																		
180	-72%	69%	46%	35%																	
200	-65%	77%	51%	38%																	
220	-59%	85%	56%	42%	34%																
240	-54%	92%	62%	46%	37%																
260	-50%	-100%	67%	50%	40%	33%															
280	-46%	-93%	72%	54%	43%	36%	31%														
300	-42%	-83%	80%	60%	48%	40%	34%														
320	-39%	-78%	85%	64%	51%	43%	37%	32%													
340	-37%	-74%	91%	68%	54%	45%	39%	34%	30%												
360	-35%	-70%	96%	72%	58%	48%	41%	36%	32%												
400	-31%	-63%	-94%	80%	64%	53%	46%	40%	36%	32%	29%										
450	-28%	-56%	-83%	90%	72%	60%	51%	45%	40%	36%	33%	30%									
500	-25%	-50%	-75%	100%	80%	67%	57%	50%	44%	40%	36%	33%	31%	29%							
550	-23%	-46%	-68%	-91%	88%	73%	63%	55%	49%	44%	40%	37%	34%	31%	29%	27%					

{313} Perfil IPN sometido a carga lineal constante, tramo biapoyado, acero S-275, límite de flecha L/250.

	2000 mm	4000 mm	6000 mm	8000 mm	10000 mm	12000 mm	14000 mm	16000 mm	18000 mm	20000 mm	22000 mm	24000 mm	26000 mm	28000 mm	30000 mm	32000 mm	34000 mm	36000 mm	38000 mm	40000 mm	42000 mm
100	19%																				
120	23%	12%																			
140	27%	13%																			
160	31%	15%	10%																		
180	35%	17%	12%	9%																	
200	38%	19%	13%	10%																	
220	42%	21%	14%	11%	8%																
240	46%	23%	15%	12%	9%																
260	50%	25%	17%	13%	10%	8%															
280	54%	27%	18%	13%	11%	9%	8%														
300	60%	30%	20%	15%	12%	10%	9%														
320	64%	32%	21%	16%	13%	11%	9%	8%													
340	68%	34%	23%	17%	14%	11%	10%	8%	8%												
360	72%	36%	24%	18%	14%	12%	10%	9%	8%												
400	80%	40%	27%	20%	16%	13%	11%	10%	9%	8%	7%										
450	90%	45%	30%	22%	18%	15%	13%	11%	10%	9%	8%	7%									
500	100%	50%	33%	25%	20%	17%	14%	12%	11%	10%	9%	8%	7%								
550	-91%	55%	37%	27%	22%	18%	16%	14%	12%	11%	10%	9%	8%	7%	7%						

{314} Perfil IPN sometido a carga lineal constante, tramo biapoyado, acero S-275, límite de flecha L/500.

	2000 mm	4000 mm	6000 mm	8000 mm	10000 mm	12000 mm	14000 mm	16000 mm	18000 mm	20000 mm	22000 mm	24000 mm	26000 mm	28000 mm	30000 mm	32000 mm	34000 mm	36000 mm	38000 mm	40000 mm	42000 mm
100	12%	6%																			
120	14%	7%	5%																		
140	16%	8%	5%																		
160	19%	9%	6%	5%																	
180	21%	11%	7%	5%	4%																
200	24%	12%	8%	6%	5%																
220	26%	13%	9%	6%	5%	4%															
240	28%	14%	9%	7%	6%	5%	4%														
260	31%	15%	10%	8%	6%	5%	4%	4%													
280	33%	16%	11%	8%	7%	5%	4%	4%													
300	37%	18%	12%	9%	7%	6%	5%	4%													
320	39%	20%	13%	10%	8%	7%	6%	5%	4%	4%											
340	42%	21%	14%	10%	8%	7%	6%	5%	4%	4%	4%										
360	44%	22%	15%	11%	9%	7%	6%	5%	4%	4%	4%	4%									
400	49%	25%	16%	12%	10%	8%	7%	6%	5%	4%	4%	4%	4%								
450	55%	28%	18%	14%	11%	9%	8%	7%	6%	5%	5%	4%	4%	4%	3%						
500	62%	31%	21%	15%	12%	10%	9%	8%	7%	6%	5%	5%	4%	4%	4%	4%	3%				
550	68%	34%	23%	17%	14%	11%	10%	8%	8%	7%	6%	5%	5%	5%	4%	4%	4%	4%	3%	3%	

{315} Perfil IPN sometido a carga lineal constante, tramo biapoyado, acero S-450, límite de flecha L/1000.

	2000 mm	4000 mm	6000 mm	8000 mm	10000 mm	12000 mm	14000 mm	16000 mm	18000 mm	20000 mm	22000 mm	24000 mm	26000 mm	28000 mm	30000 mm	32000 mm	34000 mm	36000 mm	38000 mm	40000 mm	42000 mm
100	96%	48%	32%	24%																	
120	-89%	56%	37%	28%	22%																
140	-78%	64%	43%	32%	26%	21%															
160	-70%	72%	48%	36%	29%	24%	21%														
180	-63%	80%	53%	40%	32%	27%	23%	20%													
200	-57%	88%	59%	44%	35%	29%	25%	22%													
220	-52%	96%	64%	48%	38%	32%	27%	24%	21%												
240	-46%	-93%	72%	54%	43%	36%	31%	27%	24%	22%	20%										
260	-43%	-86%	77%	58%	46%	39%	33%	29%	26%	23%	21%	19%									
280	-40%	-81%	83%	62%	50%	41%	35%	31%	28%	25%	23%	21%	19%								
300	-37%	-74%	91%	68%	54%	45%	39%	34%	30%	27%	25%	23%	21%	19%	18%						
320	-34%	-67%	99%	75%	60%	50%	43%	37%	33%	30%	27%	25%	23%	21%	20%						
340	-32%	-64%	-96%	78%	63%	52%	45%	39%	35%	31%	28%	26%	24%	22%	21%	20%					
360	-30%	-61%	-91%	82%	66%	55%	47%	41%	36%	33%	30%	27%	25%	23%	22%	20%					
400	-28%	-56%	-84%	90%	72%	60%	51%	45%	40%	36%	33%	30%	28%	26%	24%	22%	21%				
450	-25%	-50%	-76%	99%	79%	66%	57%	50%	44%	40%	36%	33%	31%	28%	26%	25%	23%	22%			
500	-23%	-46%	-69%	-92%	87%	72%	62%	54%	48%	43%	40%	36%	33%	31%	29%	27%	26%	24%	23%		
550	-21%	-42%	-63%	-84%	95%	79%	68%	59%	53%	47%	43%	40%	37%	34%	32%	30%	28%	26%	25%	24%	
650	-17%	-35%	-52%	-68%	-87%	96%	83%	72%	64%	58%	53%	48%	44%	41%	39%	36%	34%	32%	30%	29%	28%

{316} Perfil HEM sometido a carga lineal constante, tramo biapoyado, acero S-275, límite de flecha L/250.

	2000 mm	4000 mm	6000 mm	8000 mm	10000 mm	12000 mm	14000 mm	16000 mm	18000 mm	20000 mm	22000 mm	24000 mm	26000 mm	28000 mm	30000 mm	32000 mm	34000 mm	36000 mm	38000 mm	40000 mm	42000 mm
HEM .BIAPOYADA S-275 .L/500																					
100	24%	12%	8%	6%																	
120	28%	14%	9%	7%	6%																
140	32%	16%	11%	8%	6%	5%															
160	36%	18%	12%	9%	7%	6%	5%														
180	40%	20%	13%	10%	8%	7%	6%	5%													
200	44%	22%	15%	11%	9%	7%	6%	5%													
220	48%	24%	16%	12%	10%	8%	7%	6%	5%												
240	54%	27%	18%	13%	11%	9%	8%	7%	6%	5%	5%										
260	58%	29%	19%	14%	12%	10%	8%	7%	6%	5%	5%	5%									
280	62%	31%	21%	15%	12%	10%	9%	8%	7%	6%	5%	5%	5%								
300	68%	34%	23%	17%	14%	11%	10%	8%	7%	6%	5%	5%	5%	5%							
320	75%	37%	25%	19%	15%	12%	11%	9%	8%	7%	6%	5%	5%	5%	5%						
340	78%	39%	26%	20%	16%	13%	11%	10%	9%	8%	7%	6%	5%	5%	5%	5%					
360	82%	41%	27%	20%	16%	14%	12%	10%	9%	8%	7%	6%	5%	5%	5%	5%	5%				
400	90%	45%	30%	22%	18%	15%	13%	11%	10%	9%	8%	7%	6%	5%	5%	5%	5%	5%			
450	99%	50%	33%	25%	20%	17%	14%	12%	11%	10%	9%	8%	7%	6%	5%	5%	5%	5%	5%		
500	-92%	54%	36%	27%	22%	18%	16%	14%	12%	11%	10%	9%	8%	7%	6%	5%	5%	5%	5%	5%	
550	-84%	59%	40%	30%	24%	20%	17%	15%	13%	12%	11%	10%	9%	8%	7%	6%	5%	5%	5%	5%	
650	-69%	72%	48%	36%	29%	24%	21%	18%	16%	14%	13%	12%	11%	10%	9%	8%	7%	6%	5%	5%	7%

{317} Perfil HEM sometido a carga lineal constante, tramo biapoyado, acero S-275, límite de flecha L/500.

	2000 mm	4000 mm	6000 mm	8000 mm	10000 mm	12000 mm	14000 mm	16000 mm	18000 mm	20000 mm	22000 mm	24000 mm	26000 mm	28000 mm	30000 mm	32000 mm	34000 mm	36000 mm	38000 mm	40000 mm	42000 mm
HEM .BIAPOYADA S-450 .L/1000																					
100	15%	7%	5%	4%	3%																
120	17%	9%	6%	4%	3%	3%															
140	20%	10%	7%	5%	4%	3%	3%														
160	22%	11%	7%	6%	4%	4%	3%														
180	25%	12%	8%	6%	5%	4%	4%	3%	3%	2%											
200	27%	14%	9%	7%	5%	5%	4%	3%	3%	3%	2%										
220	30%	15%	10%	7%	6%	5%	4%	4%	3%	3%	3%	2%									
240	33%	17%	11%	8%	7%	6%	5%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	2%							
260	36%	18%	12%	9%	7%	6%	5%	4%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	2%	2%					
280	38%	19%	13%	10%	8%	6%	5%	5%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	3%	2%	2%				
300	42%	21%	14%	10%	8%	7%	6%	5%	5%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	3%	2%	2%			
320	46%	23%	15%	12%	9%	8%	7%	6%	5%	5%	4%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	3%	2%		
340	49%	24%	16%	12%	10%	8%	7%	6%	5%	5%	4%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	3%	3%	2%	
360	51%	25%	17%	13%	10%	8%	7%	6%	5%	5%	4%	4%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	3%	3%	2%
400	56%	28%	19%	14%	11%	9%	8%	7%	6%	6%	5%	4%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	3%	3%	3%
450	62%	31%	21%	15%	12%	10%	9%	8%	7%	6%	6%	5%	5%	4%	4%	4%	4%	3%	3%	3%	3%
500	68%	34%	23%	17%	14%	11%	10%	8%	8%	7%	6%	6%	5%	5%	4%	4%	4%	4%	4%	3%	3%
550	74%	37%	25%	18%	15%	12%	11%	9%	8%	7%	7%	6%	6%	5%	5%	5%	4%	4%	4%	4%	4%
650	90%	45%	30%	22%	18%	15%	13%	11%	10%	9%	8%	7%	6%	6%	5%	5%	5%	5%	4%	4%	4%

{318} Perfil HEM sometido a carga lineal constante, tramo biapoyado, acero S-450, límite de flecha L/1000.

Las tablas anteriores constituyen dos grupos de tres tablas cada uno. Las tres primeras, {313} a {315}, corresponden a perfiles IPN; mientras que las tres segundas, {316} a {318}, se refieren a perfiles HEM. Se han elegido estas secciones porque representan al grupo IPN-IPE y al HEA-HEB-HEM, y para no caer en una casuística interminable. Se ha elegido siempre el caso de viga biapoyada por ser la más sensible a deformaciones. Se analiza la situación típica de cubierta (S-275, L/250), así como un caso atípico (S-275, L/1000) y el caso extremo (S-450, L/1000).

Se puede ver cómo, progresivamente, en cada tabla van apareciendo más casos en color verde y cada vez de menor valor. Eso quiere decir que los perfiles estarán diseñados por deformación y estarán infradimensionados a tensión, lo cual supone una reserva de tensión que puede ser posteriormente utilizada para otros fines.

A continuación, se desarrollará el mismo trabajo que se ha realizado en el primer apartado, pero ahora para el caso de cargas concentradas en el centro de la viga.

VIGA SIMPLE SOMETIDA A UNA CARGA CONCENTRADA EN SU CENTRO³

Según las fórmulas clásicas de resistencia de materiales, la deformación de una viga de un tramo, sometida a una carga concentrada en su centro, se define según la expresión:

$$\delta = n_{\text{def}} \cdot \frac{Q \cdot L^3}{E \cdot I_{y-y'}}$$

[33] Deformación máxima de una viga biapoyada sometida a una carga central concentrada.

Donde:

n_{def} es una constante que varía en función de las condiciones de vinculación de la viga y del tipo de carga. Es igual a 1/48 para una viga biapoyada, 7/768 para una viga empotrada en un extremo y articulada en el otro, y 1/192 si está empotrada en ambos lados. Si los apoyos tienen otra rigidez, se puede determinar el valor de la constante según fórmulas clásicas de resistencia de materiales.

δ es la deformación máxima en su punto central.

Q es la carga concentrada en su centro.

³ En este apartado se siguen los mismos pasos que en el anterior, adaptados al caso de análisis.

L es la distancia entre sus extremos o apoyos.

E es el módulo de Young del material, que para el acero vale 210.000 N/mm^2 .

$I_{y-y'}$ es la inercia principal del perfil metálico.

La fórmula [33] también se puede expresar de esta otra manera, haciendo ahora referencia al límite de deformación de una viga:

$$\frac{L}{K_{\text{def}}} \geq n_{\text{def}} \cdot \frac{Q \cdot L^3}{E \cdot I_{y-y'}}$$

[34] Deformación máxima de una viga biapoyada sometida a carga central concentrada.

Donde los nuevos términos se definen como:

K_{def} es la relación máxima entre la luz de la viga y su deformación, determinada por la normativa vigente de cada país.

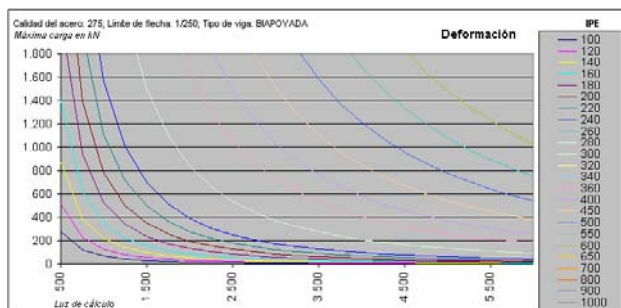
De la expresión [34] nos interesa que la carga máxima depende de la inercia y de la luz. Los otros términos, K_{def} , n_{def} y E , serán valores que fijaremos al enunciar el problema.

Exponemos la fórmula [34] despejándola en función de Q .

$$Q \leq \frac{E \cdot I_{y-y'}}{K_{\text{def}} \cdot n_{\text{def}} \cdot L^2}$$

[35] Carga máxima de una viga biapoyada sometida a una carga concentrada, en función de su deformación máxima admisible.

Si utilizamos esta expresión [35] para cada calibre de un mismo perfil, para las mismas condiciones de vinculación de la viga y para la misma clase de acero, obtendremos una gráfica como la siguiente:



[319] Límite de carga por deformación para vigas biarticuladas, de acero calidad S-275, sometidas a una carga concentrada, tipo IPE, con límite máximo de deformación de $L/250$.

Como viene sucediendo hasta ahora, en el tomo dos de esta tesis, se recogen todas las gráficas correspondientes a las familias de perfiles más comerciales, calidades de acero existentes, tipos de vinculación variados, así como diferentes límites de deformaciones.

Antes de analizar, de manera similar a como lo hicimos en el caso de la deformación, los límites que impone la tensión admisible, es necesario recordar que el esfuerzo cortante, para las secciones en doble T más habituales del mercado (HEA, HEB, HEM, IPE, IPN, IPEA, etc), puede constituir un límite para el caso que se desarrolla; es decir, el de una viga biapoyada sometida a una carga central concentrada.

Para estudiar este otro límite mencionado, el de tensión, podemos usar la siguiente fórmula, que obtenemos del CTE-DB-SE del Acero, que es la normativa vigente en el momento de redactar este capítulo. Para el caso concreto de una viga biapoyada sometida a una carga concentrada.

$$q \leq \frac{2 \cdot I_{y-y'} \cdot f_{yd} \cdot K_M}{H \cdot L}$$

[36] Carga máxima de una viga biapoyada sometida a una carga central concentrada en función de la tensión máxima admisible del material de sus alas.

Donde los nuevos términos se definen como:

H es el canto de la viga metálica.

f_{yd} es la tensión máxima admisible del material que compone las alas de la viga (o la de menor resistencia en caso de que las alas sean de diferente límite elástico).

K_M es un valor constante, que vale 4 para una viga biarticulada, 3/16 para una empotrada-articulada, y 8 para una biempotrada. Si los apoyos tienen otra rigidez, se puede determinar el valor de esta constante a partir de las fórmulas clásicas de resistencia de materiales.

De la expresión [36] nos interesa que la carga máxima depende, nuevamente, de la inercia y de la luz. Los otros términos, H , f_{yd} y K_M , serán valores que fijaremos al enunciar el problema.

Con respecto al límite que establece el cortante, podemos usar la expresión del CTE-SE-DB del Acero en su artículo 6.2.4:

$$V_{pl,Rd} = A_v \cdot \frac{f_{yd}}{\sqrt{3}}$$

[37] Esfuerzo de cortante de cálculo para un perfil.

En la anterior expresión, los términos hasta ahora desconocidos se definen como:

$V_{pl,Rd}$ es el cortante de cálculo.

A_v es el área del alma del perfil que, para perfiles en doble T, cargados paralelamente a dicha alma, tiene el siguiente valor:

$$A_v = A - 2 \cdot b \cdot t_f + (t_w + 2 \cdot r) \cdot t_f$$

[38]

Que, como simplificación, se puede tomar:

$$A_v = h \cdot t_w$$

[39]

Donde los términos nuevos se definen como:

b es la base del perfil.

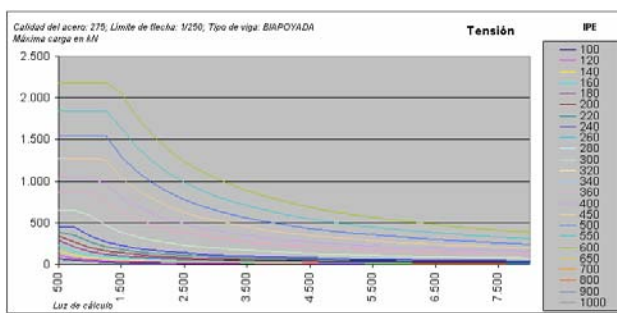
t_f es el grueso del ala.

t_w es el grueso del alma.

r es el radio de acuerdo entre ala y alma.

h es el canto del perfil.

Si utilizamos las expresiones [36] y [37] con el fin de confeccionar una gráfica para cada calibre de un mismo perfil, para el mismo tipo de vinculación de la viga y para la misma clase de acero, obtendremos la siguiente figura:



{320} Límite de carga por tensión para vigas biarticuladas, de acero calidad S-275, sometidas a una carga concentrada central, tipo IPE, con límite máximo de deformación de L/250.

En la gráfica {320} aparece un tramo horizontal en el inicio de algunas de las ecuaciones, que no aparecía en las gráficas de cargas lineales. Esta diferencia está motivada por la limitación del esfuerzo cortante que impone el alma de los perfiles de mayor calibre para luces pequeñas.

Como se ha mencionado anteriormente, al final de esta tesis se pueden encontrar todas las gráficas correspondientes a las familias de perfiles más comerciales, calidades de acero existentes, tipos de vinculación variados, así como a los diferentes límites de deformaciones.

Al igual que se hizo en el capítulo anterior, llegados a este punto, podemos efectuar una operación sencilla que consiste en relacionar la expresión [35] con la [36] y establecer, entonces, la siguiente ecuación:

$$\frac{2 \cdot f_{yd} \cdot K_M}{H} \leq \frac{210.000}{K_{def} \cdot n_{def} \cdot L}$$

[40] Función de intersección entre las expresiones de tensión y de deformación.

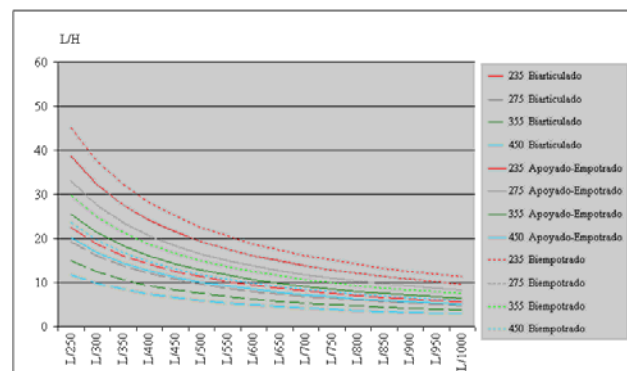
Que también podemos expresar como:

$$\frac{L}{H} \leq \frac{105.000}{K_{def} \cdot K_M \cdot n_{def} \cdot f_{yd}}$$

[41] Límite entre deformación y tensión, en función de la relación entre la luz y el canto de una viga doblemente articulada, sometida a una carga concentrada.

Conviene comentar que las ecuaciones [40] y [41] son iguales a las [31] y [32] del caso de la viga aislada con carga uniformemente distribuida.

Con la ecuación [41] podemos definir la siguiente gráfica {321}:



{321} En el eje de abscisas se introduce el límite de deformación establecido para la viga. En el eje de ordenadas se encuentra la relación L/H según la curva elegida en función de las vinculaciones laterales.

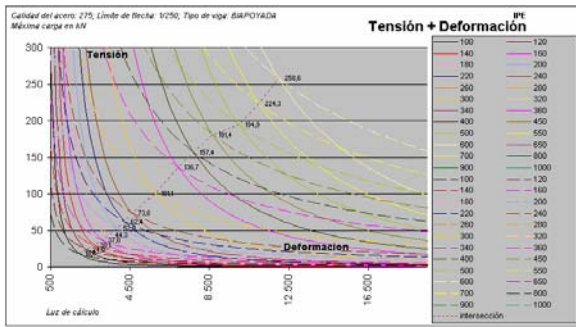
La gráfica anterior {321} establece la relación mínima entre la luz y el canto de una viga, lo que nos indica cuándo será la deformación la que establezca el límite o cuándo lo será la tensión máxima del material, en función de los apoyos laterales.

Tipo de vinculación	Límite de flecha			
	L/250	L/300	L/400	L/500
Biarticulado	22/19/ 14/11	18/16/ 12/9	14/12/ 9/7	11/9/ 7/5
Apoyado-empotrado	38/32/ 25/20	32/27/ 21/16	24/20/ 15/12	19/16/ 12/10
Bimpotrado	45/38/ 29/23	37/32/ 24/19	28/24/ 18/14	22/19/ 14/11

{322} Resumen de los casos más habituales de la gráfica {321}: los cuatro valores de cada celda se corresponden con las calidades 235, 275, 355 y 450. En rojo, la 275.

La tabla {322} es un resumen de la gráfica {321}. Nos servirá, más adelante, para poder establecer cuándo es eficaz el pretensado. Si la relación entre luz y canto es menor que el valor expresado en la tabla en cada caso, será la tensión la que limite el calibre del perfil. Si es mayor, será la deformación.

Volviendo a la gráfica {321}, que tiene su origen en la ecuación [41], podemos entender las curvas como una familia de intersecciones de parejas de ecuaciones, la [35] y la [36].

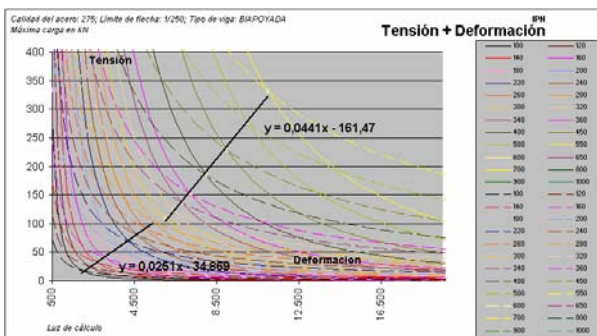


{323} Superposición de las gráficas {319} y {320}. En línea continua, la familia de curvas definidas por la deformación. En línea discontinua, el límite definido por la tensión. La línea de puntos se corresponde con la ecuación de la intersección.

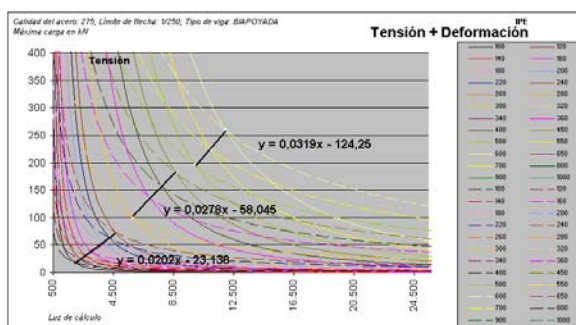
Con esta gráfica {323}, y toda la colección de las que podemos elaborar teniendo esta como base, podemos obtener la ecuación de la intersección.

Las líneas discontinuas corresponden al límite de tensión, mientras que las continuas limitan la deformación. En la zona derecha de la gráfica de los perfiles IPE y en las siguientes, el límite lo constituye la deformación; en la zona izquierda, la tensión.

Para todos los perfiles IPN, podemos establecer una ecuación lineal que presenta un pequeño salto en el calibre 280: el perfil IPN-300 tiene un ala superior de 16 mm de espesor; así, la tensión admisible del material de las alas decae en 10 N/mm^2 .



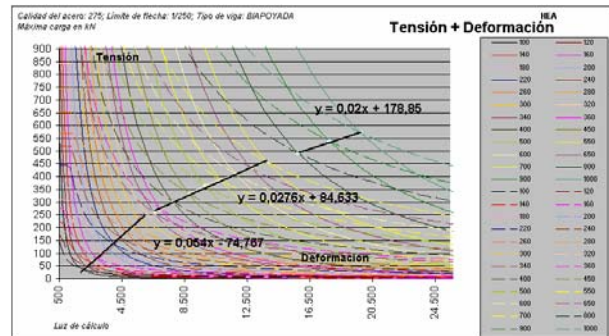
{324} Vigas IPN: intersección entre funciones de deformación y de tensión.



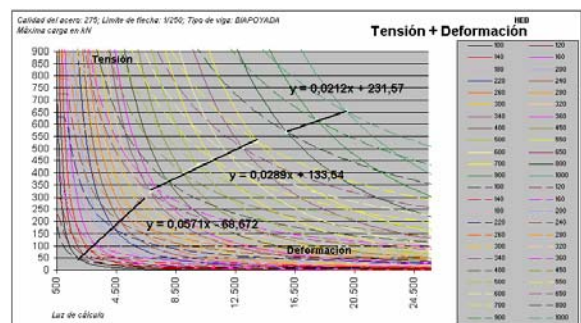
{325} Vigas IPE: intersección entre funciones de deformación y de tensión.

La finalidad de las siguientes gráficas, {324} a {328}, es determinar la ecuación que relaciona la carga con la luz máxima y que define la frontera

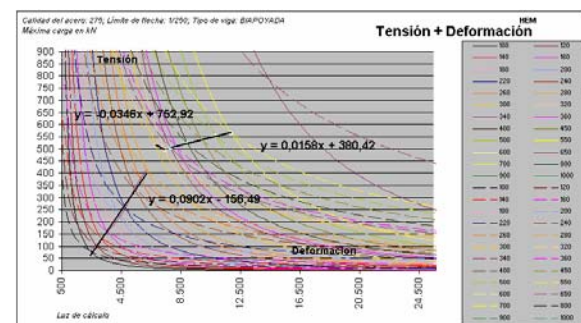
entre el límite de la tensión y el límite de la deformación, de la misma manera que se hizo en el caso de la viga con carga lineal constante.



{326} Vigas HEA: intersección entre funciones de deformación y de tensión.



{327} Vigas HEB: intersección entre funciones de deformación y de tensión.



{328} Vigas HEM: intersección entre funciones de deformación y de tensión.

Para responder a la misma pregunta que en el apartado anterior, acerca de la influencia de la calidad del material y del límite de flecha impuesto, se dispone de las tablas que se incluyen a continuación y que determinan el tanto por ciento perdido con respecto al límite mayor. Cuando el tanto por ciento es negativo, quiere decir que es la tensión la que limita la carga, por lo que no se puede aumentar el perfil. Sin embargo, cuando el porcentaje es positivo, es la deformación la que limita la carga; entonces, es posible recuperar parte de la capacidad del perfil.

En las tablas siguientes se ha limitado también la carga al peso propio del perfil más 5 kN/m. Cuando la carga admisible es menor, no se estudia el caso para evitar caer en situaciones irreales.

	2000 mm	4000 mm	6000 mm	8000 mm	10000 mm	12000 mm	14000 mm	16000 mm	18000 mm	20000 mm	22000 mm	24000 mm	26000 mm	28000 mm	30000 mm	32000 mm	34000 mm	36000 mm	38000 mm	40000 mm	42000 mm
IPN .BIAPOYADA .S-275 .L/250	96%	48%	32%																		
100	-87%	58%	38%	29%	23%																
120	-74%	67%	45%	34%	27%	22%	19%	17%													
140	-65%	77%	51%	38%	31%	26%	22%	19%	17%	15%	14%										
160	-58%	87%	58%	43%	35%	29%	25%	22%	19%	17%	16%	14%	13%	12%	11%						
180	-52%	96%	64%	48%	38%	32%	27%	24%	21%	19%	17%	16%	15%	14%	13%	12%	11%	11%	10%	10%	9%
200	-47%	-94%	71%	53%	42%	35%	30%	26%	24%	21%	19%	18%	16%	15%	14%	13%	12%	11%	10%	10%	
220	-43%	-87%	77%	58%	46%	38%	33%	29%	26%	23%	21%	19%	18%	16%	15%	14%	13%	12%	11%	11%	
240	-40%	-80%	83%	63%	50%	42%	36%	31%	28%	25%	23%	21%	19%	18%	17%	16%	15%	14%	13%	13%	
260	-37%	-74%	90%	67%	54%	45%	38%	34%	30%	27%	24%	22%	21%	19%	18%	17%	16%	15%	14%	13%	
280	-33%	-67%	100%	75%	60%	50%	43%	37%	33%	30%	27%	25%	23%	21%	20%	19%	18%	17%	16%	15%	
300	-31%	-63%	-84%	80%	64%	53%	46%	40%	36%	32%	29%	27%	25%	23%	21%	20%	19%	18%	17%	16%	
320	-29%	-59%	-88%	85%	68%	57%	48%	42%	38%	34%	31%	28%	26%	24%	23%	21%	20%	19%	18%	17%	
340	-28%	-56%	-83%	90%	72%	60%	51%	45%	40%	36%	33%	30%	28%	26%	24%	22%	21%	20%	19%	18%	
360	-25%	-50%	-75%	100%	80%	67%	57%	50%	44%	40%	36%	33%	31%	29%	27%	25%	23%	22%	21%	20%	
400	-22%	-45%	-67%	-89%	90%	75%	64%	56%	50%	45%	41%	37%	35%	32%	30%	28%	26%	25%	24%	22%	
450	-20%	-40%	-60%	-80%	100%	83%	71%	62%	55%	50%	45%	42%	38%	36%	33%	31%	29%	28%	26%	25%	
500	-18%	-36%	-55%	-73%	-91%	92%	78%	69%	61%	55%	50%	46%	42%	39%	37%	34%	32%	31%	29%	27%	
550																					

{329} Perfil IPN sometido a carga concentrada central, tramo biapoyado, acero S-275, límite de flecha L/250.

	2000 mm	4000 mm	6000 mm	8000 mm	10000 mm	12000 mm	14000 mm	16000 mm	18000 mm	20000 mm	22000 mm	24000 mm	26000 mm	28000 mm	30000 mm	32000 mm	34000 mm	36000 mm	38000 mm	40000 mm	42000 mm
IPN .BIAPOYADA .S-275 .L/500	24%	12%	8%																		
100	29%	14%	10%	7%	6%																
120	34%	17%	11%	8%	7%	6%	5%	5%	4%	4%	3%										
140	38%	19%	13%	10%	8%	6%	5%	5%	4%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	3%	3%	3%	3%	3%	
160	43%	22%	14%	11%	9%	7%	6%	5%	5%	4%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	3%	3%	3%	3%	
180	48%	24%	16%	12%	10%	8%	7%	6%	5%	5%	4%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	3%	3%	2%	2%
200	53%	26%	18%	13%	11%	9%	8%	7%	6%	5%	5%	4%	4%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	3%	
220	58%	29%	19%	14%	12%	10%	8%	7%	6%	5%	5%	4%	4%	4%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	
240	63%	31%	21%	16%	13%	10%	9%	8%	7%	6%	6%	5%	5%	4%	4%	4%	4%	3%	3%	3%	
260	67%	34%	22%	17%	13%	11%	10%	8%	7%	7%	6%	6%	5%	5%	4%	4%	4%	4%	3%	3%	
280	75%	37%	25%	19%	15%	12%	11%	9%	8%	7%	7%	6%	6%	5%	5%	4%	4%	4%	4%	4%	
300	80%	40%	27%	20%	16%	13%	11%	10%	9%	8%	7%	7%	6%	6%	5%	5%	4%	4%	4%	4%	
320	85%	42%	28%	21%	17%	14%	12%	11%	9%	8%	8%	7%	7%	6%	6%	5%	5%	4%	4%	4%	
340	90%	45%	30%	22%	18%	15%	13%	11%	10%	9%	8%	7%	7%	6%	6%	5%	5%	4%	4%	4%	
360	100%	50%	33%	25%	20%	17%	14%	12%	11%	10%	9%	8%	8%	7%	6%	6%	5%	5%	4%	4%	
400	-89%	56%	37%	28%	22%	19%	16%	14%	12%	11%	10%	9%	9%	8%	7%	7%	6%	6%	6%	5%	
450	-80%	62%	42%	31%	25%	21%	18%	16%	14%	12%	11%	10%	10%	9%	8%	7%	7%	6%	6%	5%	
500	-73%	69%	46%	34%	27%	23%	20%	17%	15%	14%	12%	11%	11%	10%	9%	8%	7%	7%	6%	5%	
550																					

{330} Perfil IPN sometido a carga concentrada central, tramo biapoyado, acero S-275, límite de flecha L/500.

	2000 mm	4000 mm	6000 mm	8000 mm	10000 mm	12000 mm	14000 mm	16000 mm	18000 mm	20000 mm	22000 mm	24000 mm	26000 mm	28000 mm	30000 mm	32000 mm	34000 mm	36000 mm	38000 mm	40000 mm	42000 mm
IPN .BIAPOYADA .S-450 .L/1000	15%	7%	5%	4%	3%																
100	18%	9%	6%	4%	3%	3%	3%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	
120	21%	10%	7%	5%	4%	3%	3%	3%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	
140	24%	12%	8%	6%	5%	4%	3%	3%	3%	3%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	
160	28%	13%	9%	7%	5%	4%	4%	3%	3%	3%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	
180	29%	15%	10%	7%	6%	5%	4%	4%	3%	3%	3%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	
200	32%	16%	11%	8%	6%	5%	5%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	
220	35%	18%	12%	9%	7%	6%	5%	4%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	
240	38%	19%	13%	10%	8%	6%	5%	4%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	
260	41%	21%	14%	10%	8%	7%	6%	5%	5%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	2%	2%	2%	2%	2%	
280	46%	23%	15%	12%	9%	8%	7%	6%	5%	5%	4%	4%	4%	3%	3%	3%	2%	2%	2%	2%	
300	49%	25%	16%	12%	10%	8%	7%	6%	5%	5%	4%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	2%	2%	2%	
320	52%	26%	17%	13%	10%	9%	7%	6%	5%	5%	4%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	3%	3%	2%	
340	55%	28%	18%	14%	11%	9%	8%	7%	6%	6%	5%	5%	4%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	3%	
360	62%	31%	21%	15%	12%	10%	9%	8%	7%	6%	6%	5%	5%	4%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	
400	69%	35%	23%	17%	14%	12%	10%	9%	8%	7%	6%	6%	5%	5%	4%	4%	4%	4%	3%	3%	
450	77%	38%	26%	19%	15%	13%	11%	10%	9%	8%	7%	6%	6%	5%	5%	4%	4%	4%	4%	3%	
500	85%	42%	28%	21%	17%	14%	12%	11%	9%	8%	8%	7%	7%	6%	6%	5%	5%	4%	4%	4%	
550																					

{331} Perfil IPN sometido a carga concentrada central, tramo biapoyado, acero S-450, límite de flecha L/1000.

	2000 mm	4000 mm	6000 mm	8000 mm	10000 mm	12000 mm	14000 mm	16000 mm	18000 mm	20000 mm	22000 mm	24000 mm	26000 mm	28000 mm	30000 mm	32000 mm	34000 mm	36000 mm	38000 mm	40000 mm	42000 mm
HEM .BIAPOYADA .S-275 .L/250	-83%	60%	40%	30%	24%	20%	17%	15%	13%	12%	11%	10%	9%	8%	7%	7%	7%	7%	7%	7%	7%
100	-72%	70%	47%	35%	28%	23%	20%	17%	16%	14%	13%	12%	11%	10%	9%	8%	8%	7%	7%	7%	7%
120	-63%	80%	53%	40%	32%	27%	23%	20%	18%	16%	15%	13%	12%	11%	10%	9%	9%	8%	8%	8%	8%
140	-56%	90%	60%	45%	36%	30%	26%	22%	20%	18%	16%	15%	14%	13%	12%	11%	10%	9%	9%	9%	9%
160	-50%	100%	67%	50%	40%	33%	29%	25%	22%	20%	18%	17%	15%	14%	13%	12%	11%	10%	10%	10%	10%
180	-46%	-91%	73%	55%	44%	37%	31%	27%	24%	22%	20%	18%	17%	16%	15%	14%	13%	12%	12%	11%	11%
200	-42%	-83%	80%	60%	48%	40%	34%	30%	27%	24%	22%	20%	18%	17%	16%	15%	14%	13%	13%	12%	11%
220	-37%	-74%	90%	67%	54%	45%	39%	34%	30%	27%	25%	22%	21%	19%	18%	17%	16%	15%	14%	13%	13%
240	-35%	-69%	97%	72%	58%	48%	41%	36%	32%	29%	26%	24%	22%	21%	19%	18%	17%	16%	15%	14%	14%
260	-32%	-65%	-97%	77%	62%	52%	44%	39%	34%	31%	28%	26%	24%	22%	21%	19%	18%	17%	16%	15%	15%
280	-29%	-59%	-88%	85%	68%	57%	48%	42%	38%	34%	31%	28%	26%	24%	23%	21%	20%	19%	18%	17%	16%
300	-27%	-54%	-81%	93%	75%	62%	53%	47%	41%	37%	34%	31%	29%	27%	25%	23%	22%	21%	20%	19%	18%
320	-26%	-51%	-77%	98%	78%	65%	56%	49%	43%	39%	36%	33%	30%	28%	26%	24%	23%	22%	21%	20%	19%
340	-24%	-49%	-73%	-98%	82%	68%	59%	51%	46%	41%	37%	34%	32%	29%	27%	26%	24%	23%	22%	20%	20%
360	-22%	-45%	-67%	-89%	90%	75%	64%	56%	50%	45%	41%	37%	34%	32%	30%	28%	26%	25%	24%	22%	21%
400	-20%	-40%	-60%	-81%	93%	83%	71%	62%	55%	50%	45%	41%	38%	35%	33%	31%	29%	28%	26%	25%	24%
450	-18%	-37%	-55%	-74%	-92%	91%	78%	68%	60%	54%	49%	45%	42%	39%	36%	34%	32%	30%	29%	27%	26%
500	-17%	-34%	-51%	-67%	-84%	99%	85%	74%	66%	59%	54%	49%	46%	42%	40%	37%	35%	33%	31%	30%	28%
550	-14%	-28%	-42%	-55%	-69%	-83%	-97%	90%	80%	72%	66%	60%	56%	52%	48%	45%	42%	40%	38%	36%	34%

	2000 mm	4000 mm	6000 mm	8000 mm	10000 mm	12000 mm	14000 mm	16000 mm	18000 mm	20000 mm	22000 mm	24000 mm	26000 mm	28000 mm	30000 mm	32000 mm	34000 mm	36000 mm	38000 mm	40000 mm	42000 mm
HEM-BIAPOYADA S-275 L500																					
100	30%	15%	10%	7%	5%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%
120	35%	17%	12%	9%	7%	6%	5%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%
140	40%	20%	13%	10%	8%	7%	6%	5%	4%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	2%	2%	2%	2%	2%	2%
160	45%	22%	15%	11%	9%	7%	6%	5%	4%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	3%	3%	2%	2%	2%	2%
180	50%	25%	17%	12%	10%	8%	7%	6%	5%	5%	5%	4%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	3%	2%	2%
200	55%	27%	18%	14%	11%	9%	8%	7%	6%	5%	5%	5%	4%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	3%	3%
220	60%	30%	20%	15%	12%	10%	9%	7%	7%	6%	5%	5%	5%	4%	4%	4%	4%	3%	3%	3%	3%
240	67%	34%	22%	17%	13%	11%	10%	8%	7%	6%	6%	5%	5%	5%	4%	4%	4%	4%	4%	3%	3%
260	72%	36%	24%	18%	14%	12%	10%	9%	8%	7%	7%	6%	6%	5%	5%	5%	4%	4%	4%	4%	3%
280	77%	39%	26%	19%	15%	13%	11%	10%	9%	8%	7%	6%	6%	5%	5%	5%	5%	4%	4%	4%	4%
300	85%	42%	28%	21%	17%	14%	12%	11%	9%	8%	8%	7%	7%	6%	6%	5%	5%	5%	4%	4%	4%
320	93%	47%	31%	23%	19%	16%	13%	12%	10%	9%	8%	8%	7%	7%	6%	6%	5%	5%	5%	5%	4%
340	98%	49%	33%	24%	20%	16%	14%	12%	11%	10%	9%	8%	8%	7%	7%	6%	6%	5%	5%	5%	5%
360	-98%	51%	34%	26%	20%	17%	15%	13%	11%	10%	9%	8%	8%	7%	7%	6%	6%	5%	5%	5%	5%
400	-89%	56%	37%	28%	22%	19%	16%	14%	12%	11%	10%	9%	8%	8%	7%	7%	6%	6%	5%	5%	5%
450	-81%	62%	41%	31%	25%	21%	18%	15%	14%	12%	11%	10%	9%	8%	8%	7%	7%	6%	6%	5%	5%
500	-74%	68%	45%	34%	27%	23%	19%	17%	15%	14%	12%	11%	10%	9%	8%	8%	7%	7%	6%	6%	5%
550	-67%	74%	49%	37%	30%	25%	21%	19%	16%	15%	13%	12%	11%	10%	9%	8%	8%	7%	7%	6%	5%
650	-55%	90%	60%	45%	36%	30%	26%	23%	20%	18%	16%	15%	14%	13%	12%	11%	10%	10%	9%	9%	9%

{333} Perfil HEM sometido a carga concentrada central, tramo biapoyado, acero S-275, límite de flecha L/500.

	2000 mm	4000 mm	6000 mm	8000 mm	10000 mm	12000 mm	14000 mm	16000 mm	18000 mm	20000 mm	22000 mm	24000 mm	26000 mm	28000 mm	30000 mm	32000 mm	34000 mm	36000 mm	38000 mm	40000 mm	42000 mm
HEM-BIAPOYADA S-450 L1000																					
100	18%	9%	6%	5%	4%	3%	3%	2%	2%	2%	2%	2%	1%	1%	1%	1%	1%	1%	1%	1%	1%
120	22%	11%	7%	5%	4%	4%	3%	3%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	1%	1%	1%	1%	1%	1%	1%
140	25%	12%	8%	6%	5%	4%	4%	3%	3%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	1%	1%	1%	1%	1%	1%
160	28%	14%	9%	7%	6%	5%	4%	3%	3%	3%	3%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	1%	1%	1%	1%
180	31%	15%	10%	8%	6%	5%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	1%
200	34%	17%	11%	8%	7%	6%	5%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%
220	37%	18%	12%	9%	7%	6%	5%	5%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	2%	2%	2%	2%	2%	2%	2%
240	42%	21%	14%	10%	8%	7%	6%	5%	5%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	3%	2%	2%	2%	2%	2%
260	45%	22%	15%	11%	9%	7%	6%	5%	5%	4%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	3%	2%	2%	2%	2%
280	48%	24%	16%	12%	10%	8%	7%	6%	5%	5%	4%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	3%	2%	2%	2%
300	52%	26%	17%	13%	10%	9%	7%	7%	6%	5%	5%	4%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	3%	2%	2%
320	58%	29%	19%	14%	12%	10%	8%	7%	6%	6%	5%	5%	4%	4%	4%	4%	3%	3%	3%	3%	3%
340	61%	30%	20%	15%	12%	10%	9%	8%	7%	6%	6%	5%	5%	4%	4%	4%	4%	3%	3%	3%	3%
360	64%	32%	21%	16%	13%	11%	9%	8%	7%	6%	6%	5%	5%	4%	4%	4%	4%	3%	3%	3%	3%
400	70%	35%	23%	17%	14%	12%	10%	9%	8%	7%	6%	6%	5%	5%	4%	4%	4%	4%	3%	3%	3%
450	77%	39%	26%	19%	15%	13%	11%	10%	9%	8%	7%	6%	6%	5%	5%	5%	4%	4%	4%	4%	4%
500	85%	42%	28%	21%	17%	14%	12%	11%	9%	8%	8%	7%	7%	6%	6%	5%	5%	5%	4%	4%	4%
550	92%	46%	31%	23%	18%	15%	13%	12%	10%	9%	8%	8%	7%	7%	6%	6%	5%	5%	5%	5%	4%
650	-89%	56%	37%	28%	22%	19%	16%	14%	12%	11%	10%	9%	9%	8%	7%	7%	6%	6%	5%	5%	5%

{334} Perfil HEM sometido a carga concentrada central, tramo biapoyado, acero S-450, límite de flecha L/1000.

Las tablas anteriores constituyen dos grupos de tres tablas cada uno. Las tres primeras, {329}{330}{331}, corresponden a perfiles IPN; mientras que las tres segundas, {332}{333}{334}, se refieren a perfiles HEM. El criterio es el mismo que en el caso de carga lineal.

CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO

En este capítulo se ha determinado, para vigas simples sometidas a cargas lineales y a cargas concentradas, cuándo es la deformación la que limita el calibre de los perfiles y, por tanto, cuándo tiene sentido realizar un pretensado. Las conclusiones son las siguientes:

- En soluciones isostáticas, es más probable llegar a aplicar un pretensado que en un problema hiperestático.

- Con límites de deformación mayores, es más probable llegar a aplicar un pretensado que en los casos de menor límite. Por ejemplo, tiene sentido aplicarlo en el caso de apea una pared de carga de varios pisos.

- Con aceros de mayor calidad, el material resiste mayores cargas, por lo que es posible que sea la limitación de deformación la que condicione al elemento. Cuando se usen aceros de altas resistencias, como puede ser en el caso de un rascacielos, el pretensado es posible.

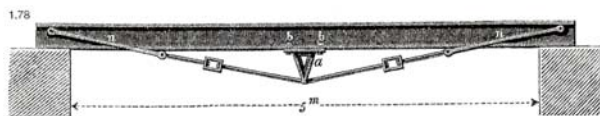
- Las relaciones límite de luz a canto entre tensión y deformación son las siguientes:

	Límite de flecha			
Tipo de vinculación	L/250	L/300	L/400	L/500
Biarticulado lineal	18/15/11/9	15/12/9/7	11/9/7/5	9/7/5/4
Biarticulado específico	22/19/14/11	18/16/12/9	14/12/9/7	11/9/7/5
Apoyado-empotrado lineal	43/37/28/22	36/30/23/18	27/23/17/14	21/18/14/11
Apoyado-empotrado específico	38/32/25/20	32/27/21/16	24/20/15/12	19/16/12/10
Biempotrado específico	60/51/39/31	50/42/33/26	37/32/24/19	30/25/19/15
Biempotrado lineal	45/38/29/23	37/32/24/19	28/24/18/14	22/19/14/11

Cálculo manual de vigas Fink

INTRODUCCIÓN

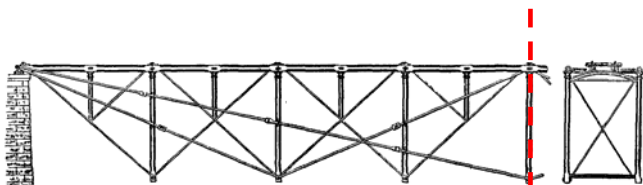
Entendemos por viga Fink simple aquella que está formada por cuatro elementos: el primero es un cordón superior, generalmente continuo y horizontal; en su punto medio, arranca un montante vertical que descuelga hacia abajo y que es de menor dimensión que el primero (ambas componentes suelen estar diseñadas con cierto canto, para poder trabajar a compresión o a flexión); completan el sistema dos diagonales que unen el extremo inferior del montante con cada uno de los extremos del cordón superior (estas diagonales son barras macizas de débil espesor o cordones que se diseñan para trabajar únicamente a tracción). La figura final queda definida por dos triángulos simétricos, que comparten un cateto común: el vertical.



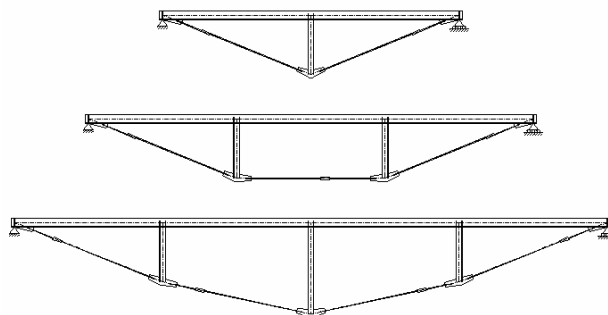
{335} Viga Fink simple. HERBERT WYMAN, G. Bradbury Building (atrium with glass roof), Los Ángeles, 1893 (GOTTGETREU. Manual de construcción, 1885).

Aunque la descripción anterior es precisa; sin embargo, resulta demasiado extensa para describir un elemento tan sencillo como es la viga Fink. Otra forma de definirla, desde un punto resistente, menos inteligible, pero más técnica, es la siguiente: se trata de una viga, que es mucho más rígida para cargas gravitatorias que para cargas inversas a las gravitatorias. Seguramente, no constituye la descripción más acertada para alguien que se encuentra por primera vez con una viga Fink; en cambio, resulta útil para entender por qué es un elemento que se puede pretensar.

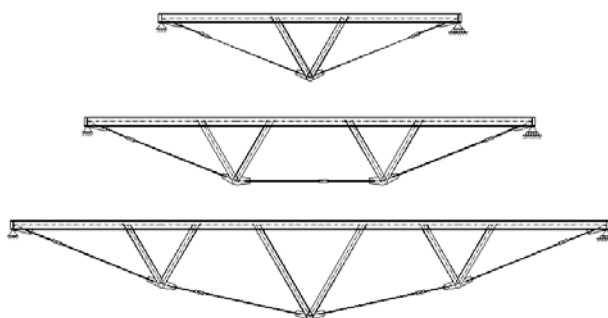
En realidad, la denominación de viga Fink se refiere a una sucesión de vigas Fink {336} de diferentes cantos, tal como recoge la Enciclopedia Británica.



{336} Media viga Fink según la Enciclopedia Británica, vol. 4, apdo. 3.



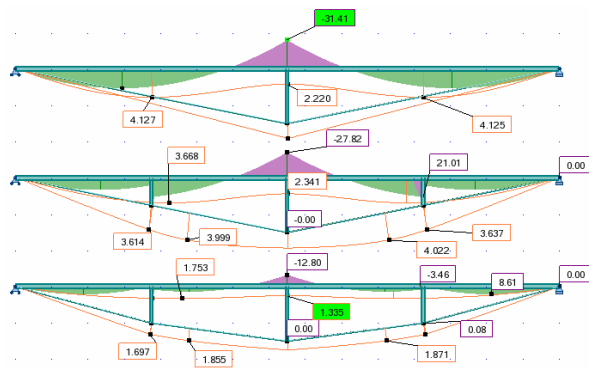
{337} Algunos ejemplos de vigas Fink con montantes simples. La primera se conoce como viga King invertida; la segunda, como viga Queen invertida. (imagen del autor).



{338} Los mismos ejemplos anteriores de vigas Fink con montantes dobles. Estas geometrías permiten más correas que el caso {337}, puesto que estas se deben situar preferentemente en los nudos (imagen del autor).

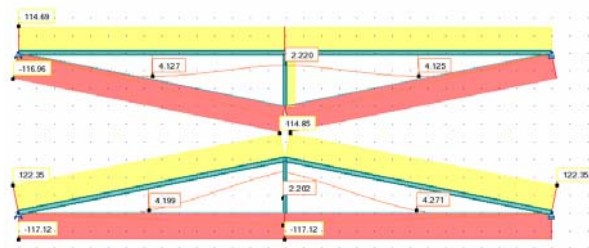
En el último caso de las imágenes {337} y {338}, se puede apreciar que el cordón inferior traccionado tiene tres cambios de dirección. Un error frecuente que se produce en este tipo de vigas triples es efectuar un único cambio de dirección en el punto medio, siguiendo la geometría del caso primero de cada imagen. Nunca se debe diseñar una viga de este modo, porque el comportamiento será igual que el de una viga Fink simple, tal como se puede observar en la imagen {339}.

El momento negativo del cordón superior descende ligeramente, de 31,41 kNm a 27,82 kNm, ya que el primer y el tercer montante descansan encima de una barra recta inclinada, sobre la que no se pueden apoyar convenientemente. En el caso inferior, se puede apreciar que, corrigiendo ligeramente la geometría, se consigue reducir el momento negativo a menos de la mitad (de 31,41 a 12,80 kN·m).



{339} Comparación de una viga Fink simple (arriba), con una triple mal diseñada (en medio) y, finalmente, con una viga triple con un diseño más ajustado (inferior) (imagen del autor).

Otro caso que conviene comentar es el que se representa en la imagen {340}. Una viga que hace dos aguas, manteniendo el cordón inferior recto, no es una viga Fink (técnicamente, es una viga King). En realidad, se comporta como la conjunción de dos vigas tornapuntas que se acodalan entre sí y cuyos apoyos no se desplazan gracias a la existencia del cordón inferior. Por eso, el montante intermedio, en el caso de la segunda imagen {340}, solamente sirve para conseguir que el cordón inferior no se combe en exceso.



{340} Viga Fink (o King invertida) y Viga King (imagen del autor).

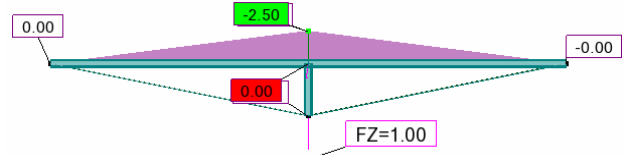
COMPORTAMIENTO TENSIONAL DE LA VIGA FINK SIMPLE

Para que la viga Fink simple funcione autoestabilizándose es necesario que uno de los apoyos sea un patín, mientras que el otro habitualmente es una articulación. Si ambos extremos son articulaciones sin capacidad de movimiento horizontal, sucederá que los apoyos resultan más rígidos que el cordón, que no se traccionará, y en cada apoyo se producirá una reacción horizontal de signo opuesto de difícil contención.

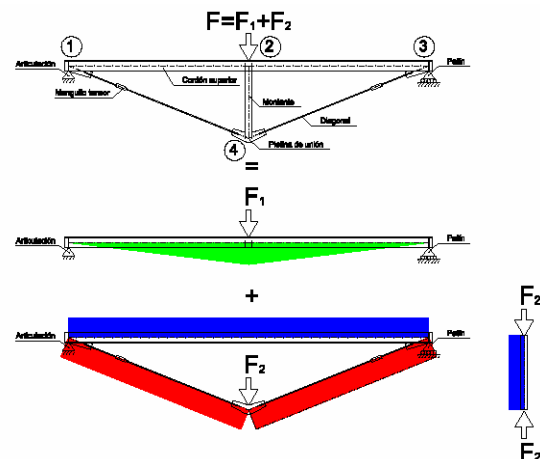
El comportamiento que tiene una viga Fink simple bajo cargas predominantemente verticales gravitatorias es de autoequilibrio. Si la carga es ascendente; por ejemplo, en el caso de la acción de succión del viento, dicho comportamiento es, en una primera fase, de vuelta al estado inicial. Después, en cambio, empieza a trabajar como una

viga simple con el ala inferior comprimida, que, generalmente, puede pandear lateralmente, a no ser que las correas se sitúen en el mismo plano que el del cordón superior de la viga Fink.

En general, y sobre todo por dos motivos, el cordón superior suele estar formado por un solo perfil pasante que va de apoyo a apoyo. El primero de dichos motivos viene determinado por el montaje: fijar el montante central sobre la cara inferior del cordón superior tiene ventajas notables, como reducir mermas, evitar sistemas secundarios de transición o hacer que la pieza sea más difícil de colocar en obra en su posición final. El segundo, que es más importante, viene dado por la posibilidad de que el cordón superior haga la viga inestable si consideramos que las diagonales son elementos diseñados únicamente para resolver esfuerzos de tracción. Si la acción vertical es ascendente y de valor superior al efecto de las concargas, la viga necesita transformarse en una viga simple, pero la articulación central lo impide {341}. Este efecto ya se explicó en el capítulo “Formas de pretensar elementos metálicas”.



{341} Diagrama de momentos de una viga Fink trabajando a succión. La carga central tiene sentido ascendente. El valor del momento es el isostático; es decir, $q \cdot L/4$ (viga de 10 m). Esto nos indica que no hay diagrama de axiles. El cálculo se ha realizado con un programa que permite el análisis no lineal (imagen del autor).

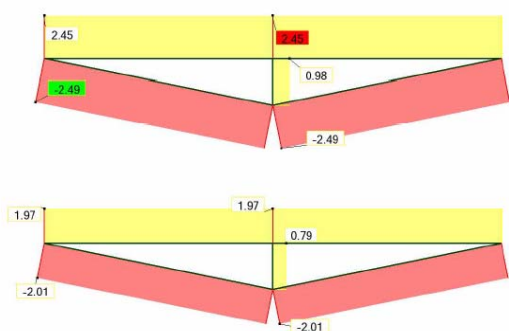


{342} Distribución de esfuerzos en la viga Fink en función de la rigidez de los dos sistemas que se generan. El primero, a modo de viga simple; el segundo, formado por un funicular simétrico estabilizado por un puntal horizontal (imagen del autor).

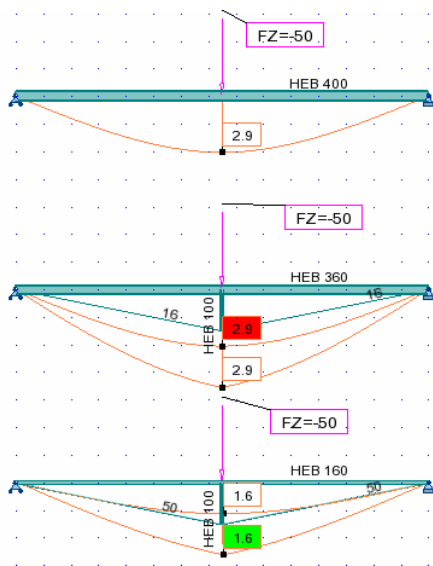
Si aplicamos una carga concentrada gravitatoria en el centro del cordón superior, coincidiendo con la cabeza del montante, se forman dos mecanismos diferentes para mantener la viga en equilibrio: el primero es debido a la rigidez que ofrece el propio cordón superior a modo de viga simple, que suele ser menor que la del segundo mecanismo; este otro

es el formado por las dos diagonales que se autoestabilizan haciendo trabajar el cordón superior a compresión, además de la flexión que le genera el primer mecanismo {342}. En este supuesto se ha obviado el momento que produce el peso propio de la viga, para facilitar la compresión del caso.

Así, en función de la rigidez que le demos al cordón superior y a las diagonales, obtendremos diferentes diagramas de esfuerzos, una vez resuelta la matriz de la estructura. Si suponemos una viga excesivamente rígida, el trabajo del funicular inferior será prácticamente nulo ante la acción de una carga. Si suponemos ahora un cordón radicalmente débil, eliminaremos casi por completo el trabajo a flexión del propio cordón {343} y {344}.



{343} Dos diagramas de esfuerzos para una misma carga: en el caso superior, el cordón horizontal y el montante están formados por una IPE-100; mientras que, en el segundo, se dispone una HEB-160 (en ambos alzados estaríamos viendo el alma en verdadera magnitud, y las alas de canto). En los dos casos, las diagonales son iguales y del mismo material que cordón y montante (imagen del autor).



{344} Tres soluciones iguales para un mismo problema (imagen del autor).

En la imagen {344} se puede observar, en el primer caso, una viga simple dimensionada por deformación ($L/500$): el peso total de la viga es de 2.325 kg. El segundo también está dimensionado

por el mismo límite de deformación: el peso en esta ocasión es de 2.184 kg. El tercer caso está dimensionado por tensión, además de cumplir el mismo límite de deformación: se ha colocado más área en el cordón inferior ($2 \times \phi 16$ mm del caso 2, frente a $2 \times \phi 50$ mm del caso 3) y el peso es de 905,0 kg. El ahorro que obtenemos, si comparamos el caso uno con el tres, es de algo más de un 61%. Si ahora comparamos el caso dos con el uno, tan solo se ahorra un 6%. Podemos decir que el segundo caso es una solución adecuada, pero no óptima.

Predimensionar una viga Fink no es fácil; no se dispone de una abundante bibliografía de referencia. En el apartado de cálculo de vigas subtensas del catálogo (opúsculo) de la empresa desaparecida de madera Weisrock, expone una serie de fórmulas que se pueden aplicar con relativo acierto para el caso de las vigas simples. El apartado se titula literalmente “Fórmulas aproximadas para vigas subtendidas sometidas a cargas uniformes repartidas”¹. Los esfuerzos axiales así como los momentos flectores son:

Momentos de flexión en el cordón superior:

$$[42] \quad \max M_{\text{viga}} = + \frac{9}{512} \cdot q \cdot l^2$$

$$[43] \quad \min M_{\text{apoyo}} = - \frac{1}{32} \cdot q \cdot l^2$$

Esfuerzos axiales normales:

$$[44] \quad Z = + \frac{5}{16} \cdot \frac{q \cdot l}{\sin \alpha}$$

$$[45] \quad D = - \frac{5}{16} \cdot \frac{q \cdot l}{\tan \alpha}$$

$$[46] \quad P = - \frac{5}{8} \cdot q \cdot l$$

Siendo:

Z Esfuerzo normal de la diagonal.

D Esfuerzo normal del cordón superior.

P Esfuerzo del montante central vertical.

α Ángulo entre el cordón superior y uno diagonal.

l Distancia entre apoyos.

También se manifiesta que una viga subtensa puede funcionar entre 6 y 60 m, siendo las relaciones adecuadas entre canto y luz las siguientes:

$$[47] \quad 35 < l/h < 50$$

$$[48] \quad 10 < l/H < 15$$

¹ Fuente: Joan Ramón Blasco, profesor titular de estructuras de la ETSAV.

Siendo:

h el canto del cordón superior comprimido.

H el canto máximo de la viga Fink.

Si la viga Fink tiene tres tramos, las fórmulas anteriores no serán válidas, pero se pueden utilizar las siguientes:

Momentos de flexión en el cordón superior:

$$[49] \quad \max \quad M_{viga} = + \frac{1}{112,5} \cdot q \cdot l^2$$

$$[50] \quad \min \quad M_{apoyo} = - \frac{1}{90} \cdot q \cdot l^2$$

Esfuerzos axiles normales:

$$[51] \quad Z_m = + \frac{11}{30} \cdot \frac{q \cdot l}{\tan \alpha}$$

$$[52] \quad Z_a = + \frac{11}{30} \cdot \frac{q \cdot l}{\sin \alpha}$$

$$[53] \quad D = - \frac{11}{30} \cdot \frac{q \cdot l}{\tan \alpha}$$

$$[54] \quad P = - \frac{11}{30} \cdot q \cdot l$$

Siendo:

Z_m el axil del cordón inferior, tramo central.

Z_a el axil del cordón inferior, tramos 1.º y 3.º.

Finalmente, si la viga Fink tiene seis tramos, las fórmulas correspondientes para este nuevo caso serán las siguientes:

Momentos de flexión en el cordón superior:

$$[55] \quad \max \quad M_{viga} = + \frac{q \cdot l^2}{12 \cdot n^2}$$

$$[56] \quad \min \quad M_{apoyo} = - \frac{q \cdot l^2}{9 \cdot n^2}$$

Esfuerzos axiles normales:

$$[57] \quad Z_m = + \frac{q \cdot l \cdot (n-1)}{2 \cdot n \cdot \tan \alpha}$$

$$[58] \quad Z_a = + \frac{q \cdot l \cdot (n-1)}{2 \cdot n \cdot \sin \alpha}$$

$$[59] \quad D = - \frac{q \cdot l \cdot (n-1)}{2 \cdot n \cdot \tan \alpha}$$

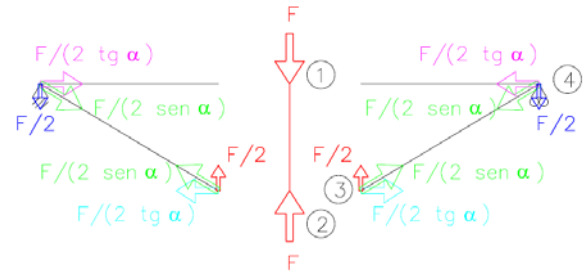
$$[60] \quad P = - \frac{q \cdot l}{n}$$

VIGAS FINK RESUELTAS CON ELEMENTOS DE DÉBIL RIGIDEZ

Un ejercicio que se puede proponer con las vigas Fink, si es que se supone que los elementos que la integran son poco rígidos frente a momentos

(montantes, diagonales y cordones), sirve para explicar cómo funciona una viga Pratt o Howe bajo acciones concentradas sobre los nudos. El desarrollo de la explicación es como se indica en adelante.

Una viga Fink simple, con baja rigidez a flexión de sus componentes, sometida a una fuerza en su punto central, trabaja únicamente a esfuerzo axil. La carga debe recorrer el sistema, hasta transmitir sobre los apoyos una reacción igual a la mitad de la fuerza; así:



{345} Recorrido ideal de una fuerza por una viga Fink simple (imagen del autor).

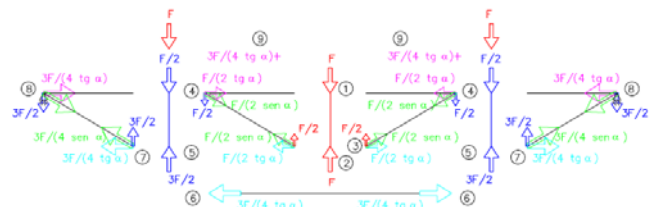
En la imagen {345} se puede ver, paso a paso, lo que hace una carga F cuando se aplica en el sistema y queda en equilibrio (ver numeración). Todas las fuerzas quedan compensadas, incluso las de color azul claro que traccionarán la chapa.

Si nos referimos a una viga Fink doble, el resultado del ejercicio es el mismo; lo que ocurre es que, en este caso, la tracción de la chapa se extiende al tirante horizontal inferior, tal como se muestra en la imagen {346}:



{346} Recorrido ideal de una fuerza por una viga Fink doble (imagen del autor).

Si ahora entendemos que una viga Pratt de cuatro tramos es la suma de una viga Fink simple y una doble, tenemos la solución de los axiles de la viga en celosía:



{347} Recorrido ideal de una fuerza por una viga Pratt de cuatro tramos (imagen del autor).

En este último caso es necesario ir teniendo en cuenta que los axiles se van sumando. Por ejemplo, en el caso del cordón superior, en el paso 4 la compresión vale $F/2 \cdot \tan \alpha$; sin embargo, cuando se

llega al paso 8, todo este cordón se sobrecomprime con una fuerza axial de $3 \cdot F / 4 \cdot \operatorname{tg} \alpha$, que será el axil final del primer y del último tramo, mientras que el del segundo y del tercero será $F / 2 \cdot \operatorname{tg} \alpha + 3 \cdot F / 4 \cdot \operatorname{tg} \alpha$. Cabe destacar que, al igual que en la figura {345}, en el vértice central inferior la chapa se traccionaba con los axiles de color azul claro, en el caso de la imagen {347} también habrá tracción, pero el axil de las chapas será ahora $F / 2 \cdot \operatorname{tg} \alpha + 3 F / 4 \cdot \operatorname{tg} \alpha$.

En el siguiente apartado, se desarrolla un estudio exhaustivo del comportamiento de las vigas tensadas.

OBTENCIÓN DE LOS ESFUERZOS EN FUNCIÓN DE LA RIGIDEZ. VIGA SIMPLE CON CARGA CONCENTRADA CENTRAL SIN PRETENSAR

Si hacemos caso a lo expuesto hasta ahora, podemos analizar con precisión los dos comportamientos: el de la viga y el del funicular.

El primero es muy sencillo y se formula como sigue:

$$\delta_{vV} = F_v \cdot \frac{B^3}{48 \cdot E \cdot I_v}$$

[61] Fórmula de la deformación máxima de una viga sometida a una carga central concentrada.

Donde:

δ_{vV} es la deformación vertical de la viga (cordón superior).

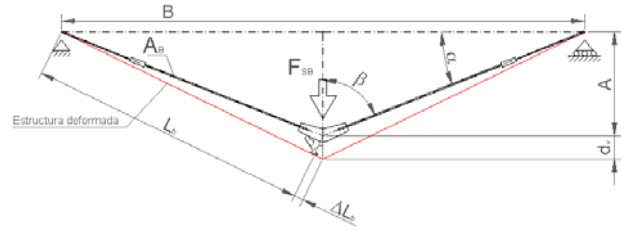
F_v es la parte de la carga que le corresponde a la viga (cordón superior) por rigidez.

B es la longitud de la viga Fink (ver {348}).

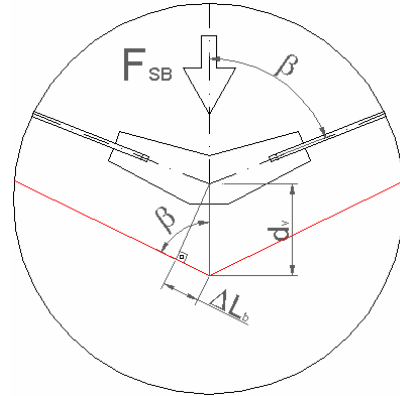
I_v es la inercia de la viga (cordón superior).

El segundo caso, el del sistema del funicular, depende de tres términos, todos ellos derivados de la aplicación de la ley de Hooke: el acortamiento del montante central, el descenso del vértice del funicular por el alargamiento de las diagonales y el acortamiento del cordón por compresión. Los acortamientos del montante y de la viga se pueden despreciar, pues son elementos comprimidos dimensionados a pandeo, por lo que sus valores deben ser muy pequeños.

Desarrollamos únicamente el correspondiente al descenso del funicular. Para ello, establecemos los siguientes términos:



{348} Descripción de términos empleados en la formulación (imagen del autor).



{349} Detalle del vértice inferior (imagen del autor).

- Primera ecuación: relación de la deformación del cordón con el descenso del punto central de la viga Fink:

$$[62] \quad \cos \beta = \frac{\Delta L_B}{\delta_{vSB}}$$

Donde:

ΔL_B es el alargamiento del cordón.

β es el ángulo que forma el cordón con el montante central de la viga Fink; por ser la deformación muy pequeña, se considera que es el mismo antes y después de ser cargada la estructura.

δ_{vSB} es el descenso del vértice central de la viga Fink, debido a la fuerza que le corresponde al sistema de barras F_{SB} .

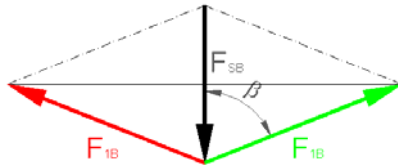
- Segunda ecuación: Relación entre la fuerza total del sistema de barras con respecto a la que se transmite por cada uno de los dos cordones, según la figura {350}.

$$[63] \quad \cos \beta = \frac{F_{SB}/2}{F_{1B}}$$

Donde los nuevos términos se definen como:

F_{SB} es la parte que, por rigidez, le corresponde al sistema de barras.

F_{1B} es el axil de un cordón.



{350} Descomposición de las fuerzas en el vértice inferior (imagen del autor).

- Tercera ecuación:

Ley de Hooke. Incremento de longitud de la barra por el esfuerzo axil:

$$[64] \quad \Delta L_B = \frac{F_{1B} \cdot L_B}{E \cdot A_B}$$

Donde los nuevos términos se definen como:

L_B es la longitud de una de las diagonales.

A_B es el área de un cordón.

Resolviendo la expresión [63] en la [64], tenemos:

$$[65] \quad \Delta L_{SB} = \frac{F_{SB} \cdot L_B}{2 \cdot \cos^2 \beta \cdot E \cdot A_B}$$

Resolviendo la expresión [62] en la [65], tenemos:

$$[66] \quad \delta_{vSB} = \frac{F_{SB} \cdot L_B}{2 \cdot \cos^2 \beta \cdot E \cdot A_B}$$

Como las dos estructuras están unidas, la deformación vertical del sistema de barras (δ_{vSB}) y la de la viga (δ_{vV}) han de ser iguales. Entonces, podemos igualar las ecuaciones [61] y [66], obteniendo la siguiente ecuación:

$$[67] \quad \frac{F_{SB} \cdot L_B}{2 \cdot \cos^2 \beta \cdot A_B} = \frac{F_v \cdot B^3}{48 \cdot I_v}$$

Además, sabemos que la suma de las cargas de los dos sistemas es igual a la fuerza total ejercida:

$$[68] \quad F_T = F_v + F_{SB}$$

Despejando [67] y sustituyéndolo en [68], tenemos las expresiones:

$$[69] \quad F_v = \frac{F_T \cdot L_B}{\frac{L_v^3 \cdot \cos^2 \beta \cdot A_B}{24 \cdot I_v} + L_B}$$

$$[70] \quad F_{SB} = F_T - \frac{F_T \cdot L_B}{\frac{L_v^3 \cdot \cos^2 \beta \cdot A_B}{24 \cdot I_v} + L_B}$$

Donde $L_v = B$; de una manera homóloga a [69], podemos obtener:

$$[71] \quad F_{SB} = \frac{F_T \cdot B^3}{\frac{24 \cdot I_v \cdot L_B}{\cos^2 \beta \cdot A_B} + B^3}$$

Estas dos expresiones nos resultarán muy útiles para desarrollar un estudio de las vigas Fink simples con una carga central concentrada.

Es importante tener presente que no se ha considerado el peso propio. Esto es así por dos motivos: para no desvirtuar los resultados y porque, en los casos en los que la viga funciona como Fink, esta carga afecta poco.

Para calcular el montante central bastará con analizar una barra comprimida, con longitud de pandeo igual a la distancia entre los nudos, en cada dirección de la barra.

Por último, nos preguntamos sobre cuál es la inercia que tiene esta viga. Una primera aproximación al problema que podemos efectuar consiste en aplicar directamente el teorema de Steiner, tomando el cordón superior con su área y su inercia por un lado y, por otro, el cordón inferior, con su área. Si procedemos así, tendremos las siguientes expresiones:

$$[72] \quad y_{cdg} = \frac{A_v \cdot A}{A_v + A_B}$$

Que es la expresión para calcular la profundidad de la línea neutra.

$$[73] \quad I = I_v + A_B \cdot \left(\frac{A_v \cdot A}{A_v + A_B} \right)^2 + A_v \cdot \left(A - \frac{A_v \cdot A}{A_v + A_B} \right)^2$$

Que es la expresión de la inercia del sistema.

Si tenemos en cuenta que la viga no tiene un canto constante, sino una geometría triangular, dudaremos de este método. Entonces, podemos combinar las expresiones anteriores, [66] y [71]. Sustituyendo F_{SB} en la expresión de la deformación, obtendremos la siguiente si la igualamos a la expresión general de la deformación [61]:

$$[74] \quad \frac{\left(\frac{F_T \cdot B^3}{\frac{24 \cdot I_v \cdot L_B}{\cos^2 \beta \cdot A_B} + B^3} \right) \cdot L_B}{2 \cdot \cos^2 \beta \cdot E \cdot A_B} = \frac{B^3 \cdot F_{Total}}{24 \cdot E \cdot I_{Total}}$$

$$[75] \quad I_{Total} = I_v + \frac{B^3 \cdot \cos^2 \beta \cdot A_B}{24 \cdot L_B}$$

Esta expresión [75] es sencilla de aplicar y nos aporta una información valiosa y precisa sobre la rigidez del sistema.

Ejercicio de ejemplo:

Calcular la parte de carga que se transmite por la viga y la que se resuelve por el sistema de barras inferior para una viga Fink de 15.000 mm de luz y con un montante central de 1.500 mm de canto. El cordón superior es un HEB-340, el montante central es un HEB-100, las diagonales son $\phi 40$ mm, todos ellos de acero calidad S-275. La carga es de 50 kN. Calcular también la deformación.

Aplicando la expresión [69]:

$$F_v = \frac{50 \text{ kN} \cdot 7.648,5 \text{ mm}}{\frac{15.000^3 \cdot 2 \cdot \cos^2 78,69 \cdot 1.257 \text{ mm}^2}{24 \cdot 36.660 \cdot 10^4 \text{ mm}^4} + 7.648,5 \text{ mm}}$$

$$F_v = 14,60 \text{ kN}$$

Aplicando la expresión [67], obtenemos F_{SB} :

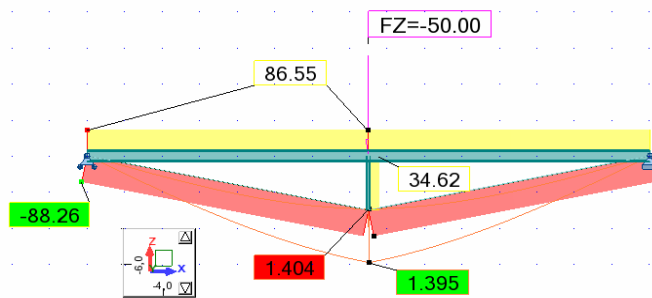
$$F_{SB} = 35,40 \text{ kN}$$

Resolviendo la expresión [66], tenemos:

$$\delta_{vSB} = \frac{35.400 \text{ N} \cdot 7.648,5 \text{ mm}}{2 \cdot \cos^2 78,69 \cdot 210.000 \text{ N/mm}^2 \cdot 1.257 \text{ mm}^2}$$

$$\delta_{vSB} = 13,34 \text{ mm} = L/1.124$$

Desarrollamos ahora un pórtico en Autodesk Robot Structural Analysis Professional 2009, para verificar los resultados:



{351} Verificación del ejercicio en Robot (imagen del autor).

	Manual	Robot	Nivel de precisión
Deformación	13,34 mm	13,95 mm	95,62%
Axil sistema de barras	35,40 kN	34,62 kN	102,25%

{352} Comparación del método manual frente al de Robot.

En la última columna se puede observar que el error es aceptable al tratarse de un método de predimensionado. Seguramente, se debe al hecho de haber obviado las deformaciones del montante central y del cordón superior; pero, tal como se

predijo, la diferencia es pequeña y el análisis se apoya en una formulación más sencilla.

Por último, hallamos la inercia con la expresión [75]:

$$I_{Total} = 36.660 \cdot 10^4 \text{ mm}^4 + \frac{15.000^3 \cdot \cos^2 78,69 \cdot 1.257 \text{ mm}^2}{24 \cdot 7.648,5 \text{ mm}}$$

Que al final supone un valor de 125.550,8 cm⁴.

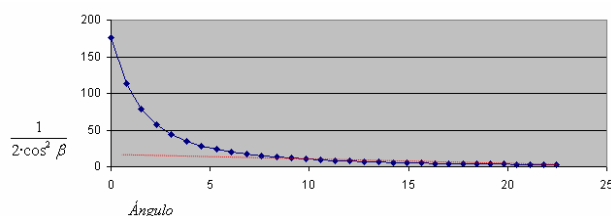
PREDIMENSIONADO DE VIGAS FINK SIMPLES CON CARGA CENTRAL CONCENTRADA, SIN PRETENSAR

Utilizando las expresiones anteriores, podemos establecer unas fórmulas que nos serán útiles para predimensionar vigas Fink simples sin pretensar, sometidas a la acción de una carga central concentrada.

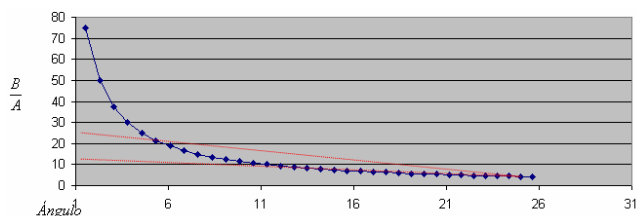
En primer lugar, nos fijamos en la ecuación [66]. La ordenamos de otra manera, para entender cómo inciden sus diversos términos en la deformación:

$$[76] \quad \delta_{vSB} = \frac{1}{2 \cdot \cos^2 \beta} \cdot \frac{F_{SB} \cdot L_B}{E \cdot A_B}$$

El primer quebrado, la inversa de dos veces el coseno al cuadrado de beta, tiende a infinito cuando beta es igual a 0, y a 1 cuando beta es igual a 90. Nos interesa ver gráficamente esta relación, para poder estudiar cómo influye este término en el reparto de cargas.



{353} Relación entre el ángulo beta y la inversa del doble del coseno de beta al cuadrado (imagen del autor).



{354} Relación entre el ángulo beta y relación entre canto y luz de la viga Fink (imagen del autor).

Podemos observar en la gráfica {353} que, a partir de 10°, la pendiente de la tangente tiene poca variación.

Como el ángulo beta es directamente proporcional a la relación entre canto y luz de la viga Fink,

podemos establecer que, entre 30° y 10°, la pendiente es constante, y que, entre L/5 y L/10, se consiguen relaciones adecuadas entre peso y deformación.

Llegados a este punto, podemos estudiar cuál es la cantidad de fuerza que se transmite por el mecanismo de la viga y cuál por el de las barras inferiores, en relación con el canto. Para ello, vamos a resolver tres casos con límites de deformación diferentes.

Nos centraremos en una viga Fink de 15.000 mm de luz, con el canto variable, sometida a un axil de 200 kN. El primer caso se dimensiona únicamente por tensión, no por deformación. El segundo caso se limita a L/1000 o a tensión, según sea la situación. El tercer y último caso se dimensiona por deformación, L/250, o por tensión; la más restrictiva de ambas.

Para efectuar todos los cálculos, se utiliza una hoja de cálculo elaborada por el autor, donde se desarrollan todos los cálculos que se han expuesto hasta ahora en este capítulo. Los perfiles escogidos son: cordón superior, perfil HEM; montante, perfil HEB; cordón inferior (diagonal), redondo macizo (100, 90, 80, 70, 60, 50, 40, 32, 25, 20, 16, 12 u 8 mm). Todos los aceros serán S-275.

El proceso de optimización del cálculo es el siguiente. En primer lugar, se ajusta el cordón inferior a la máxima cantidad de área; después, se determina el primer perfil HEM que cumpla a tensión o a deformación; a continuación, se reduce al máximo (ligeramente) el cordón inferior, para que cumpla a tensión y a deformación; finalmente, se calcula el montante.

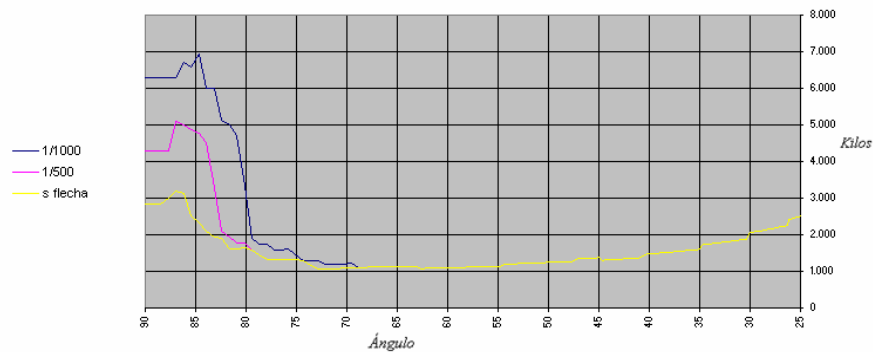
L ft.	B=	a=	Lb=	Alfa=	Beta=	Cos beta=	perfil:	φ=	Ft=	Fv=	Fsb=	flecha	fy	fyd	φ	crend viga	crend rodo	perfil:	φ	Kilos total
1000	15000	0	7500,0	0,00	90,00	0,0000	HEM-700-418	8	200	200,00	0,00	1058	275	262	0,56	0,19	0,00	heb-100	#####	6275,9
1000	15000	100	7500,7	0,76	89,24	0,0133	HEM-700-418	8	200	199,99	0,01	1058	275	262	0,56	0,19	0,03	heb-100	0,46	6278,0
1000	15000	200	7502,7	1,53	88,47	0,0267	HEM-700-418	8	200	199,97	0,03	1059	275	262	0,56	0,19	0,06	heb-100	0,46	6280,0
1000	15000	300	7506,0	2,29	87,71	0,0400	HEM-700-418	8	200	199,94	0,06	1059	275	262	0,56	0,19	0,09	heb-100	0,47	6282,0
1000	15000	400	7510,7	3,05	86,95	0,0533	HEM-700-418	8	200	199,89	0,11	1059	275	262	0,56	0,19	0,12	heb-100	0,48	6284,1
1000	15000	500	7516,6	3,81	86,19	0,0665	HEM-650	80	200	181,38	18,62	1001	275	262	0,57	0,21	0,16	heb-100	0,49	6708,4
1000	15000	600	7524,0	4,57	85,43	0,0797	HEM-650	70	200	179,72	20,28	1011	275	262	0,57	0,20	0,19	heb-100	0,49	6671,8
1000	15000	700	7532,6	5,33	84,67	0,0929	HEM-600-399	100	200	146,26	53,74	1056	275	262	0,58	0,20	0,21	heb-100	0,50	6928,1
1000	15000	800	7542,5	6,09	83,91	0,1061	HEM-600-337	100	200	126,45	73,55	1003	275	262	0,58	0,22	0,25	heb-100	0,51	6001,4
1000	15000	900	7553,8	6,84	83,16	0,1191	HEM-600-337	100	200	115,41	84,59	1099	275	262	0,58	0,21	0,26	heb-100	0,52	6004,8
1000	15000	1000	7566,4	7,59	82,41	0,1322	HEM-650	100	200	67,42	112,58	1015	275	262	0,58	0,23	0,31	heb-100	0,53	5123,4
1000	15000	1100	7580,2	8,34	81,66	0,1451	HEM-500	100	200	69,08	130,92	1050	275	262	0,60	0,22	0,33	heb-100	0,54	5007,1
1000	15000	1200	7595,4	9,09	80,91	0,1580	HEM-360	100	200	37,90	162,10	1003	275	262	0,67	0,21	0,37	heb-100	0,55	4711,0
1000	15000	1300	7611,8	9,83	80,17	0,1708	HEM-240	100	200	10,86	189,14	1002	275	262	0,91	0,29	0,40	heb-100	0,57	3320,1
1000	15000	1400	7629,5	10,57	79,43	0,1835	HEM-140	100	200	1,34	198,66	1099	275	262	1,61	0,98	0,39	heb-100	0,58	1917,3
1000	15000	1500	7648,5	11,31	78,69	0,1961	HEM-140	90	200	1,45	198,55	1015	275	262	1,61	0,92	0,46	heb-100	0,59	1742,5
1000	15000	1600	7668,8	12,04	77,96	0,2086	HEM-140	90	200	1,29	198,71	1145	275	262	1,61	0,86	0,43	heb-100	0,61	1746,6
1000	15000	1700	7690,3	12,77	77,23	0,2211	HEM-140	80	200	1,45	198,55	1014	275	262	1,61	0,82	0,51	heb-100	0,62	1589,6
1000	15000	1800	7713,0	13,50	76,50	0,2334	HEM-140	80	200	1,31	198,69	1125	275	262	1,61	0,77	0,49	heb-100	0,63	1593,4
1000	15000	1900	7736,9	14,22	75,78	0,2456	HEM-140	80	200	1,19	198,81	1242	275	262	1,61	0,73	0,46	heb-100	0,65	1597,3
1000	15000	2000	7762,1	14,93	75,07	0,2577	HEM-140	70	200	1,41	198,59	1044	275	262	1,61	0,70	0,57	heb-100	0,67	1457,8
1000	15000	2100	7788,5	15,64	74,36	0,2696	HEM-120	70	200	0,80	199,20	1136	275	262	1,96	1,00	0,55	heb-100	0,68	1294,9
1000	15000	2200	7816,0	16,35	73,65	0,2815	HEM-120	70	200	0,73	199,27	1233	275	262	1,96	0,95	0,53	heb-100	0,70	1298,6
1000	15000	2300	7844,7	17,05	72,95	0,2932	HEM-120	70	200	0,68	199,32	1333	275	262	1,96	0,91	0,51	heb-100	0,72	1302,4
1000	15000	2400	7874,6	17,74	72,26	0,3048	HEM-120	60	200	0,86	199,14	1055	275	262	1,96	0,88	0,66	heb-100	0,73	1180,0
1000	15000	2500	7905,7	18,43	71,57	0,3162	HEM-120	60	200	0,80	199,20	1131	275	262	1,96	0,84	0,64	heb-100	0,75	1183,4
1000	15000	2600	7937,9	19,12	70,88	0,3275	HEM-120	60	200	0,75	199,25	1208	275	262	1,96	0,81	0,62	heb-100	0,77	1186,9
1000	15000	2700	7971,2	19,80	70,20	0,3387	HEM-120	60	200	0,70	199,30	1286	275	262	1,96	0,78	0,60	heb-100	0,79	1190,4
1000	15000	2800	8005,6	20,47	69,53	0,3498	HEM-120	60	200	0,66	199,34	1365	275	262	1,96	0,75	0,58	HEB-120	0,72	1211,6

[355] Cálculo de la viga Fink con una limitación de L/1.000. Resultados entre 90° < β < 70°.

ft.	B=	a=	Lb=	Beta=	Cos beta=	perfil:	φ=	Ft=	Fv=	Fsb=	flecha	fy	fyd	φ	crend viga	crend rodo	perfil:	φ	crend mont	Kilos total
500	15000	0	7500,0	90,00	0,0000	HEM-600-295	8	200	200,00	0,00	532	275	262	0,57	0,33	0,00	heb-100	####	#DIV/0!	4280,9
500	15000	100	7500,7	89,24	0,0133	HEM-600-295	8	200	199,99	0,01	532	275	262	0,57	0,33	0,06	heb-100	0,46	0,00	4283,0
500	15000	200	7502,7	88,47	0,0267	HEM-600-295	8	200	199,94	0,06	532	275	262	0,57	0,33	0,12	heb-100	0,46	0,00	4285,0
500	15000	300	7506,0	87,71	0,0400	HEM-600-295	8	200	199,87	0,13	532	275	262	0,57	0,33	0,18	heb-100	0,47	0,00	4287,0
500	15000	400	7510,7	86,95	0,0533	HEM-550	100	200	165,20	34,80	537	275	262	0,58	0,35	0,24	heb-100	0,48	0,07	5104,3
500	15000	500	7516,6	86,19	0,0665	HEM-500	100	200	142,70	57,30	508	275	262	0,60	0,36	0,31	heb-100	0,49	0,12	4987,1
500	15000	600	7524,0	85,43	0,0797	HEM-450	100	200	116,97	83,03	504	275	262	0,62	0,36	0,38	heb-100	0,49	0,17	4885,0
500	15000	700	7532,6	84,67	0,0929	HEM-400	100	200	90,24	109,76	517	275	262	0,65	0,34	0,43	heb-100	0,50	0,23	4783,1
500	15000	800	7542,5	83,91	0,1061	HEM-300	100	200	52,87	147,13	502	275	262	0,76	0,34	0,51	heb-100	0,51	0,31	4516,4
500	15000	900	7553,8	83,16	0,1191	HEM-240	100	200	20,95	179,05	519	275	262	0,91	0,43	0,55	heb-100	0,52	0,38	3304,8
500	15000	1000	7566,4	82,41	0,1322	HEM-160	100	200	3,92	196,08	583	275	262	1,38	0,98	0,54	heb-100	0,53	0,42	2036,4
500	15000	1100	7580,2	81,66	0,1451	HEM-160	90	200	4,02	195,98	588	275	262	1,38	0,90	0,61	heb-100	0,54	0,42	1922,5
500	15000	1200	7595,4	80,91	0,1580	HEM-160	80	200	4,29	195,71	532	275	262	1,38	0,84	0,71	heb-100	0,55	0,43	1786,9
500	15000	1300	7611,8	80,17	0,1708	HEM-160	80	200	3,69	196,31	618	275	262	1,38	0,77	0,65	heb-100	0,57	0,43	1770,2
500	15000	1400	7629,5	79,43	0,1835	HEM-140	80	200	2,09	197,91	706	275	262	1,61	1,00	0,61	heb-100	0,58	0,44	1578,7
500	15000	1500	7648,5	78,69	0,1961	HEM-140	70	200	2,39	197,61	617	275	262	1,61	0,94	0,75	heb-100	0,59	0,45	1440,7
500	15000	1600	7668,8	77,96	0,2086	HEM-140	60	200	2,87	197,13	513	275	262	1,61	0,90	0,96	heb-100	0,61	0,45	1321,1
500	15000	1700	7690,3	77,23	0,2211	HEM-140	60	200	2,57	197,43	573	275	262	1,61	0,84	0,90	heb-100	0,62	0,46	1324,1
500	15000	1800	7713,0	76,50	0,2334	HEM-140	60	200	2,32	197,68	636	275	262	1,61	0,79	0,86	heb-100	0,63	0,46	1327,1
500	15000	1900	7736,9	75,78	0,2456	HEM-140	60	200	2,10	197,90	702	275	262	1,61	0,75	0,82	heb-100	0,65	0,47	1330,2
500	15000	2000	7762,1	75,07	0,2577	HEM-140	60	200	1,92	198,08	769	275	262	1,61	0,71	0,78	heb-100	0,67	0,48	1333,4
500	15000	2100	7788,5	74,36	0,2696	HEM-120	70	200	0,80	199,20	1136	275	262	1,96	1,00	0,55	heb-100	0,68	0,49	1294,9
500	15000	2200	7816,0	73,65	0,2815	HEM-120	60	200	1,00	199,00	907	275	262	1,96	0,96	0,72	heb-100	0,70	0,49	1173,3
500	15000	2300	7844,7	72,95	0,2932	HEM-120	50	200	1,33	198,67	682	275	262	1,96	0,93	0,99	heb-100	0,72	0,50	1070,2
500	15000	2400	7874,6	72,26	0,3048	HEM-120	50	200	1,23	198,77	734	275	262	1,96	0,89	0,95	heb-100	0,73	0,51	1073,2
500	15000	2500	7905,7	71,57	0,3162	HEM-120	50	200	1,15	198,85	787	275	262	1,96	0,85	0,92	heb-100	0,75	0,52	1076,2
500	15000	2600	7937,9	70,88	0,3275	HEM-120	50	200	1,08	198,92	840	275	262	1,96	0,82	0,89	heb-100	0,77	0,53	1079,2
500	15000	2700	7971,2	70,20	0,3387	HEM-120	50	200	1,01	198,99	895	275	262	1,96	0,79	0,86	heb-100	0,79	0,54	1082,3
500	15000	2800	8004,6	69,53	0,3498	HEM-120	50	200	0,95	199,05	950	275	262	1,96	0,76	0,83	HEB-120	0,72	0,39	1103,0

Lft	B=	a=	Lb=	Alfa=	Beta=	Cos beta=	perfil	φ=	Ab=	Ft=	Fv=	Fsb=	flecha fy	cla φ	crend viga	crend rodo	perfil	φ	crend mont	Kilos total
0	15000	0	7500,0	0,00	90,00	0,0000	HEM-280	8	50,27	200	200,00	0,00	89 275	1 0,81	0,97	0,00	heb-100	####	#D(V/D)	2840,9
0	15000	100	7500,7	0,76	89,24	0,0133	HEM-280	8	50,27	200	199,92	0,08	89 275	1 0,81	0,97	0,36	heb-100	0,46	0,00	2843,0
0	15000	200	7502,7	1,53	88,47	0,0267	HEM-280	8	50,27	200	199,66	0,34	89 275	1 0,81	0,97	0,72	heb-100	0,46	0,00	2845,0
0	15000	300	7506,0	2,29	87,71	0,0400	HEM-280	40	1257	200	182,63	17,37	97 275	1 0,81	0,95	0,99	heb-100	0,47	0,04	2969,2
0	15000	400	7510,7	3,05	86,95	0,0533	HEM-280	80	5027	200	107,96	92,04	130 275	1 0,85	0,90	0,98	heb-100	0,48	0,19	3180,9
0	15000	500	7516,6	3,81	86,19	0,0666	HEM-240	90	6362	200	63,13	136,87	172 275	1 0,91	0,83	0,93	heb-100	0,49	0,29	3116,0
0	15000	600	7524,0	4,57	85,43	0,0797	HEM-220	90	6362	200	32,37	167,63	202 275	1 1,00	0,82	0,95	heb-100	0,49	0,35	2518,7
0	15000	700	7532,6	5,33	84,67	0,0929	HEM-200	90	6362	200	18,80	181,20	254 275	1 1,09	0,82	0,88	heb-100	0,50	0,38	2311,6
0	15000	800	7542,5	6,09	83,91	0,1061	HEM-180	90	6362	200	10,62	189,38	316 275	1 1,21	0,86	0,80	heb-100	0,51	0,40	2103,2
0	15000	900	7553,8	6,84	83,16	0,1191	HEM-160	80	5027	200	10,67	189,33	314 275	1 1,21	0,89	0,91	heb-100	0,52	0,40	1948,0
0	15000	1000	7566,4	7,59	82,41	0,1322	HEM-160	90	6362	200	4,82	195,18	474 275	1 1,36	1,00	0,66	heb-100	0,53	0,41	1919,1
0	15000	1100	7580,2	8,34	81,66	0,1451	HEM-160	70	3848	200	6,56	193,44	348 275	1 1,38	0,95	0,99	heb-100	0,54	0,42	1623,4
0	15000	1200	7595,4	9,09	80,91	0,1580	HEM-160	70	3848	200	5,57	194,43	410 275	1 1,38	0,86	0,92	heb-100	0,55	0,42	1626,4
0	15000	1300	7611,8	9,83	80,17	0,1708	HEM-160	70	3848	200	4,80	195,20	476 275	1 1,38	0,79	0,85	heb-100	0,57	0,43	1629,4
0	15000	1400	7629,5	10,57	79,43	0,1835	HEM-140	80	5027	200	2,09	197,91	706 275	1 1,61	1,00	0,61	heb-100	0,58	0,44	1578,7
0	15000	1500	7648,5	11,31	78,69	0,1961	HEM-140	70	3848	200	2,39	197,61	617 275	1 1,61	0,94	0,75	heb-100	0,59	0,45	1440,7
0	15000	1600	7668,8	12,04	77,96	0,2086	HEM-140	60	2827	200	2,87	197,13	513 275	1 1,61	0,90	0,86	heb-100	0,61	0,45	1321,1
0	15000	1700	7690,3	12,77	77,23	0,2211	HEM-140	60	2827	200	2,57	197,43	573 275	1 1,61	0,84	0,90	heb-100	0,62	0,46	1324,1
0	15000	1800	7713,0	13,50	76,50	0,2334	HEM-140	60	2827	200	2,32	197,68	636 275	1 1,61	0,79	0,86	heb-100	0,63	0,46	1327,1
0	15000	1900	7736,9	14,22	75,78	0,2456	HEM-140	60	2827	200	2,10	197,90	702 275	1 1,61	0,75	0,82	heb-100	0,65	0,47	1330,2
0	15000	2000	7762,1	14,93	75,07	0,2577	HEM-140	60	2827	200	1,92	198,08	769 275	1 1,61	0,71	0,78	heb-100	0,67	0,48	1333,4
0	15000	2100	7788,5	15,64	74,36	0,2696	HEM-120	70	3848	200	0,80	199,20	1136 275	1 1,96	1,00	0,55	heb-100	0,68	0,49	1294,9
0	15000	2200	7816,0	16,35	73,65	0,2815	HEM-120	60	2827	200	1,00	199,00	907 275	1 1,96	0,96	0,72	heb-100	0,70	0,49	1173,3
0	15000	2300	7844,7	17,05	72,95	0,2932	HEM-120	50	1963	200	1,33	198,67	682 275	1 1,96	0,93	0,99	heb-100	0,72	0,50	1070,2
0	15000	2400	7874,6	17,74	72,26	0,3048	HEM-120	50	1963	200	1,23	198,77	734 275	1 1,96	0,89	0,95	heb-100	0,73	0,51	1073,2
0	15000	2500	7905,7	18,43	71,57	0,3162	HEM-120	50	1963	200	1,15	198,85	787 275	1 1,96	0,85	0,92	heb-100	0,75	0,52	1076,2
0	15000	2600	7937,9	19,12	70,88	0,3275	HEM-120	50	1963	200	1,08	198,92	840 275	1 1,96	0,82	0,89	heb-100	0,77	0,53	1079,2
0	15000	2700	7971,2	19,80	70,20	0,3387	HEM-120	50	1963	200	1,01	198,99	895 275	1 1,96	0,79	0,86	heb-100	0,79	0,54	1082,3
0	15000	2800	8005,6	20,47	69,53	0,3498	HEM-120	50	1963	200	0,95	199,05	950 275	1 1,96	0,76	0,83	HEB-120	0,72	0,39	1103,0

{357} Cálculo de la viga Fink sin limitación de deformación. Resultados entre $90^\circ < \beta < 70^\circ$.



{358} Cálculo de la viga Fink: comparativa entre los tres casos. Resultados entre $90^\circ < \beta < 25^\circ$ (imagen del autor).

Se puede apreciar fácilmente en la gráfica {358} que, aproximadamente entre los 90° y los 80° ($L/10$), es cuando la viga presenta un incremento de peso, debido al límite de la deformación. También se puede adivinar que, entre los 80° y los 70° ($L/5,5$), existe una zona donde el peso se mantiene casi constante, sin ser excesivamente dependiente del límite de la deformación. Los resultados son escalonados; ya que la tabla se ha confeccionado con perfiles laminados, no con áreas necesarias.

Finalmente, establecemos que, a partir de los 60° ($L/3,5$), el peso de acero aumenta sea cual sea la solución. Este incremento se explica porque el cordón superior no puede reducirse, pues en tal caso pandearía en el plano de la viga, y porque el montante central cada vez precisa de mayor sección para no pandear.

En ningún caso se ha tenido en cuenta el pandeo del cordón horizontal en el plano perpendicular al plano de la viga, puesto que se ha considerado que el tablero lo arriostra. Así pues, concluimos que las vigas Fink más adecuadas, sometidas a una carga central concentrada, sin pretensar, encuentran su rendimiento óptimo entre las siguientes relaciones: $L/10$ y $L/5,5$. Con las anteriores condiciones, podemos analizar la fórmula [66] y transformarla, gracias a la siguiente relación:

$$[77] \quad \sin \beta = \frac{B/2}{L_B}$$

$$[78] \quad \frac{B}{L \cdot \text{Flecha}} = \frac{F_{SB} \cdot L_B}{2 \cdot \cos^2 \beta \cdot E \cdot A_B}$$

Donde $L \cdot \text{Flecha}$ adopta un valor constante de 250, 300, 400, 500, 1.000, etc., según el caso estudiado.

$$[79] \quad A_B = \frac{F_{SB} \cdot L \cdot \text{Flecha}}{2 \cdot \cos^2 \beta \cdot \sin \beta \cdot E}$$

Como hemos demostrado, el seno de beta es prácticamente 1 si acotamos el ángulo entre 90° y 65° . También sabemos, gracias a las anteriores tablas, {355}, {356} y {357}, que para ángulos menores a 80° , F_{SB} es prácticamente F . Entonces, la ecuación [79] quedará así:

$$[80] \quad A_B = \frac{F_T \cdot L \cdot \text{Flecha}}{2 \cdot \cos^2 \beta \cdot E}$$

La ecuación [80] nos será útil para predimensionar el cordón inferior o el ángulo; es decir, el canto de la viga:

$$[81] \quad \beta = \arccos \sqrt{\frac{F_T \cdot L \cdot \text{Flecha}}{2 \cdot A_B \cdot E}}$$

Para ángulos beta comprendidos entre 80° (L/12) y 70° (L/5), se puede calcular el cordón superior empleando las tablas {359} a {363}. Estas tablas han sido confeccionadas considerando el pandeo únicamente sobre el eje y-y' y no sobre el más débil, z-z', por el motivo antes mencionado de que el forjado traba a dicho cordón superior. El acero empleado es S-275, por ser el más usual. El axil se

puede obtener de la siguiente fórmula, que procede de [71]:

$$F_{HSB} = \tan \beta \cdot \frac{F_T}{24 \cdot I_v \cdot \left(\frac{L_B}{\cos^2 \beta \cdot A_B} + \frac{B^3}{24 \cdot I_v} \right)}$$

Axil kN	5000	6000	7000	8000	9000	10000	11000	12000	13000	14000	15000	16000	17000	18000	19000	20000
HEA-100	200,0	150,1	115,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
HEA-120	307,4	240,4	189,2	151,3	123,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
HEA-140	452,0	370,4	300,2	244,4	201,2	167,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
HEA-160	623,0	533,2	446,7	371,8	310,5	261,4	222,3	190,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
HEA-180	785,1	696,9	604,1	516,1	438,8	374,1	320,8	277,2	241,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
HEA-200	981,8	893,8	796,6	697,5	604,7	522,6	452,6	393,9	344,7	303,7	269,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
HEA-220	1219,2	1131,2	1031,7	925,2	818,9	719,4	630,7	553,6	487,8	431,7	384,1	343,5	308,7	0,0	0,0	0,0
HEA-240	1497,6	1408,1	1306,5	1194,8	1077,9	962,8	855,2	758,4	673,2	599,4	535,6	480,6	433,1	391,9	0,0	0,0
HEA-260	1730,7	1643,5	1545,2	1435,7	1317,8	1196,6	1078,0	967,0	866,2	776,5	697,6	628,5	568,3	515,7	469,6	429,2
HEA-280	1972,4	1886,3	1790,2	1682,9	1565,7	1441,8	1316,2	1194,2	1079,7	975,1	881,1	797,6	723,8	658,7	601,3	550,6
HEA-300	2313,7	2224,7	2126,3	2017,1	1897,0	1767,8	1633,4	1498,5	1368,0	1245,4	1132,7	1030,7	939,2	857,6	785,0	720,4
HEA-320	2587,0	2497,5	2399,5	2291,5	2172,7	2043,8	1907,3	1767,1	1627,7	1493,5	1367,2	1250,8	1144,8	1049,0	963,0	885,8
HEA-340	2802,4	2714,1	2618,4	2513,7	2398,9	2273,8	2140,0	2000,0	1857,9	1717,8	1583,1	1456,4	1339,2	1231,9	1134,5	1046,3
HEA-360	3022,0	2934,5	2840,5	2738,4	2627,0	2505,6	2374,9	2236,7	2093,9	1950,2	1809,3	1674,2	1547,0	1428,9	1320,4	1221,2
HEA-400	3409,6	3324,2	3233,9	3137,1	3032,7	2919,6	2797,5	2666,8	2528,9	2386,1	2241,4	2097,7	1957,9	1824,3	1698,2	1580,6
HEA-450	3867,9	3785,1	3698,8	3607,8	3511,0	3407,4	3296,1	3176,9	3049,8	2915,7	2776,0	2632,8	2488,5	2345,6	2206,2	2072,0
HEA-500	4335,7	4254,3	4170,4	4083,0	3991,1	3893,8	3790,4	3680,1	3562,7	3438,1	3306,8	3169,7	3028,4	2884,6	2740,3	2597,4
HEA-550	4687,1	4608,2	4527,6	4444,4	4357,7	4266,9	4171,2	4069,9	3962,6	3848,8	3728,7	3602,3	3470,4	3334,0	3194,5	3053,3
HEA-600	5045,5	4968,4	4890,1	4809,8	4726,8	4640,6	4550,4	4455,7	4356,0	4250,8	4139,7	4022,9	3900,3	3772,5	3640,1	3504,3
HEA-650	5411,6	5335,7	5258,9	5180,6	5100,3	5017,3	4931,2	4841,3	4747,2	4648,5	4544,7	4435,7	4321,3	4201,6	4076,9	3947,8
HEA-700	5860,8	5784,3	5707,1	5628,8	5548,9	5466,8	5382,0	5294,0	5202,4	5106,8	5006,6	4901,7	4791,9	4676,9	4556,9	4432,1
HEA-800	6479,3	6405,3	6331,2	6256,4	6180,6	6103,5	6024,5	5943,4	5859,7	5773,2	5683,4	5590,1	5492,9	5391,6	5286,1	5176,3
HEA-900	7308,5	7233,9	7159,4	7084,6	7009,2	6932,9	6855,3	6776,2	6695,2	6612,0	6526,3	6437,8	6346,4	6251,6	6153,3	6051,3
HEA-1000	7945,4	7872,0	7798,7	7725,5	7651,9	7577,7	7502,7	7426,5	7349,0	7269,9	7188,9	7105,7	7020,2	6932,2	6841,4	6747,5

{359} Capacidad axil de los perfiles HEA a compresión, considerando pandeo únicamente sobre el eje y-y'. Los perfiles con fondo amarillo se corresponden con los de clase 4. Se debe estudiar en estos casos la reducción producida por inestabilidades de alas/alma.

Axil kN	5000	6000	7000	8000	9000	10000	11000	12000	13000	14000	15000	16000	17000	18000	19000
HEM-100	603,6	465,6	363,6	289,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
HEM-120	919,8	744,5	598,3	484,7	397,8	331,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
HEM-140	1269,1	1076,9	895,8	741,8	617,5	518,8	440,5	377,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
HEM-160	1659,1	1461,9	1257,8	1068,0	904,3	768,5	657,7	567,5	493,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
HEM-180	2050,0	1858,6	1648,6	1437,2	1241,3	1070,0	924,9	803,7	702,7	618,5	547,9	0,0	0,0	0,0	0,0
HEM-200	2472,4	2286,8	2077,7	1855,4	1635,8	1432,6	1252,8	1097,9	966,0	854,2	759,4	678,6	0,0	0,0	0,0
HEM-220	2898,1	2719,0	2515,7	2292,8	2061,5	1835,7	1626,4	1439,4	1275,9	1134,5	1012,9	908,3	818,1	740,0	0,0
HEM-240	3984,0	3785,5	3561,6	3312,2	3043,2	2766,1	2494,5	2239,3	2007,0	1800,0	1617,7	1458,1	1318,6	1196,8	1090,0
HEM-260	4459,9	4267,8	4053,3	3814,3	3552,7	3275,6	2993,9	2719,3	2460,9	2224,1	2011,0	1821,3	1653,4	1505,2	1374,4
HEM-280	4946,4	4758,5	4550,9	4320,7	4067,5	3794,7	3510,1	3223,9	2946,0	2684,2	2443,1	2224,3	2027,8	1852,4	1696,0
HEM-300	6333,0	6123,8	5896,0	5645,7	5370,7	5071,7	4753,1	4422,8	4091,0	3767,5	3460,2	3174,0	2911,4	2672,7	2457,2
HEM-320	6574,7	6375,6	6160,7	5926,3	5669,8	5390,5	5090,4	4774,9	4451,7	4129,9	3817,8	3521,6	3245,3	2990,8	2758,4
HEM-340	6702,9	6514,8	6313,5	6095,5	5858,0	5599,6	5321,0	5025,2	4717,9	4406,5	4098,9	3801,7	3520,0	3256,9	3013,8
HEM-360	6809,5	6631,3	6441,9	6238,2	6017,4	5777,8	5519,1	5242,8	4952,8	4654,9	4355,6	4061,7	3778,7	3510,7	3260,1
HEM-400	7035,7	6873,5	6703,1	6522,1	6328,2	6119,3	5894,3	5653,0	5396,6	5128,0	4851,4	4571,9	4294,8	4024,9	3765,9
HEM-450	7322,1	7174,3	7021,0	6860,3	6690,2	6508,9	6315,1	6107,8	5886,8	5652,7	5407,3	5153,4	4894,6	4635,0	4378,4
HEM-500	7581,0	7444,3	7303,8	7157,9	7005,1	6844,0	6673,1	6491,5	6298,3	6093,3	5876,9	5650,3	5415,3	5174,7	4931,3
HEM-550	7860,8	7732,8	7602,3	7467,8	7328,3	7182,4	7029,0	6867,2	6696,0	6514,9	6323,5	6122,1	5911,4	5692,7	5468,0
HEM-600-285	8115,8	7994,9	7872,4	7746,9	7617,7	7483,6	7343,6	7197,0	7042,8	6880,4	6709,2	6529,0	6340,0	6142,6	5937,7
HEM-600-337	9581,2	9439,4	9295,6	9148,6	8997,1	8840,0	8676,2	8504,6	8324,2	8134,3	7934,2	7723,6	7502,7	7271,8	7032,2
HEM-600-399	11362,5	11196,9	11029,1	10857,6	10681,1	10498,4	10308,0	10108,9	9899,8	9679,9	9448,3	9204,6	8948,9	8681,7	8403,9
HEM-650-293	8381,8	8266,7	8150,3	8032,0	7910,7	7785,6	7656,0	7521,0	7379,8	7231,9	7076,7	6913,7	6742,7	6563,8	6377,2
HEM-650-343	9816,7	9682,8	9547,5	9409,8	9268,8	9123,5	8973,0	8816,3	8652,6	8481,2	8301,2	8112,4	7914,2	7706,9	7490,7
HEM-650	11650,5	11493,6	11335,2	11174,3	11009,5	10840,0	10664,5	10482,0	10291,5	10092,1	9883,1	9663,8	9433,8	9193,2	8942,2
HEM-700-301	8627,8	8517,5	8406,5	8294,0	8179,2	8061,4	7940,1	7814,3	7683,6	7547,4	7404,9	7255,8	7099,8	6936,6	6766,2
HEM-700-352	10108,9	9980,4	9851,1	9720,0	9586,4	9449,4	9308,2	9162,0	9010,1	8851,8	8686,4	8513,3	8332,1	8142,7	7944,9
HEM-700-418	11994,5	11843,8	11692,3	11538,8	11382,5	11222,3	11057,4	10886,8	10709,7	10525,2	10332,6	10131,2	9920,6	9700,4	9470,5
HEM-800-317	9173,8	9070,7	8967,5	8863,4	8758,1	8650,9	8541,4	8428,9	8313,1	8193,4	8069,4	7940,6	7806,6	7667,1	7521,8
HEM-800-373	10771,5	10651,0	10530,3	10408,7	10285,6	10160,4	10032,5	9901,2	9766,1	9626,4	9481,7	9331,5	9175,3	9012,7	8843,4
HEM-800-444	12851,4	12708,8	12566,0	12422,2	12276,7	12128,7	11977,6	11822,6	11663,2	11498,5	11328,0	11151,0	10967,1	10775,7	10576,4
HEM-900-333	9665,0	9567,5	9470,1	9372,4	9273,9	9174,3	9073,1	8970,0	8864,4	8756,1	8644,7	8529,7	8410,9	8287,9	8160,4
HEM-900-391	11357,4	11243,2	11129,1	11014,7	10899,4	10782,8	10664,3	10543,6	10420,1	10293,4	10163,0	10028,5	9889,6	9745,8	9596,7
HEM-900-466	13552,5	13417,2	13282,0	13146,4	13009,9	12871,7	12731,5	12588,6	12442,5	12292,7	12138,6	11979,8	11815,7	11645,9	11470,0
HEM-1000-349	10181,2	10087,9	9995,0	9902,0	9808,6	9714,6	9619,4	9522,9	9424,7	9324,6	9222,1	9116,9	9008,9	8897,7	8783,0
HEM-1000-393	11462,9	11357,5	11252,5	11147,4	11041,9	10935,5	10828,0	10718,9	10607,8	10494,5	10378,5	10259,5	10137,3	10011,4	9881,5
HEM-1000-409	11947,1	11837,9	11729,0	11620,1	11510,8	11400,7	11289,3	11176,3	11061,4	10944,1	10824,2	10701,2	10574,8	10444,6	10310,5
HEM-1000-488	14261,4	14131,7	14002,6	13873,4	13743,7	13613,1	13481,0	13347,1	13210,9	13072,0	12929,9	12784,3	12634,7	12480,8	12322,1
HEM-1000-579	16907,2	16755,3	16604,1	16452,8	16301,1	16148,2	15993,8	15837,4	15678,3	15516,2	15350,5	15180,8	15006,5	14827,4	14642,8

{360} Capacidad axil de los perfiles HEM a compresión, considerando pandeo únicamente sobre el eje y-y'.

Axil kN	5000	6000	7000	8000	9000	10000	11000	12000	13000	14000	15000	16000	17000	18000	19000	20000
HEB-100	254,1	191,6	147,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
HEB-120	427,7	337,2	266,6	213,8	174,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
HEB-140	636,8	527,4	430,6	352,2	290,9	243,1	205,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
HEB-160	890,4	769,4	650,0	544,2	456,3	385,3	328,3	282,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
HEB-180	1148,7	1027,2	897,2	771,4	659,2	563,8	484,7	419,5	365,8	321,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
HEB-200	1442,0	1321,0	1186,0	1046,2	912,5	792,4	688,6	600,6	526,7	464,5	412,1	367,8	0,0	0,0	0,0	0,0
HEB-220	1740,8	1622,2	1487,8	1342,5	1195,1	1055,1	928,4	817,3	721,6	639,7	569,8	510,0	458,7	0,0	0,0	0,0
HEB-240	2080,1	1961,9	1827,8	1679,5	1523,0	1366,8	1218,9	1084,2	964,8	860,5	770,0	691,7	623,9	565,0	513,7	0,0
HEB-260	2372,8	2258,4	2129,6	1986,0	1830,5	1669,2	1509,7	1358,7	1220,2	1096,1	986,3	889,8	805,4	731,4	666,5	609,4
HEB-280	2676,3	2563,8	2438,6	2299,1	2146,2	1983,5	1817,3	1654,2	1499,7	1357,5	1228,9	1114,0	1012,1	922,0	842,2	771,7
HEB-300	3077,3	2962,8	2836,6	2696,8	2543,0	2377,0	2203,2	2027,4	1855,9	1693,5	1543,3	1406,5	1283,3	1173,0	1074,6	986,9
HEB-320	3364,3	3251,2	3127,8	2992,1	2842,9	2680,7	2508,3	2330,2	2152,0	1979,0	1815,3	1663,5	1524,5	1398,6	1285,0	1183,0
HEB-340	3596,6	3486,2	3366,9	3236,5	3093,8	2938,4	2771,6	2596,6	2417,8	2240,4	2068,9	1906,6	1755,7	1616,9	1490,5	1375,8
HEB-360	3830,3	3722,0	3605,9	3480,1	3342,9	3193,7	3032,8	2862,2	2685,2	2506,1	2329,5	2159,3	1998,2	1848,0	1709,4	1582,5
HEB-400	4248,9	4144,6	4034,4	3916,6	3789,7	3652,5	3504,4	3345,8	3178,0	3003,7	2826,3	2649,5	2476,7	2310,7	2153,6	2006,4
HEB-450	4742,8	4642,9	4538,8	4429,3	4312,8	4188,3	4054,8	3911,8	3759,3	3598,2	3430,1	3257,4	3082,7	2909,1	2739,2	2575,2
HEB-500	5242,8	5145,6	5045,5	4941,3	4831,9	4716,2	4593,3	4462,4	4323,0	4175,1	4019,2	3856,2	3687,9	3516,2	3343,5	3172,2
HEB-550	5627,4	5533,7	5438,0	5339,3	5236,7	5129,1	5015,9	4896,2	4769,4	4635,2	4493,3	4344,0	4188,1	4026,7	3861,3	3693,7
HEB-600	6018,1	5927,0	5834,4	5739,6	5641,7	5540,1	5433,9	5322,4	5205,0	5081,3	4950,8	4813,4	4669,3	4519,0	4363,1	4203,0
HEB-650	6416,1	6326,7	6236,4	6144,4	6050,1	5952,7	5851,7	5746,3	5636,1	5520,5	5399,0	5271,4	5137,5	4997,5	4851,5	4700,2
HEB-700	6896,7	6807,3	6717,3	6626,0	6532,7	6437,0	6338,3	6235,9	6129,3	6018,1	5901,7	5779,9	5652,2	5518,7	5379,3	5234,4
HEB-800	7579,2	7493,2	7407,0	7320,2	7232,2	7142,6	7051,0	6956,9	6859,9	6759,6	6655,6	6547,5	6435,0	6317,8	6195,7	6068,6
HEB-900	8469,1	8383,2	8297,3	8211,1	8124,3	8036,4	7947,1	7856,0	7762,8	7667,1	7568,5	7466,9	7361,7	7252,9	7140,0	7022,9
HEB-1000	9166,2	9081,9	8997,8	8913,7	8829,3	8744,1	8658,0	8570,7	8481,8	8391,1	8298,2	8202,9	8105,0	8004,2	7900,2	7792,8

{361} Capacidad axil de los perfiles HEB a compresión, considerando pandeo únicamente sobre el eje y-y'. Los perfiles con fondo amarillo se corresponden con los de clase 4. Se debe estudiar en estos casos la reducción producida por inestabilidades de alas/alma.

Axil kN	5000	6000	7000	8000	9000	10000	11000	12000	13000	14000	15000	16000	17000	18000	19000
IPN-100	98,9	74,0	56,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IPN-120	168,6	131,3	103,0	82,3	66,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IPN-140	257,2	209,2	168,6	136,9	112,5	93,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IPN-160	359,7	305,4	254,2	210,5	175,3	147,3	125,1	107,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IPN-180	475,5	418,4	359,5	304,8	257,9	219,1	187,4	161,6	140,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IPN-200	600,3	542,4	479,2	416,3	358,5	308,4	266,2	231,0	201,9	177,6	157,2	0,0	0,0	0,0	0,0
IPN-220	737,8	679,7	614,5	545,9	479,1	418,0	364,5	318,8	280,1	247,4	219,7	196,2	0,0	0,0	0,0
IPN-240	886,5	828,4	762,4	690,7	617,2	546,7	482,3	425,4	376,2	333,9	297,6	266,6	239,9	216,8	0,0
IPN-260	1047,8	989,1	922,5	848,7	770,7	692,6	618,3	550,4	490,2	437,4	391,5	351,8	317,4	287,5	261,5
IPN-280	1220,7	1161,1	1094,0	1019,3	938,4	854,7	772,2	694,3	623,1	559,4	503,1	453,8	410,6	372,8	339,6
IPN-300	1400,8	1340,2	1272,6	1197,3	1114,8	1027,5	938,9	852,5	771,3	696,9	630,1	570,5	517,9	471,4	430,4
IPN-320	1596,8	1534,9	1466,5	1390,6	1307,0	1217,3	1123,9	1030,5	940,2	855,5	777,8	707,5	644,6	588,5	538,5
IPN-340	1800,3	1737,1	1667,9	1591,4	1507,3	1416,2	1319,8	1221,1	1123,4	1029,5	941,6	860,8	787,3	721,1	661,6
IPN-360	2032,2	1966,9	1895,9	1818,2	1732,8	1639,9	1540,6	1437,2	1332,7	1230,1	1132,0	1040,1	955,3	878,0	808,0
IPN-380	2259,2	2192,2	2120,0	2041,5	1955,6	1862,1	1761,4	1655,3	1546,2	1437,1	1330,6	1229,2	1134,1	1046,2	965,8
IPN-400	2508,5	2439,3	2365,4	2285,5	2198,5	2103,9	2001,9	1893,4	1780,4	1665,4	1551,4	1440,7	1335,5	1236,9	1145,5
IPN-450	3170,1	3095,8	3017,7	2934,5	2845,3	2749,1	2645,4	2534,2	2416,2	2292,7	2166,0	2038,4	1912,3	1790,0	1673,1
IPN-500	3903,7	3823,8	3741,0	3653,9	3561,7	3463,3	3358,0	3245,3	3125,2	2998,0	2864,9	2727,4	2587,6	2447,8	2310,0
IPN-550	4666,9	4582,5	4495,7	4405,6	4311,1	4211,5	4105,9	3993,5	3874,0	3747,2	3613,4	3473,3	3328,1	3179,4	3029,1

{362} Capacidad axil de los perfiles IPN a compresión, considerando pandeo únicamente sobre el eje y-y'.

Axil kN	5000	6000	7000	8000	9000	10000	11000	12000	13000	14000	15000	16000	17000	18000	19000
IPE-100	97,7	73,4	56,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IPE-120	160,8	125,8	99,1	79,3	64,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IPE-140	236,6	193,9	157,2	128,0	105,4	87,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IPE-160	323,1	276,7	231,9	193,0	161,2	135,8	115,5	99,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IPE-180	414,6	367,6	318,3	271,6	230,8	196,7	168,6	145,6	126,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IPE-200	518,9	472,1	420,5	368,0	318,8	275,4	238,5	207,5	181,6	159,9	141,7	0,0	0,0	0,0	0,0
IPE-220	631,0	584,9	532,8	477,1	421,8	370,2	324,2	284,5	250,5	221,7	197,1	176,3	158,4	0,0	0,0
IPE-240	760,8	714,6	662,2	604,6	544,6	485,8	431,0	381,8	338,7	301,4	269,2	241,5	217,6	196,9	0,0
IPE-270	920,9	876,4	826,5	770,7	710,4	647,8	585,9	527,3	473,5	425,4	382,8	345,3	312,5	283,8	258,6
IPE-300	1102,1	1058,1	1009,2	954,9	895,2	831,3	765,3	699,7	636,8	578,2	524,8	476,8	433,9	395,7	361,9
IPE-330	1304,1	1259,7	1211,2	1157,8	1099,0	1035,2	967,5	897,7	828,1	760,7	697,2	638,4	584,7	536,1	492,4
IPE-360	1535,3	1489,7	1440,5	1386,9	1328,4	1264,7	1196,1	1123,8	1049,5	975,2	902,8	833,8	769,2	709,6	654,9
IPE-400	1807,3	1760,9	1711,8	1659,0	1601,9	1539,9	1473,1	1401,6	1326,4	1248,8	1170,6	1093,4	1018,7	947,6	881,0
IPE-450	2141,9	2094,6	2045,2	1992,9	1937,1	1877,3	1812,9	1743,9	1670,4	1593,0	1512,8	1431,0	1349,1	1268,5	1190,5
IPE-500	2529,2	2480,1	2429,3	2376,3	2320,4	2261,1	2197,8	2130,2	2058,2	1981,8	1901,5	1817,9	1732,2	1645,5	1559,1
IPE-550	2967,1	2915,5	2862,6	2807,9	2750,7	2690,6	2627,1	2559,7	2488,2	2412,3	2332,2	2248,1	2160,5	2070,3	1978,5
IPE-600	3467,7	3413,1	3357,4	3300,2	3241,0	3179,3	3114,5	3046,4	2974,5	2898,5	2818,3	2733,8	2645,3	2553,2	2458,1
IPE-750-147	15212,6	14771,1	14296,7	13781,3	13218,7	12606,2	11946,5	11248,8	10528,4	9804,0	9093,9	8413,4	7773,2	7179,0	6633,0
IPE-750-173	15423,2	15039,7	14634,2	14200,2	13732,0	13225,3	12678,2	12092,5	11474,0	10832,7	10181,6	9534,5	8903,9	8300,1	7729,8
IPE-750-196	15570,0	15221,5	14856,6	14470,0	14057,0	13613,2	13135,7	12623,6	12078,7	11505,9	10913,1	10310,5	9709,1	9119,3	8549,8

{363} Capacidad axil de los perfiles IPE a compresión, considerando pandeo únicamente sobre el eje y-y'. Los perfiles con fondo amarillo se corresponden con los de clase 4. Se debe estudiar en estos casos la reducción producida por inestabilidades de alas/alma.

Para predimensionar el montante central comprimido se han confeccionado las siguientes tablas, que son homólogas a las anteriores, utilizando la inercia menor.

Axil kN	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000	5500	6000	6500	7000	7500
HEA-100	472,4	420,4	363,0	300,3	240,3	190,4	151,9	122,9	101,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
HEA-120	574,0	522,9	468,8	409,1	346,5	287,5	236,8	195,8	163,2	137,6	117,2	0,0	0,0	0,0	0,0
HEA-140	720,8	666,5	610,7	550,2	484,9	418,6	356,3	301,7	255,9	218,4	187,7	162,6	142,0	0,0	0,0
HEA-160	897,5	838,1	778,2	714,6	645,9	573,6	501,8	434,8	375,4	324,5	281,6	245,8	215,9	190,8	0,0
HEA-180	1055,9	994,4	933,5	869,9	802,0	729,7	655,0	581,4	512,4	450,2	395,7	348,7	308,5	274,3	245,0
HEA-200	1263,1	1196,3	1130,8	1063,4	992,2	916,5	837,0	756,3	677,5	603,8	536,8	477,5	425,5	380,4	341,4
HEA-220	1517,7	1445,0	1374,3	1302,5	1227,6	1148,3	1064,8	978,2	891,1	806,4	726,6	653,5	587,6	529,2	477,7
HEA-240	1819,8	1739,7	1662,0	1583,9	1503,2	1418,5	1329,3	1236,1	1140,7	1045,4	953,1	866,0	785,6	712,6	647,1
HEA-260	2063,4	1979,2	1897,9	1816,8	1733,8	1647,3	1556,5	1461,5	1363,2	1263,3	1164,3	1068,5	977,9	893,8	816,7
HEA-280	2318,4	2230,3	2145,5	2061,3	1975,7	1887,3	1795,0	1698,4	1598,0	1494,9	1391,0	1288,4	1189,2	1095,2	1007,4
HEA-300	2688,6	2592,9	2500,8	2409,9	2318,1	2223,8	2125,9	2023,8	1917,5	1807,7	1695,7	1583,5	1473,1	1366,4	1265,1
HEA-320	2973,1	2867,3	2765,5	2665,0	2563,5	2459,3	2351,2	2238,3	2120,9	1999,5	1875,8	1751,8	1629,8	1511,8	1399,8
HEA-340	3190,1	3076,1	2966,5	2858,2	2748,8	2636,5	2519,8	2398,1	2271,4	2140,5	2007,1	1873,5	1742,2	1615,5	1495,1
HEA-360	3411,8	3289,4	3171,7	3055,4	2937,8	2817,0	2691,6	2560,6	2424,3	2283,6	2140,3	1996,8	1856,0	1720,2	1591,4
HEA-400	3797,0	3659,2	3526,6	3395,4	3262,7	3126,2	2984,3	2836,1	2681,8	2522,6	2360,8	2199,3	2041,2	1889,3	1745,8
HEA-450	4249,8	4094,5	3945,2	3797,4	3647,8	3493,8	3333,5	3166,2	2992,0	2812,4	2630,1	2448,3	2270,6	2100,2	1939,4
HEA-500	4714,2	4541,0	4374,2	4209,2	4042,1	3869,9	3690,7	3503,4	3308,6	3107,8	2904,1	2701,3	2503,4	2314,0	2135,5
HEA-550	5052,9	4864,7	4683,6	4504,2	4322,2	4134,5	3938,9	3734,4	3521,7	3302,7	3081,1	2861,2	2647,5	2443,5	2252,1
HEA-600	5400,8	5197,2	5001,1	4806,6	4609,1	4405,1	4192,3	3969,9	3738,4	3500,6	3260,4	3022,9	2792,8	2574,0	2369,5
HEA-650	5758,0	5538,2	5326,5	5116,3	4902,7	4681,7	4451,0	4209,7	3958,7	3701,3	3441,9	3186,2	2939,3	2705,5	2487,5
HEA-700	6203,9	5962,9	5730,6	5499,7	5264,5	5020,8	4766,0	4499,4	4222,4	3938,8	3654,3	3375,0	3106,9	2854,2	2619,9
HEA-800	6798,8	6527,5	6265,8	6005,0	5738,7	5462,1	5172,2	4868,7	4554,0	4233,1	3913,2	3601,6	3304,8	3027,4	2772,0
HEA-900	7617,1	7306,5	7006,6	6707,2	6400,8	6081,7	5746,9	5396,3	5033,4	4664,9	4299,5	3946,0	3611,5	3300,8	3016,4
HEA-1000	8234,1	7890,7	7558,9	7227,1	6886,5	6531,0	6157,5	5766,5	5362,8	4954,7	4552,5	4165,9	3802,8	3467,9	3162,9

{364} Capacidad axil de los perfiles HEA a compresión, considerando pandeo sobre el eje z-z'. Los perfiles con fondo amarillo se corresponden con los de clase 4. Se debe estudiar en estos casos la reducción producida por inestabilidades de alas/alma.

Axil kN	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000	5500	6000	6500	7000	7500
HEM-100	1195,0	1076,2	947,6	805,7	662,8	536,2	433,8	354,2	292,8	245,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
HEM-120	1514,0	1389,9	1260,4	1118,5	967,1	818,2	684,5	572,1	480,8	407,4	348,5	300,8	0,0	0,0	0,0
HEM-140	1857,6	1727,3	1595,0	1453,0	1299,5	1140,0	985,1	844,5	723,1	621,1	536,6	466,7	408,8	360,5	0,0
HEM-160	2256,3	2116,7	1977,4	1830,8	1673,1	1505,9	1335,9	1172,2	1022,7	891,3	778,5	682,7	601,8	533,3	475,3
HEM-180	2652,2	2505,9	2361,7	2212,6	2054,2	1885,4	1709,3	1532,6	1363,1	1206,9	1067,5	945,4	839,7	748,7	670,4
HEM-200	3090,2	2935,7	2784,8	2630,9	2469,3	2297,8	2117,3	1931,6	1747,0	1570,3	1406,5	1258,6	1127,1	1011,6	910,6
HEM-220	3532,5	3371,3	3214,9	3057,1	2893,3	2720,9	2539,0	2349,6	2156,8	1966,4	1783,9	1613,8	1458,4	1318,8	1194,3
HEM-240	4740,3	4543,7	4353,9	4164,0	3969,4	3766,3	3553,0	3329,7	3098,9	2865,4	2634,9	2412,9	2204,1	2011,1	1835,2
HEM-260	5231,7	5030,2	4836,0	4643,0	4446,7	4243,5	4031,2	3809,0	3578,1	3341,5	3103,5	2869,5	2644,2	2431,4	2233,6
HEM-280	5738,0	5531,4	5332,7	5136,2	4937,6	4733,4	4521,3	4299,9	4069,4	3831,5	3589,3	3347,2	3109,6	2880,9	2664,1
HEM-300	7260,7	7018,0	6784,9	6555,4	6324,9	6089,7	5846,8	5594,5	5332,1	5060,2	4780,9	4497,9	4215,4	3937,9	3669,8
HEM-320	7472,2	7220,9	6979,5	6741,7	6502,8	6258,8	6006,8	5744,9	5472,4	5190,1	4900,4	4607,0	4314,5	4027,7	3751,0
HEM-340	7561,6	7305,8	7060,1	6818,0	6574,6	6325,9	6068,9	5801,7	5523,6	5235,7	4940,3	4641,4	4343,9	4052,5	3771,8
HEM-360	7630,9	7370,4	7120,1	6873,3	6625,1	6371,3	6108,7	5835,6	5551,3	5257,0	4955,4	4650,7	4347,9	4052,1	3767,9
HEM-400	7794,2	7524,1	7264,5	7008,5	6750,6	6486,5	6212,9	5928,1	5631,5	5324,7	5010,8	4694,5	4381,3	4076,5	3784,7
HEM-450	8019,7	7737,9	7467,0	7199,6	6929,9	6653,3	6366,5	6067,6	5756,4	5434,7	5106,1	4775,9	4449,9	4133,9	3832,4
HEM-500	8227,1	7933,0	7651,0	7370,6	7088,3	6798,3	6497,1	6182,9	5855,8	5517,9	5173,7	4829,0	4490,1	4163,1	3852,8
HEM-550	8463,9	8157,2	7862,2	7570,4	7275,2	6971,6	6655,9	6326,4	5983,3	5629,4	5269,5	4910,2	4558,2	4219,8	3899,8
HEM-600-285	8680,3	8360,3	8052,5	7747,6	7438,8	7120,5	6789,2	6443,0	6082,7	5711,5	5335,2	4960,9	4595,9	4246,7	3918,0
HEM-600-337	10248,2	9874,8	9515,5	9160,0	8800,3	8430,1	8045,1	7643,0	7224,3	6792,7	6354,1	5916,8	5489,0	5078,5	4690,8
HEM-600-399	12150,6	11716,2	11298,5	10885,7	10468,7	10040,3	9595,5	9131,4	8648,2	8149,2	7640,8	7131,6	6631,2	6148,3	5689,9
HEM-650-293	8914,3	8581,5	8261,0	7943,5	7621,3	7289,0	6942,5	6580,4	6203,6	5815,9	5423,8	5035,0	4657,2	4297,1	3959,4
HEM-650-343	10440,7	10054,9	9683,7	9316,1	8943,6	8559,7	8159,8	7742,1	7307,3	6859,5	6405,6	5954,4	5514,8	5094,4	4699,0
HEM-650	12390,0	11940,8	11508,7	11081,3	10648,9	10204,2	9741,9	9259,2	8756,6	8238,2	7711,1	7184,8	6669,4	6174,0	5705,5
HEM-700-301	9130,1	8783,6	8449,8	8118,6	7782,2	7434,4	7071,5	6691,9	6297,1	5891,7	5482,9	5079,2	4688,8	4318,5	3972,8
HEM-700-352	10698,5	10296,7	9909,8	9526,3	9136,9	8735,0	8315,9	7877,7	7421,8	6953,1	6479,5	6010,5	5555,7	5122,9	4717,6
HEM-700-418	12694,7	12226,8	11776,5	11330,7	10879,0	10413,7	9929,1	9422,9	8896,0	8353,2	7802,8	7255,4	6721,6	6210,9	5730,2
HEM-800-317	9625,8	9249,2	8886,1	8525,0	8157,0	7775,4	7376,2	6958,4	6524,5	6080,7	5636,2	5200,8	4783,5	4391,2	4028,0
HEM-800-373	11306,3	10870,2	10450,0	10032,5	9607,7	9167,9	8708,3	8227,3	7727,5	7215,3	6700,6	6194,4	5707,2	5247,3	4819,8
HEM-800-444	13492,7	12980,7	12487,7	11998,4	11501,3	10987,6	10451,5	9890,7	9307,5	8708,6	8104,7	7508,2	6931,4	6384,2	5873,3
HEM-900-333	10073,7	9668,7	9277,9	8888,4	8490,2	8076,3	7642,3	7187,9	6717,0	6237,6	5760,4	5296,6	4855,8	4444,8	4067,0
HEM-900-391	11843,0	11373,5	10920,8	10470,0	10009,9	9532,2	9032,0	8508,4	7965,0	7410,5	6856,7	6316,3	5800,4	5317,3	4871,6
HEM-900-466	14137,2	13586,0	13054,8	12526,5	11988,3	11430,5	10847,2	10236,5	9602,3	8953,4	8302,8	7664,9	7053,0	6477,0	5943,3
HEM-1000-349	10553,2	10119,2	9700,1	9281,5	8852,6	8405,5	7936,2	7444,8	6936,6	6421,4	5911,6	5419,6	4955,4	4525,3	4132,4
HEM-1000-393	11880,1	11388,3	10913,2	10438,4	9951,4	9443,6	8910,2	8351,8	7774,7	7190,5	6613,5	6057,7	5534,5	5050,7	4609,4
HEM-1000-409	12388,0	11883,7	11396,9	10911,1	10413,9	9896,2	9353,1	8784,4	8195,7	7597,7	7004,4	6429,9	5886,1	5380,9	4918,1
HEM-1000-488	14794,4	14202,1	13630,6	13061,1	12479,3	11874,6	11240,8	10577,3	9889,4	9188,6	8490,3	7810,9	7164,4	6560,7	6005,3
HEM-1000-579	17547,7	16861,9	16200,8	15543,4	14873,3	14178,8	13452,2	12691,7	11901,9	11094,1	10284,6	9491,4	8731,1	8016,0	7353,8

{365} Capacidad axil de los perfiles HEM a compresión, considerando pandeo sobre el eje z-z'.

Axil kN	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000	5500	6000	6500	7000	7500
HEB-100	579,8	516,7	447,2	371,2	298,0	236,6	189,0	153,1	125,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
HEB-120	771,2	703,5	631,9	553,0	470,1	391,2	323,1	267,5	223,3	188,4	160,6	0,0	0,0	0,0	0,0
HEB-140	986,8	913,7	838,8	757,8	670,3	580,9	496,2	421,4	358,2	306,1	263,4	228,4	199,6	0,0	0,0
HEB-160	1257,1	1175,3	1093,0	1005,7	911,6	812,3	713,0	619,6	536,3	464,4	403,7	352,7	310,1	274,2	243,9
HEB-180	1523,6	1435,8	1349,0	1258,6	1162,1	1059,3	952,8	847,5	748,3	658,4	579,4	511,1	452,6	402,6	359,8
HEB-200	1833,8	1738,4	1644,9	1549,1	1447,9	1340,4	1227,5	1112,3	999,3	892,7	795,4	708,6	632,4	566,0	508,4
HEB-220	2148,9	2047,4	1948,7	1848,6	1744,4	1634,3	1518,1	1397,6	1275,9	1157,0	1044,4	940,8	847,2	763,8	690,0
HEB-240	2512,0	2402,7	2296,9	2190,7	2081,2	1966,4	1845,4	1719,0	1589,3	1459,4	1333,0	1213,2	1102,1	1000,9	909,8
HEB-260	2815,4	2702,0	2592,6	2483,5	2371,9	2255,9	2134,2	2006,9	1874,9	1740,6	1607,0	1477,2	1353,9	1239,1	1133,5
HEB-280	3133,7	3016,0	2902,7	2790,4	2676,4	2558,7	2435,9	2307,6	2174,1	2036,8	1898,1	1760,7	1627,5	1500,7	1382,0
HEB-300	3564,8	3439,3	3318,7	3199,6	3079,4	2956,2	2828,4	2695,1	2556,4	2413,0	2266,6	2119,6	1974,4	1833,8	1699,8
HEB-320	3856,3	3720,4	3589,7	3460,7	3330,5	3197,0	3058,5	2914,1	2763,8	2608,4	2449,8	2290,4	2133,3	1981,1	1836,0
HEB-340	4085,1	3940,4	3801,3	3663,9	3525,2	3382,9	3235,2	3081,2	2920,8	2755,1	2586,1	2416,5	2249,4	2087,8	1933,9
HEB-360	4316,2	4162,6	4014,9	3869,0	3721,6	3570,3	3413,3	3249,5	3079,0	2902,8	2723,2	2543,1	2366,0	2194,8	2032,1
HEB-400	4725,0	4554,7	4391,0	4229,0	4065,4	3897,1	3722,2	3539,7	3349,7	3153,6	2954,0	2754,5	2558,8	2370,3	2191,8
HEB-450	5205,8	5016,7	4834,7	4654,7	4472,6	4285,2	4090,3	3886,9	3675,1	3456,6	3234,6	3013,0	2796,1	2587,8	2390,9
HEB-500	5696,0	5487,4	5286,7	5088,1	4887,0	4679,9	4464,4	4239,3	4004,9	3763,4	3518,3	3274,1	3035,5	2806,9	2591,3
HEB-550	6062,9	5838,0	5621,5	5407,0	5189,6	4965,4	4731,9	4487,8	4233,8	3972,4	3707,6	3444,6	3188,6	2944,2	2714,5
HEB-600	6439,0	6197,0	5964,0	5733,0	5498,5	5256,4	5003,9	4739,9	4465,3	4183,0	3897,7	3615,3	3341,5	3080,9	2837,0
HEB-650	6824,2	6564,6	6314,5	6066,2	5814,0	5553,2	5281,0	4996,2	4700,1	4396,1	4089,8	3787,4	3495,3	3218,3	2960,0
HEB-700	7298,2	7015,7	6743,5	6473,0	6197,6	5912,4	5614,3	5302,3	4978,1	4646,1	4312,6	3985,0	3670,1	3373,0	3097,2
HEB-800	7951,5	7635,4	7330,5	7026,9	6716,9	6395,0	6057,8	5704,8	5338,6	4965,1	4592,3	4228,8	3882,1	3557,7	3258,6
HEB-900	8825,9	8467,3	8121,1	7775,8	7422,3	7054,4	6668,5	6264,4	5846,0	5420,9	4998,9	4590,0	4202,8	3842,8	3512,8
HEB-1000	9498,9	9104,3	8723,1	8342,0	7951,0	7543,2	7114,7	6666,1	6202,7	5733,9	5271,3	4826,2	4407,6	4020,9	3668,6

[366] Capacidad axil de los perfiles HEB a compresión, considerando pandeo sobre el eje z-z'. Los perfiles con fondo amarillo se corresponden con los de clase 4. Se debe estudiar en estos casos la reducción producida por inestabilidades de alas/alma.

Axil kN	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000	5500	6000	6500	7000	7500
IPE-100	10502,4	10203,2	9916,1	9635,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IPE-120	11186,2	10869,7	10565,8	10268,7	9973,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IPE-140	11877,3	11543,2	11222,5	10909,0	10597,6	10284,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IPE-160	12833,2	12476,3	12133,6	11798,7	11466,4	11132,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IPE-180	13728,9	13348,4	12983,2	12626,3	12272,2	11916,2	11554,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IPE-200	14975,4	14560,9	14162,9	13774,1	13388,3	13000,4	12606,3	12202,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IPE-220	16396,2	15945,5	15512,8	15090,2	14670,9	14249,7	13821,9	13383,9	12932,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IPE-240	17971,3	17480,3	17009,0	16548,6	16092,1	15633,6	15168,1	14691,8	14201,5	13695,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IPE-270	20065,7	19523,3	19002,5	18494,0	17990,0	17484,2	16971,1	16446,5	15906,8	15350,0	14775,2	0,0	0,0	0,0	0,0
IPE-300	24076,9	23437,3	22823,1	22223,7	21630,1	21034,9	20432,0	19816,2	19183,6	18531,5	17858,6	17165,6	0,0	0,0	0,0
IPE-330	29726,7	28955,4	28214,7	27492,0	26777,1	26061,4	25337,6	24599,6	23842,6	23063,2	22259,6	21431,9	20582,3	0,0	0,0
IPE-360	9052,9	8775,1	8508,5	8247,1	7986,1	7721,8	7450,9	7171,2	6881,3	6580,9	6270,9	5953,4	5631,8	5310,2	0,0
IPE-400	14622,1	14186,9	13769,1	13360,0	12952,4	12540,5	12119,6	11685,9	11237,2	10772,4	10292,5	9799,9	9299,0	8795,5	0,0
IPE-450	16980,8	16481,6	16002,4	15533,3	15066,4	14594,9	14113,6	13618,2	13106,0	12575,7	12027,9	11465,2	10892,4	10315,4	9741,2
IPE-500	19678,3	19107,0	18558,6	18022,0	17488,2	16949,8	16400,7	15836,0	15252,6	14648,8	14025,1	13384,1	12730,6	12071,2	11413,5
IPE-550	22959,6	22305,0	21676,6	21062,0	20451,3	19836,2	19209,6	18566,3	17902,3	17215,6	16506,3	15776,7	15031,6	14278,0	13523,9
IPE-600	27116,7	26359,7	25632,9	24922,7	24217,7	23508,6	22787,5	22048,4	21286,5	20499,3	19686,2	18849,3	17993,3	17125,2	16253,7
IPE-750-147	9830,3	9536,8	9255,0	8978,9	8703,9	8425,9	8141,7	7848,8	7545,7	7231,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IPE-750-173	10485,7	10162,6	9852,4	9548,2	9244,5	8936,8	8621,3	8295,5	7957,7	7607,5	7246,2	0,0	0,0	0,0	0,0
IPE-750-196	11351,2	11013,2	10688,8	10371,0	10054,5	9734,6	9407,6	9070,8	8722,2	8361,2	7988,4	7605,8	0,0	0,0	0,0

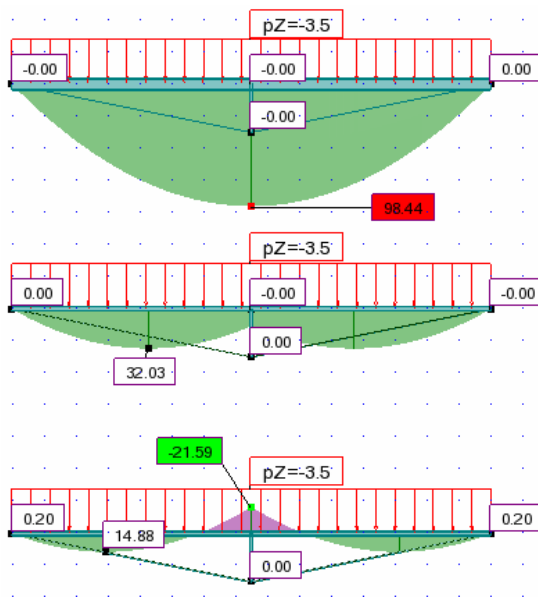
[367] Capacidad axil de los perfiles IPE a compresión, considerando pandeo sobre el eje z-z'. Los perfiles con fondo amarillo se corresponden con los de clase 4. Se debe estudiar en estos casos la reducción producida por inestabilidades de alas/alma.

Axil kN	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000	5500	6000	6500	7000	7500
IPN-100	7472,2	7220,9	6979,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IPN-120	9154,1	8849,0	8555,9	8267,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IPN-140	4107,8	3990,1	3877,1	3766,6	3656,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IPN-160	4524,8	4395,6	4271,5	4150,2	4029,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IPN-180	4968,7	4827,5	4692,0	4559,5	4427,9	4295,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IPN-200	5499,1	5343,4	5193,9	5047,7	4902,6	4756,4	4607,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IPN-220	6029,7	5859,6	5696,4	5536,8	5378,3	5218,7	5056,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IPN-240	5731,6	5577,3	5429,2	5284,5	5141,2	4997,3	4851,5	4702,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IPN-260	6647,6	6470,2	6299,8	6133,5	5968,8	5803,7	5636,3	5465,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IPN-280	7261,1	7067,8	6882,3	6701,2	6521,8	6342,0	6159,8	5973,7	5782,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IPN-300	8075,9	7862,4	7657,5	7457,5	7259,5	7061,0	6860,0	6654,8	6444,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IPN-320	8842,4	8609,9	8386,8	8169,0	7953,4	7737,4	7518,8	7295,7	7066,6	6830,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IPN-340	9637,6	9385,2	9142,9	8906,4	8672,4	8438,0	8200,8	7958,7	7710,3	7454,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IPN-360	10673,6	10396,7	10130,8	9871,3	9614,7	9357,7	9097,9	8832,9	8561,2	8281,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
IPN-380	11764,6	11461,0	11169,5	10885,2	10604,0	10322,5	10038,0	9748,0	9450,6	9144,6	8829,1	0,0	0,0	0,0	0,0
IPN-400	12974,9	12642,7	12323,7	12012,5	11704,8	11397,0	11086,0	10769,3	10444,6	10110,6	9766,4	0,0	0,0	0,0	0,0
IPN-450	14243,8	13882,0	13534,5	13195,6	12860,6	12525,7	12187,4	11843,0	11490,3	11127,6	10753,9	10369,1	0,0	0,0	0,0
IPN-500	15685,9	15291,5	14912,6	14543,2	14178,2	13813,5	13445,4	13070,9	12687,6	12293,7	11888,0	11470,3	11041,2	0,0	0,0
IPN-550	16955,0	16531,2	16124,0	15727,1	15335,0	14943,3	14548,1	14146,2	13735,0	13312,6	12877,6	12429,9	11969,8	11499,2	11020,6

[368] Capacidad axil de los perfiles IPN a compresión, considerando pandeo sobre el eje z-z'.

OBTENCIÓN DE LOS ESFUERZOS EN FUNCIÓN DE LA RIGIDEZ. VIGA SIMPLE CON CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA, SIN PRETENSAR

La única diferencia que existe con el caso de una carga concentrada se halla en el distinto diagrama de flectores de la viga, debido a la carga repartida. Dicho diagrama depende de la rigidez del soporte central y se corresponde con el de una barra empotrada articulada si el sistema de tirantes es infinitamente rígido y con el de media barra biarticulada si dicho sistema tiene una rigidez muy pequeña. Lo que siempre se respeta es que el diagrama es simétrico cuando la carga repartida es de valor constante y se aplica de extremo a extremo.



{369} Tres diagramas de momentos del cordón superior de un mismo problema. La diferencia se encuentra en la rigidez relativa de las barras en cada caso (imagen del autor).

Para analizar la parte de fuerza que se transmite por la viga y la que lo hace por el sistema de cables, recuperamos el inicio del presente capítulo. Recordemos que se hallaban dos ecuaciones de deformación y se igualaban. En este caso, la segunda ecuación [66] y la ecuación [68] seguirán siendo válidas; sin embargo, la ecuación [61] ha de ser sustituida por la [83]:

$$[82] \quad \delta_{vV} = \frac{5 \cdot P_v \cdot B^4}{384 \cdot E \cdot I_v} - \frac{F_{SB} \cdot B^3}{48 \cdot E \cdot I_v}$$

$$\delta_{vV} = \frac{B^3}{48 \cdot E \cdot I_v} \left(\frac{5 \cdot P_v \cdot B}{8} - F_{SB} \right)$$

[83] Fórmula de la deformación máxima de una viga sometida a una carga uniformemente repartida.

El primer término corresponde a la deformación del punto central de una viga sometida a una fuerza uniformemente repartida. El segundo, a la deformación, de sentido opuesto, que le induce el sistema de barras inferior en función de su rigidez.

En la fórmula [83], el significado de los términos es el mismo que en la [66], siendo:

P_v la carga uniformemente distribuida sobre el cordón superior.

Así, podemos igualar las dos ecuaciones, la [83] y la [66], como se puede comprobar a continuación:

$$[84] \quad \frac{B^3}{24 \cdot I_v} \left(\frac{5 \cdot P_v \cdot B}{8} - F_{SB} \right) = \frac{F_{SB} \cdot L_B}{\cos^2 \beta \cdot A_B}$$

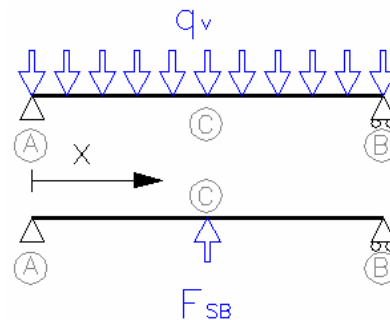
En la ecuación [84] no hay más que una incógnita, F_{SB} , por lo que no hace falta otra ecuación para resolverla. Despejando:

$$[85] \quad F_{SB} = \frac{5 \cdot P_v \cdot B^4}{192 \cdot I_v \cdot \left(\frac{L_B}{\cos^2 \beta \cdot A_B} + \frac{B^3}{24 \cdot I_v} \right)}$$

En este caso, a diferencia del de la carga concentrada, nos hará falta saber el diagrama de momentos de la viga superior, tal como se aprecia en la figura {369}. También queda conocer la ecuación de la elástica.

$$[86] \quad M_{AC} = \frac{q_v \cdot x}{2} (B - x) - \frac{F_{SB} \cdot x}{2}$$

$$[87] \quad Y_{AC} = \frac{q_v \cdot x}{24 \cdot E \cdot I_v} (x^3 - 2 \cdot B \cdot x^2 + B^3) - \frac{F_{SB} \cdot B^2 \cdot x}{16 \cdot E \cdot I_v} \left(1 - \frac{4}{3} \frac{x^2}{B^2} \right)$$



{370} Términos empleados para las ecuaciones [86] y [87] (imagen del autor).

Si queremos saber cuál es el máximo momento en el tramo, buscamos la primera derivada de [86] y la igualamos a cero:

$$[88] \quad \frac{q_v \cdot B}{2} - q_v \cdot x - \frac{F_{SB}}{2} = 0$$

$$[89] \quad x = \frac{-F_{SB}}{2 \cdot q_v} + \frac{B}{2}$$

Este valor de x se ha de sustituir en la ecuación [86].

Como puede ser que el negativo resulte mayor que el positivo, se ha de determinar el valor para B/2 en la ecuación [86] y compararlo en valor absoluto con [89]. La ecuación [90] precisamente resuelve B/2 en [86]:

$$[90] \quad M_{AC} = \frac{q_v \cdot B^2}{8} - \frac{F_{SB} \cdot B}{4}$$

Para verificar la deformación de los tramos entre soporte y montante, podemos derivar la ecuación [87]:

$$[91] \quad Y_{AC} = \left(\frac{q_v}{6 \cdot E \cdot I_v} \right) \cdot x^3 + \left(\frac{F_{SB} - B \cdot q_v}{4 \cdot E \cdot I_v} \right) \cdot x^2 + \frac{B^3 \cdot q_v}{24 \cdot E \cdot I_v} - \frac{F_{SB} \cdot B^2}{16 \cdot E \cdot I_v}$$

Iguálándola a 0, encontramos la máxima deformación entre 0 y B/2. Debemos hallar la flecha relativa, restando la mitad de la deformación del punto medio y comparándola con la mitad de B.

Si, por último, queremos hallar el cortante de la viga en cada extremo, usamos la siguiente expresión:

$$[92] \quad R_A = \frac{P_v \cdot B - F_{SB}}{2}$$

Al igual que en el caso anterior, nos interesaría disponer de una formulación para conocer la inercia del sistema, a cuyas propiedades es inherente; así, nos preguntamos si podemos usar la anterior expresión [75]. Si seguimos un proceso parecido al del caso anterior, pero ahora con las expresiones [83] y [85], y las igualamos a la expresión general de la deformación de una viga, obtendremos la siguiente:

$$[93] \quad I = \frac{I_v}{\left(\frac{1}{8} - \frac{B^3}{192 \cdot I_v \cdot \left(\frac{L_B}{\cos^2 \beta \cdot A_B} + \frac{B^3}{24 \cdot I_v} \right)} \right)}$$

Esta expresión dista mucho de la claridad del anterior caso; no obstante, se puede llegar a programar.

Ejercicio de ejemplo:

Calcular la parte de carga que se transmite por el sistema de barras inferior para una viga Fink de 15.000 mm de luz y con un montante central de 1.500 mm de canto. El cordón superior es un HEB-140, el montante central es un HEB-100, las diagonales son $\phi 40$ mm, todos ellos de acero calidad S-275. La carga repartida es de 5 kN/m. Calcular también la deformación, así como el diagrama de momentos del cordón superior.

Aplicando la expresión [85] tenemos:

$$F_{SB} = \frac{5,5 \text{ N/mm} \cdot (15.000 \text{ mm})^4}{192 \cdot 1.509 \cdot 10^4 \text{ mm}^4 \cdot \left(\frac{7.648,5 \text{ mm}}{\cos^2 78,69 \cdot 1.257 \text{ mm}^2} + \frac{(15.000 \text{ mm})^3}{24 \cdot 1.509 \cdot 10^4 \text{ mm}^4} \right)}$$

$$F_{SB} = 46,10 \text{ kN}$$

Y, en cuanto a la deformación, aplicamos [83]:

$$\delta_{vV} = \frac{(15.000 \text{ mm})^3}{48 \cdot 210.000 \text{ N/mm}^2 \cdot 1.509 \cdot 10^4 \text{ mm}^4} \cdot \left(\frac{5,5 \text{ N/mm}^2 \cdot 15.000 \text{ mm}}{8} - 46,100 \text{ N} \right)$$

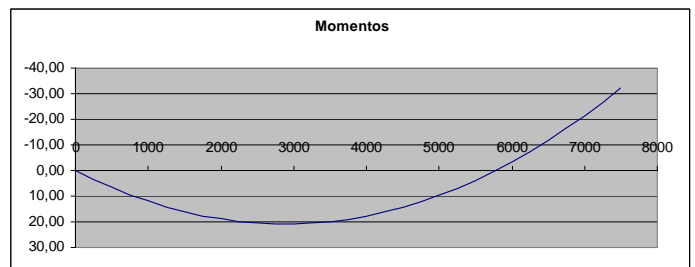
$$\delta_{vV} = 17,36 \text{ mm}$$

Si queremos obtener la gráfica de los momentos de media viga, podemos aplicar la ecuación [86]. Para hallar la deformada de esta media viga, usamos la ecuación [87]:

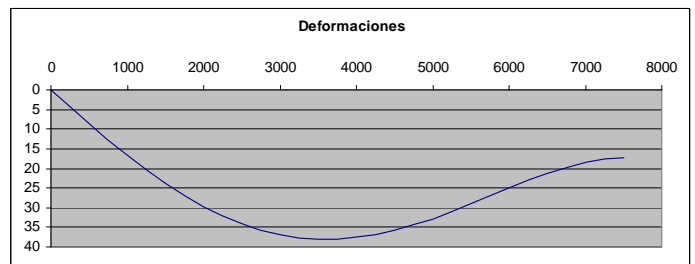
Punto	Momento	Deformación	Punto	Momento	Deformación
0	0,00	0	4.000	17,81	37,54
250	3,46	4,32	4.250	16,27	36,79
500	6,60	8,58	4.500	14,42	35,72
750	9,43	12,71	4.750	12,25	34,36
1.000	11,95	16,65	5.000	9,77	32,77
1.250	14,16	20,35	5.250	6,98	30,98
1.500	16,06	23,78	5.500	3,87	29,05
1.750	17,64	26,89	5.750	0,45	27,05
2.000	18,91	29,65	6.000	-3,28	25,04
2.250	19,86	32,04	6.250	-7,32	23,10
2.500	20,51	34,04	6.500	-11,68	21,30
2.750	20,84	35,64	6.750	-16,34	19,73
3.000	20,86	36,82	7.000	-21,32	18,49
3.250	20,57	37,59	7.250	-26,62	17,66
3.500	19,96	37,96	7.500	-32,22	17,36
3.750	19,05	37,94			

[371] Momentos y deformaciones de cada punto del cordón superior. Intervalos de 250 mm.

Todos estos puntos nos dan las siguientes gráficas en Excel:



[372] Diagrama de momentos de medio cordón superior (imagen del autor).



[373] Deformada de medio cordón superior (imagen del autor).

Comprobamos los valores máximos y mínimos de los momentos según [86] y [89].

$$x = \frac{-46,10 \cdot 10^3 \text{ N}}{2 \cdot 5 \text{ N/mm}} + \frac{15.000 \text{ mm}}{2} = 2.890 \text{ mm}$$

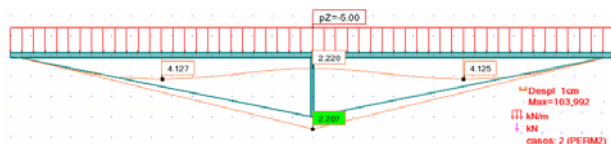
$$M_x = \frac{5 \text{ N/mm} \cdot 2.890 \text{ mm}}{2} (15.000 - 2.890) \text{ mm} - \frac{46,10 \cdot 10^3 \text{ N}}{2} \cdot 2.890 \text{ mm}$$

$$M_x = 20,89 \text{ kN} \cdot \text{m} \text{ (comprobar en [371])}$$

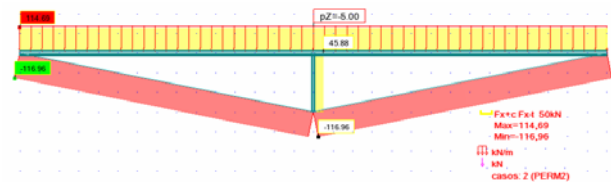
$$M_{AC} = \frac{5 \text{ N/mm} \cdot 7.500 \text{ mm}}{2} \cdot 7.500 \text{ mm} - \frac{46,10 \cdot 10^3 \text{ N}}{2} \cdot 7.500 \text{ mm}$$

$$M_x = -32,22 \text{ kN} \cdot \text{m} \text{ (comprobar en [371])}$$

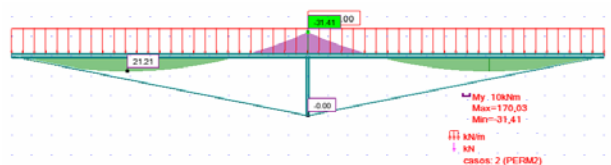
Para verificar que los resultados son correctos, modelamos un pórtico Autodesk Robot Structural Analysis Professional 2009:



{374} Pórtico de cálculo. Deformaciones en ELS (imagen del autor).



{375} Pórtico de cálculo. Diagrama de axiles en ELS (imagen del autor).



{376} Pórtico de cálculo. Diagrama de momentos en ELS (imagen del autor).

	Manual	Robot	Nivel de precisión
Deformación	17,36 mm	22,07 mm	127,13%
Axil de sistema barras	46,10 kN	45,88 kN	99,52%
Momentos	-32,22 kNm	-29,38 kNm	91,19%

{377} Comparación del método manual frente al de Robot.

En la comparación de la tabla {377}, se puede apreciar que el esfuerzo axil es casi exacto. En cuestión de deformaciones, los resultados presentan cierta diferencia que es aceptable. Se ha comprobado que esta diferencia crece cuando la barra superior es de débil sección, pero la fórmula es correcta. No obstante, los momentos también son bastante aproximados.

Por último, comprobamos la inercia mediante la fórmula [93]:

$$I = \frac{1.509 \cdot 10^4 \text{ mm}^4}{\left(\frac{1}{8} - \frac{15.000^3}{192 \cdot 1.509 \cdot 10^4 \text{ mm}^4 \cdot \left(\frac{7.648,5 \text{ mm}}{\cos^2 78.69 \cdot 1.257 \text{ mm}^2} + \frac{15.000^3}{24 \cdot 1.509 \cdot 10^4 \text{ mm}^4} \right)} \right)}$$

PREDIMENSIONADO DE VIGAS FINK SIMPLES CON CARGA REPARTIDA, SIN PRETENSAR

Igual que hicimos en el caso de la viga Fink simple con carga concentrada, desarrollamos unas tablas para el ejemplo que nos ocupa, para así poder establecer paralelismos con el caso anterior. En estas tablas, que son completamente distintas de formulación a las anteriores, se incluye el peso propio por metro lineal, que varía en cada situación, y la flecha de los puntos medios, que se resuelve en función de la perfiles.

l ft.	B=	a=	Lb=	Alfa=	Beta=	Cos beta=	perfil:	$\phi=$	Ft=	Ft+pp	flecha	flecha	fy	cr viga	cr rodó	perfil:	cr mont	Kilos total
1000	15000	0	7500,0	0,00	90,00	0,0000	HEB-800	8	10	12,6	1360	2585	275	0,15	0,00	HEB-100	#DIV/0!	3935,9
1000	15000	100	7500,7	0,76	89,24	0,0133	HEB-800	8	10	12,6	1360	2586	275	0,15	0,02	HEB-100	0,00	3938,0
1000	15000	200	7502,7	1,53	88,47	0,0267	HEB-800	8	10	12,6	1360	2587	275	0,15	0,05	HEB-100	0,00	3940,0
1000	15000	300	7506,0	2,29	87,71	0,0400	HEB-700	40	10	12,4	1004	1909	275	0,16	0,10	HEB-100	0,00	3769,2
1000	15000	400	7510,7	3,05	86,95	0,0533	HEB-700	32	10	12,4	1006	1913	275	0,16	0,13	HEB-100	0,00	3718,0
1000	15000	500	7516,6	3,81	86,19	0,0665	HEB-650	100	10	12,3	1075	2018	275	0,17	0,15	HEB-100	0,06	4312,1
1000	15000	600	7524,0	4,57	85,43	0,0797	HEB-600	100	10	12,1	1042	1936	275	0,18	0,18	HEB-100	0,08	4120,0
1000	15000	700	7532,6	5,33	84,67	0,0929	HEB-550	100	10	12	1049	1917	275	0,18	0,21	HEB-100	0,11	3928,1
1000	15000	800	7542,5	6,09	83,91	0,1061	HEB-500	100	10	11,9	1095	1946	275	0,18	0,23	HEB-100	0,14	3751,4
1000	15000	900	7553,8	6,84	83,16	0,1191	HEB-320	100	10	11,3	1011	1453	275	0,28	0,28	HEB-100	0,19	2854,8
1000	15000	1000	7566,4	7,59	82,41	0,1322	HEB-240	100	10	10,8	1175	1064	275	0,50	0,27	HEB-100	0,21	2201,4
1000	15000	1100	7580,2	8,34	81,66	0,1451	HEB-240	90	10	10,8	1146	1054	275	0,47	0,30	HEB-100	0,21	2027,5
1000	15000	1200	7595,4	9,09	80,91	0,1580	HEB-240	80	10	10,8	1074	1025	275	0,45	0,35	HEB-100	0,21	1871,9
1000	15000	1300	7611,8	9,83	80,17	0,1708	HEB-220	100	10	10,7	1924	1037	275	0,59	0,21	HEB-100	0,22	2037,6
1000	15000	1400	7629,5	10,57	79,43	0,1835	HEB-220	90	10	10,7	1797	1020	275	0,57	0,24	HEB-100	0,22	1863,1
1000	15000	1500	7648,5	11,31	78,69	0,1961	HEB-220	90	10	10,7	2042	1058	275	0,56	0,23	HEB-100	0,22	1867,0
1000	15000	1600	7668,8	12,04	77,96	0,2086	HEB-220	90	10	10,7	2301	1092	275	0,54	0,21	HEB-100	0,23	1871,1
1000	15000	1700	7690,3	12,77	77,23	0,2211	HEB-220	80	10	10,7	2039	1063	275	0,53	0,25	HEB-100	0,23	1714,1
1000	15000	1800	7713,0	13,50	76,50	0,2334	HEB-220	80	10	10,7	2262	1094	275	0,52	0,24	HEB-100	0,23	1717,9
1000	15000	1900	7736,9	14,22	75,78	0,2456	HEB-220	70	10	10,7	1917	1053	275	0,50	0,30	HEB-100	0,23	1578,7
1000	15000	2000	7762,1	14,93	75,07	0,2577	HEB-220	70	10	10,7	2100	1081	275	0,50	0,29	HEB-100	0,24	1582,3
1000	15000	2100	7788,5	15,64	74,36	0,2696	HEB-220	60	10	10,7	1691	1023	275	0,48	0,37	HEB-100	0,24	1461,1
1000	15000	2200	7816,0	16,35	73,65	0,2815	HEB-220	60	10	10,7	1834	1051	275	0,48	0,35	HEB-100	0,24	1464,3
1000	15000	2300	7844,7	17,05	72,95	0,2932	HEB-220	60	10	10,7	1979	1076	275	0,47	0,34	HEB-100	0,25	1467,7
1000	15000	2400	7874,6	17,74	72,26	0,3048	HEB-220	60	10	10,7	2128	1101	275	0,47	0,33	HEB-100	0,25	1471,0
1000	15000	2500	7905,7	18,43	71,57	0,3162	HEB-220	50	10	10,7	1594	1021	275	0,45	0,45	HEB-100	0,26	1367,2
1000	15000	2600	7937,9	19,12	70,88	0,3275	HEB-220	60	10	10,7	2433	1145	275	0,46	0,31	HEB-100	0,26	1477,9
1000	15000	2700	7971,2	19,80	70,20	0,3387	HEB-220	50	10	10,7	1808	1068	275	0,45	0,42	HEB-100	0,27	1373,3

[378] Cálculo de la viga Fink con una limitación de $L/1.000$. Resultados entre $90^\circ < \beta < 70^\circ$.

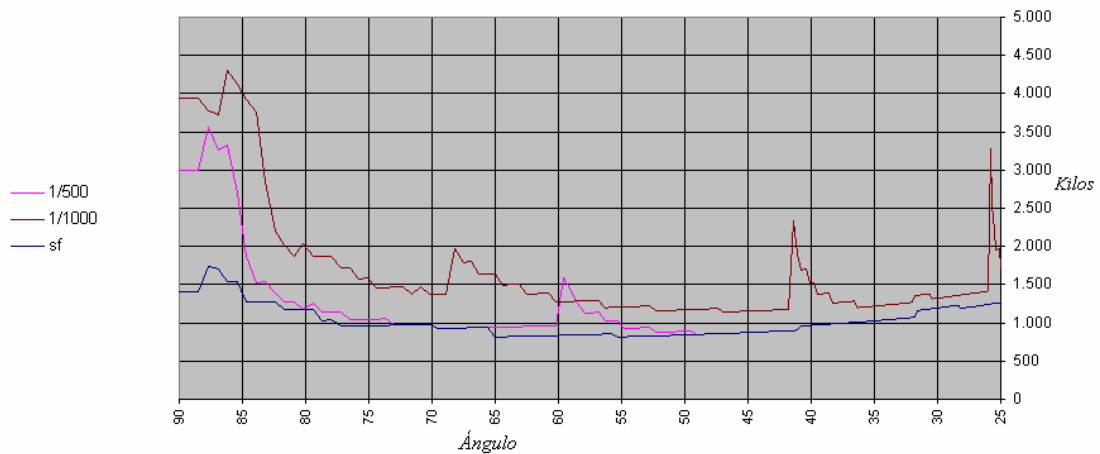
En la columna Ft se indica la carga de 10 kN/m, que es siempre la misma en todos los casos. En la columna Ft+pp se indica la carga más el peso propio del cordón superior de cada caso, que varía según la sección necesaria. La primera columna denominada “flecha” se refiere a la flecha del punto medio de toda la viga; mientras que la segunda se refiere a la flecha máxima de la mitad de cada cordón. En las columnas cr viga, cr montante y cr rodó, se calcula cada perfil con la curva correspondiente de pandeo, teniendo en cuenta el Eurocódigo.

l ft.	B=	a=	Lb=	Alfa=	Beta=	Cos beta=	perfil:	$\phi=$	Ft=	Ft+pp	flecha	flecha	fy	cr viga	cr rodó	perfil:	cr mont	Kilos total
500	15000	0	7500,0	0,00	90,00	0,0000	HEB-550	8	10	12	545	1036	275	0,23	0,00	HEB-100	#DIV/0!	2990,9
500	15000	100	7500,7	0,76	89,24	0,0133	HEB-550	8	10	12	545	1036	275	0,23	0,06	HEB-100	0,00	2993,0
500	15000	200	7502,7	1,53	88,47	0,0267	HEB-550	8	10	12	545	1037	275	0,23	0,12	HEB-100	0,00	2995,0
500	15000	300	7506,0	2,29	87,71	0,0400	HEB-500	90	10	11,9	508	959	275	0,27	0,19	HEB-100	0,04	3660,8
500	15000	400	7510,7	3,05	86,95	0,0533	HEB-500	70	10	11,9	514	969	275	0,26	0,25	HEB-100	0,04	3267,0
500	15000	500	7516,6	3,81	86,19	0,0665	HEB-450	90	10	11,7	541	998	275	0,27	0,30	HEB-100	0,09	3326,0
500	15000	600	7524,0	4,57	85,43	0,0797	HEB-300	100	10	11,2	507	818	275	0,41	0,38	HEB-100	0,17	2695,0
500	15000	700	7532,6	5,33	84,67	0,0929	HEB-200	100	10	10,6	596	543	275	0,98	0,37	HEB-100	0,20	1862,6
500	15000	800	7542,5	6,09	83,91	0,1061	HEB-200	80	10	10,6	500	500	275	0,88	0,51	HEB-100	0,20	1531,1
500	15000	900	7553,8	6,84	83,16	0,1191	HEB-200	80	10	10,6	624	555	275	0,85	0,46	HEB-100	0,20	1534,0
500	15000	1000	7566,4	7,59	82,41	0,1322	HEB-200	70	10	10,6	588	542	275	0,79	0,54	HEB-100	0,20	1397,1
500	15000	1100	7580,2	8,34	81,66	0,1451	HEB-200	60	10	10,6	523	514	275	0,74	0,66	HEB-100	0,20	1278,4
500	15000	1200	7595,4	9,09	80,91	0,1580	HEB-200	60	10	10,6	614	555	275	0,72	0,61	HEB-100	0,21	1281,1
500	15000	1300	7611,8	9,83	80,17	0,1708	HEB-200	50	10	10,6	502	506	275	0,67	0,81	HEB-100	0,21	1180,7
500	15000	1400	7629,5	10,57	79,43	0,1835	HEB-180	70	10	10,5	1103	524	275	0,98	0,39	HEB-100	0,22	1257,5
500	15000	1500	7648,5	11,31	78,69	0,1961	HEB-180	60	10	10,5	926	502	275	0,94	0,50	HEB-100	0,22	1138,1
500	15000	1600	7668,8	12,04	77,96	0,2086	HEB-180	60	10	10,5	1043	519	275	0,92	0,47	HEB-100	0,22	1141,1
500	15000	1700	7690,3	12,77	77,23	0,2211	HEB-180	60	10	10,5	1166	534	275	0,90	0,44	HEB-100	0,22	1144,1
500	15000	1800	7713,0	13,50	76,50	0,2334	HEB-180	50	10	10,5	904	503	275	0,87	0,60	HEB-100	0,23	1042,5
500	15000	1900	7736,9	14,22	75,78	0,2456	HEB-180	50	10	10,5	996	518	275	0,86	0,58	HEB-100	0,23	1045,3
500	15000	2000	7762,1	14,93	75,07	0,2577	HEB-180	50	10	10,5	1091	531	275	0,85	0,55	HEB-100	0,23	1048,1
500	15000	2100	7788,5	15,64	74,36	0,2696	HEB-180	50	10	10,5	1189	544	275	0,84	0,53	HEB-100	0,24	1050,9
500	15000	2200	7816,0	16,35	73,65	0,2815	HEB-180	50	10	10,5	1290	555	275	0,83	0,50	HEB-100	0,24	1053,8
500	15000	2300	7844,7	17,05	72,95	0,2932	HEB-180	40	10	10,5	898	511	275	0,80	0,75	HEB-100	0,24	969,7
500	15000	2400	7874,6	17,74	72,26	0,3048	HEB-180	40	10	10,5	965	523	275	0,79	0,72	HEB-100	0,25	972,3
500	15000	2500	7905,7	18,43	71,57	0,3162	HEB-180	40	10	10,5	1034	534	275	0,78	0,70	HEB-100	0,25	975,0
500	15000	2600	7937,9	19,12	70,88	0,3275	HEB-180	40	10	10,5	1103	545	275	0,78	0,67	HEB-100	0,26	977,6
500	15000	2700	7971,2	19,80	70,20	0,3387	HEB-180	40	10	10,5	1174	555	275	0,77	0,65	HEB-100	0,26	980,3

[379] Cálculo de la viga Fink con una limitación de $L/500$. Resultados entre $90^\circ < \beta < 70^\circ$.

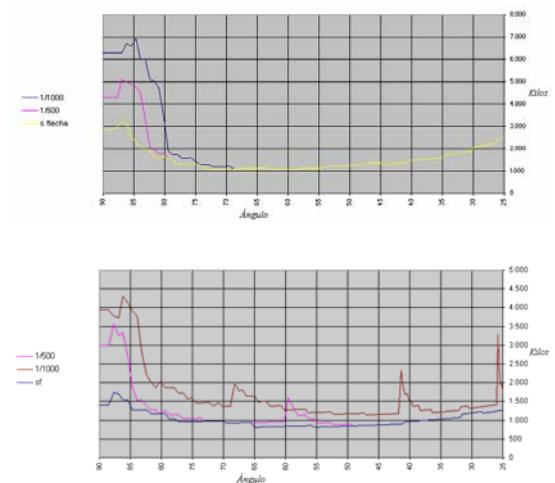
l ft:	B=	a=	Lb=	Alfa=	Beta=	Cos beta=	perfil:	$\phi=$	Ft=	Ft+ppflecha	flecha	fy	cr viga	cr rodo	perfil:	cr mont	Kilos total	
0	15000	0	7500,0	0,00	90,00	0,0000	HEB-260	8	10	10,9	65	124	275	0,91	0,00	HEB-100	#DIV/0!	1400,9
0	15000	100	7500,7	0,76	89,24	0,0133	HEB-260	8	10	10,9	65	124	275	0,92	0,49	HEB-100	0,00	1403,0
0	15000	200	7502,7	1,53	88,47	0,0267	HEB-260	8	10	10,9	66	125	275	0,92	0,98	HEB-100	0,00	1405,0
0	15000	300	7506,0	2,29	87,71	0,0400	HEB-260	60	10	10,9	102	189	275	0,85	0,94	HEB-100	0,08	1734,3
0	15000	400	7510,7	3,05	86,95	0,0533	HEB-240	70	10	10,8	140	244	275	0,87	0,91	HEB-100	0,14	1710,0
0	15000	500	7516,6	3,81	86,19	0,0665	HEB-220	70	10	10,7	178	284	275	0,93	0,90	HEB-100	0,17	1536,9
0	15000	600	7524,0	4,57	85,43	0,0797	HEB-220	70	10	10,7	240	358	275	0,82	0,80	HEB-100	0,18	1539,3
0	15000	700	7532,6	5,33	84,67	0,0929	HEB-200	60	10	10,6	231	316	275	0,94	0,96	HEB-100	0,19	1268,2
0	15000	800	7542,5	6,09	83,91	0,1061	HEB-200	60	10	10,6	293	370	275	0,86	0,87	HEB-100	0,19	1270,6
0	15000	900	7553,8	6,84	83,16	0,1191	HEB-200	60	10	10,6	362	421	275	0,79	0,79	HEB-100	0,19	1273,2
0	15000	1000	7566,4	7,59	82,41	0,1322	HEB-200	60	10	10,6	439	469	275	0,75	0,72	HEB-100	0,20	1275,8
0	15000	1100	7580,2	8,34	81,66	0,1451	HEB-200	50	10	10,6	371	428	275	0,70	0,93	HEB-100	0,20	1175,6
0	15000	1200	7595,4	9,09	80,91	0,1580	HEB-200	50	10	10,6	434	468	275	0,68	0,86	HEB-100	0,20	1178,1
0	15000	1300	7611,8	9,83	80,17	0,1708	HEB-200	50	10	10,6	502	506	275	0,67	0,81	HEB-100	0,21	1180,7
0	15000	1400	7629,5	10,57	79,43	0,1835	HEB-200	50	10	10,6	574	540	275	0,66	0,76	HEB-100	0,21	1183,3
0	15000	1500	7648,5	11,31	78,69	0,1961	HEB-180	50	10	10,5	649	451	275	0,91	0,71	HEB-100	0,22	1034,4
0	15000	1600	7668,8	12,04	77,96	0,2086	HEB-180	50	10	10,5	730	470	275	0,90	0,67	HEB-100	0,22	1037,0
0	15000	1700	7690,3	12,77	77,23	0,2211	HEB-180	40	10	10,5	528	421	275	0,85	0,98	HEB-100	0,22	954,4
0	15000	1800	7713,0	13,50	76,50	0,2334	HEB-180	40	10	10,5	585	439	275	0,84	0,93	HEB-100	0,22	956,9
0	15000	1900	7736,9	14,22	75,78	0,2456	HEB-180	40	10	10,5	644	455	275	0,83	0,89	HEB-100	0,23	959,4
0	15000	2000	7762,1	14,93	75,07	0,2577	HEB-180	40	10	10,5	705	471	275	0,82	0,85	HEB-100	0,23	961,9
0	15000	2100	7788,5	15,64	74,36	0,2696	HEB-180	40	10	10,5	767	485	275	0,81	0,81	HEB-100	0,24	964,5
0	15000	2200	7816,0	16,35	73,65	0,2815	HEB-180	40	10	10,5	832	498	275	0,80	0,78	HEB-100	0,24	967,1
0	15000	2300	7844,7	17,05	72,95	0,2932	HEB-180	40	10	10,5	898	511	275	0,80	0,75	HEB-100	0,24	969,7
0	15000	2400	7874,6	17,74	72,26	0,3048	HEB-180	40	10	10,5	965	523	275	0,79	0,72	HEB-100	0,25	972,3
0	15000	2500	7905,7	18,43	71,57	0,3162	HEB-180	40	10	10,5	1034	534	275	0,78	0,70	HEB-100	0,25	975,0
0	15000	2600	7937,9	19,12	70,88	0,3275	HEB-180	40	10	10,5	1103	545	275	0,78	0,67	HEB-100	0,26	977,6
0	15000	2700	7971,2	19,80	70,20	0,3387	HEB-180	40	10	10,5	1174	555	275	0,77	0,65	HEB-100	0,26	980,3

{380} Cálculo de la viga Fink sin limitación de deformación. Resultados entre $90^\circ < \beta < 70^\circ$.



{381} Cálculo de la viga Fink: comparativa entre los tres casos. Resultados entre $90^\circ < \beta < 25^\circ$ (imagen del autor).

En la gráfica {381}, se puede observar un panorama muy diferente al de la gráfica {358}. Mientras que, para una carga concentrada, la deformación que dimensionaba la viga era la del punto central; en el segundo caso, hay dos deformaciones que afectan al cordón superior: la de dicho punto central y la de los puntos medios de cada uno de los dos tramos. Por eso, en el primer caso, las gráficas son exactas desde los 69° aproximadamente; mientras que, en el segundo, hay una gran dispersión entre las tres ecuaciones, con una diferencia mayor para ángulos grandes, en un ámbito de entre 55° a 20° .



{382} Gráficas: comparativa entre los tres casos. Resultados entre $90^\circ < \beta < 25^\circ$ (imagen del autor).

CONCLUSIONES AL CAPÍTULO

Frecuentemente, las vigas Fink no pretensadas se predimensionan efectuando una descomposición geométrica de fuerzas de la acción concreta, sin considerar la rigidez de sus miembros: como forma de acercamiento a la solución final no es errónea, pero puede darnos una visión imprecisa de la realidad. Con algunas fórmulas más, demostradas en el presente capítulo, se consigue una solución muy próxima a la final, sin necesidad de cálculos complicados.

Para calcular y predimensionar los montantes y cordones, se pueden utilizar las tablas {359} a {368}, pues son universales.

En todo este capítulo, se ha prescindido siempre del acortamiento del montante, así como del correspondiente al cordón superior. Se ha adoptado esta decisión para conseguir fórmulas más manejables y más comprensibles. Para tener en cuenta estos dos efectos, se puede estudiar el capítulo de análisis matricial, que desarrolla paso a paso un cálculo exacto.

A lo largo de todo el capítulo, se han establecido las fórmulas necesarias para efectuar un pretensado en los casos de una carga lineal uniformemente distribuida y de una carga central concentrada.

Cálculo matricial de vigas Fink

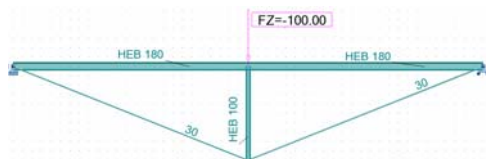
INTRODUCCIÓN

Los métodos de Ritter, primero, y de Cross y Morgan, después, fueron durante muchos años empleados por ingenieros y arquitectos de todo el mundo para poder obtener los esfuerzos de cualquier problema plano hiperestático, generalmente ortogonal. No fue hasta la llegada de los ordenadores personales, allá por los años 80, cuando se empezó a creer en los métodos de resolución de matrices como un sistema más fiable y cotidiano para el cálculo de estructuras. Hoy en día pocos consultores utilizan, por no decir saben, utilizar los antiguos métodos manuales que databan de 1930 (Cross-Morgan), tan sólo 50 años antes de la aparición de un sistema informático asequible.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA¹

Antes de empezar con el proceso teórico y numérico, vamos a resolver un problema con un programa comercial, el Robot Millennium 2009. Los resultados nos servirán para, al final, comparar las soluciones de los dos métodos.

Se trata de calcular los esfuerzos de una viga Fink de 10.000mm de largo, HEB-180, con un tornapuntas central HEB-100 de 2.000mm de longitud entre ejes. Las diagonales son redondos de diámetro 30 mm macizos. Todos los perfiles son de calidad S-275-JR.

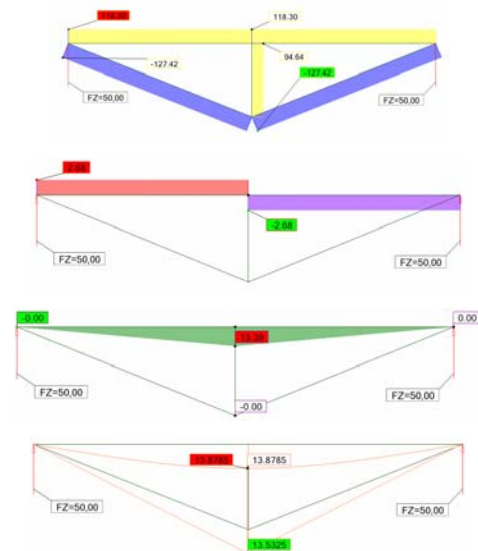


{383} Vista del problema en Robot Millennium. (Imagen del autor)

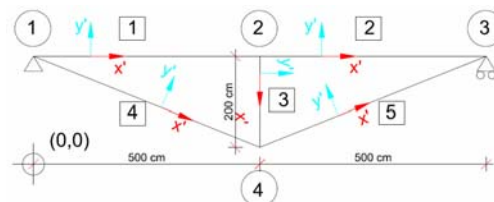
La carga puntual del centro es de 100kN de intensidad. No se aplica carga lineal para no complicar más el problema; sin embargo, cabe destacar que las problemáticas de la carga lineal y la puntual son muy similares; únicamente se ha de

distribuir los cortantes por los nudos en una fase inicial y, al final, “colgar” el diagrama isostático del hiperestático.

Una vez calculada la estructura, nos fijamos en las reacciones, los axiles, los cortantes, los momentos y las deformaciones, todos ellos en servicio. Estos resultados se muestran en las imágenes {384}, a excepción de las reacciones, porque está claro que sólo habrá reacción vertical en cada extremo y de 50kN de valor.



{384} Diagramas de resultados del programa Robot Millennium. (Imagen del autor)



{385} Esquema de la estructura. (Imagen del autor)

¹ Los cálculos han sido resueltos gracias a una hoja de cálculo realizada por el autor (Imagen del autor) a partir del libro ARGÜELLES ÁLVAREZ, RAMÓN. *Calculo Matricial de Estructuras en 1º y 2º orden. Teoría y problemas*. Editorial Bellisco. 1º Edición, Mayo 2005

Los datos del problema son:

L cordón:	10.000 mm	L del montante:	2.000 mm
Perfil Cordon:	HEB-180	Perfil montante:	HEB-100
Área cordón:	6.525 mm ²	Área montante:	2.604 mm ²
Inercia Cordon:	38.310.000 mm ⁴	Inercia montante:	4.495.000 mm ⁴
L diagonales:	5.099 mm	Carga:	-100.000 N
Diámetro:	30 mm	E (todas las barras):	210.000 N/mm ²
Área diagonal:	707 mm ²		
Inercia diagonal:	0,00000001 mm ⁴		

{386} Datos generales de la estructura.

Y las coordenadas de los nudos son:

NUDO	COORDENADAS		APOYO	dx	dy	giro
	Coord X	Coord Y				
1	0	2.000	Articulación	1	1	0
2	5.000	2.000	Libre	0	0	0
3	10.000	2.000	Apoyo vertical	1	1	0
4	5.000	0	Libre	0	0	0

{387} Coordenadas de los nudos del problema.

COMPOSICIÓN DE MATRICES

Así, podemos establecer la matriz de rigidez de las barras 1, 2 y 3, según un modelo de barra biempotrada:

F_{X1}	$\varepsilon \cdot \cos^2 \alpha + C_1 \cdot \rho \cdot \sin^2 \alpha$	$0,5 \cdot (\varepsilon - C_1 \cdot \rho) \cdot \sin 2\alpha$	$C_2 \cdot k \cdot \sin \alpha$	$-\varepsilon \cdot \cos^2 \alpha - C_3 \cdot \rho \cdot \sin^2 \alpha$	$-0,5 \cdot (\varepsilon - C_3 \cdot \rho) \cdot \sin 2\alpha$	$C_4 \cdot k \cdot \sin \alpha$	d_{X1}
F_{Y1}	$\varepsilon \cdot \sin^2 \alpha + C_1 \cdot \rho \cdot \cos^2 \alpha$	$-C_2 \cdot k \cdot \cos \alpha$	$-0,5 \cdot (\varepsilon - C_3 \cdot \rho) \cdot \sin 2\alpha$	$-\varepsilon \cdot \sin^2 \alpha - C_3 \cdot \rho \cdot \cos^2 \alpha$	$-C_4 \cdot k \cdot \cos \alpha$		d_{Y1}
M_{Z1}	$=C3:F1$	$=C3:F2$	$C_5 \cdot 2 \cdot \mu$	$-C_6 \cdot k \cdot \sin \alpha$	$C_6 \cdot k \cdot \cos \alpha$	$C_7 \cdot \mu$	G_{Z1}
F_{X2}	$=C4:F1$	$=C4:F2$	$=C4:F3$	$\varepsilon \cdot \cos^2 \alpha + C_8 \cdot \rho \cdot \sin^2 \alpha$	$0,5 \cdot (\varepsilon - C_8 \cdot \rho) \cdot \sin 2\alpha$	$-C_9 \cdot k \cdot \sin \alpha$	d_{X2}
F_{Y2}	$=C5:F1$	$=C5:F2$	$=C5:F3$	$=C5:F4$	$\varepsilon \cdot \sin^2 \alpha + C_8 \cdot \rho \cdot \cos^2 \alpha$	$C_9 \cdot k \cdot \cos \alpha$	d_{Y2}
M_{Z2}	$=C6:F1$	$=C6:F2$	$=C6:F3$	$=C6:F4$	$=C6:F5$	$C_{10} \cdot 2 \cdot \mu$	G_{Z2}

{388} Matriz de rigidez de una barra biempotrada.

Donde los términos no conocidos se explican a continuación:

$$C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C_5 = C_6 = C_7 = C_8 = C_9 = C_{10} = 1$$

$$\varepsilon = \frac{E \cdot A}{l}; \rho = 12 \cdot \frac{E \cdot I}{l^3}; k = 6 \cdot \frac{E \cdot I}{l^2}; \mu = 2 \cdot \frac{E \cdot I}{l}$$

α es el ángulo que forma la barra con la horizontal, negativo en sentido horario.

Entonces, para las barras uno y dos tenemos:

$$\varepsilon = \frac{E \cdot A}{l} = \frac{210.000 \text{ N/mm}^2 \cdot 6.525 \text{ mm}^2}{5.000 \text{ mm}} = 274.050 \text{ N/mm}$$

$$\rho = 12 \cdot \frac{E \cdot I}{l^3} = 12 \cdot \frac{210.000 \text{ N/mm}^2 \cdot 38.310 \cdot 10^3 \text{ mm}^4}{(5.000 \text{ mm})^3} = 772.3296 \text{ N/mm}$$

$$k = 6 \cdot \frac{E \cdot I}{l^2} = 6 \cdot \frac{210.000 \text{ N/mm}^2 \cdot 38.310 \cdot 10^3 \text{ mm}^4}{(5.000 \text{ mm})^2} = 1.930.824 \text{ N}$$

$$\mu = 2 \cdot \frac{E \cdot I}{l} = 2 \cdot \frac{210.000 \text{ N/mm}^2 \cdot 38.310 \cdot 10^3 \text{ mm}^4}{5.000 \text{ mm}} = 3.218.040.000 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$\cos \alpha = \cos(-180) = -1; \quad \sin \alpha = \sin(-180) = 0; \quad \sin 2\alpha = \sin(2 \cdot -180) = 0$$

Así pues, la matriz de la barra uno queda del siguiente modo:

$$\begin{Bmatrix} F_{X1} \\ F_{Y1} \\ M_{Z1} \\ F_{X2} \\ F_{Y2} \\ M_{Z2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 274.050 & 0 & 0 & -274.050 & 0 & 0 \\ 0 & 772,3296 & 1.930.824 & 0 & -772,3296 & 1.930.824 \\ 0 & 1.930.824 & 6.436.080.000 & 0 & -1.930.824 & 3.218.040.000 \\ -274.050 & 0 & 0 & 274.050 & 0 & 0 \\ 0 & -772,3296 & -1.930.824 & 0 & 772,3296 & -1.930.824 \\ 0 & 1.930.824 & 3.218.040.000 & 0 & -1.930.824 & 6.436.080.000 \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} d_{X1} \\ d_{Y1} \\ G_{Z1} \\ d_{X2} \\ d_{Y2} \\ G_{Z2} \end{Bmatrix}$$

{389} Matriz de rigidez de la barra 1.

Y para la barra dos, tendremos una matriz idéntica a la anterior:

$$\begin{Bmatrix} F_{X2} \\ F_{Y2} \\ M_{Z2} \\ F_{X3} \\ F_{Y3} \\ M_{Z3} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 274.050 & 0 & 0 & -274.050 & 0 & 0 \\ 0 & 772,3296 & 1.930.824 & 0 & -772,3296 & 1.930.824 \\ 0 & 1.930.824 & 6.436.080.000 & 0 & -1.930.824 & 3.218.040.000 \\ -274.050 & 0 & 0 & 274.050 & 0 & 0 \\ 0 & -772,3296 & -1.930.824 & 0 & 772,3296 & -1.930.824 \\ 0 & 1.930.824 & 3.218.040.000 & 0 & -1.930.824 & 6.436.080.000 \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} d_{X2} \\ d_{Y2} \\ G_{Z2} \\ d_{X3} \\ d_{Y3} \\ G_{Z3} \end{Bmatrix}$$

{390} Matriz de rigidez de la barra 2.

Para la barra tres, debemos encontrar nuevamente los valores de las constantes:

$$\varepsilon = \frac{E \cdot A}{l} = \frac{210.000 N/mm^2 \cdot 2.604 mm^2}{2.000 mm} = 273.420 N/mm$$

$$\rho = 12 \cdot \frac{E \cdot I}{l^3} = 12 \cdot \frac{210.000 N/mm^2 \cdot 4.495 \cdot 10^3 mm^4}{(2.000 mm)^3} = 1.415,925 N/mm$$

$$k = 6 \cdot \frac{E \cdot I}{l^2} = 6 \cdot \frac{210.000 N/mm^2 \cdot 4.495 \cdot 10^3 mm^4}{(2.000 mm)^2} = 1.415.925 N$$

$$\mu = 2 \cdot \frac{E \cdot I}{l} = 2 \cdot \frac{210.000 N/mm^2 \cdot 4.495 \cdot 10^3 mm^4}{2.000 mm} = 943.950.000 N \cdot mm$$

$$\cos \alpha = \cos(-270) = 0; \quad \sin \alpha = \sin(-270) = 1; \quad \sin 2\alpha = \sin(2 \cdot -270) = 0$$

Así pues, la matriz de la barra tres queda del siguiente modo:

$$\begin{Bmatrix} F_{X2} \\ F_{Y2} \\ M_{Z2} \\ F_{X4} \\ F_{Y4} \\ M_{Z4} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.415,925 & 0 & 1.415.925 & -1.415,925 & 0 & 1.415.925 \\ 0 & 273.420 & 0 & 0 & -273.420 & 0 \\ 1.415.925 & 0 & 1.887.900.000 & -1.415.925 & 0 & 943.950.000 \\ -1.415,925 & 0 & -1.415.925 & 1.415,925 & 0 & -1.415.925 \\ 0 & -273.420 & 0 & 0 & 273.420 & 0 \\ 1.415.925 & 0 & 943.950.000 & -1.415.925 & 0 & 1.887.900.000 \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} d_{X2} \\ d_{Y2} \\ G_{Z2} \\ d_{X4} \\ d_{Y4} \\ G_{Z4} \end{Bmatrix}$$

{391} Matriz de rigidez de la barra 3.

Como las diagonales (barras 4 y 5) son biarticuladas, aunque por la escasa inercia de su sección no importaría construirlas biempotradas, los valores de las constantes C adoptan los siguientes valores:

$$C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C_5 = C_6 = C_7 = C_8 = C_9 = C_{10} = 0$$

Para la barra cuatro, donde se ha considerado una inercia equivalente a la unidad, los valores de las constantes son:

$$\varepsilon = \frac{E \cdot A}{l} = \frac{210.000 N / mm^2 \cdot 706,9 mm^2}{5.385,16 mm} = 27.564,66296 N / mm$$

$$\rho = 12 \cdot \frac{E \cdot I}{l^3} = 12 \cdot \frac{210.000 N / mm^2 \cdot 1 mm^4}{(5.385,16 mm)^3} = 0,000016 N / mm$$

$$k = 6 \cdot \frac{E \cdot I}{l^2} = 6 \cdot \frac{210.000 N / mm^2 \cdot 1 mm^4}{(5.385,16 mm)^2} = 0,043448276 N$$

$$\mu = 2 \cdot \frac{E \cdot I}{l} = 2 \cdot \frac{210.000 N / mm^2 \cdot 1 mm^4}{5.385,16 mm} = 77,99204203 N \cdot mm$$

$$\cos \alpha = \cos (-201,80) = -0,928476691; \sin \alpha = \sin (-201,80) = 0,371390676;$$

$$\sin 2\alpha = \sin (2 \cdot -201,80) = -0,689655172$$

Así pues, la matriz de la barra cuatro queda del siguiente modo:

F_{X1}	23.762,64048	-9.505,056192	0	-23.762,64048	9.505,056192	0	d_{X1}
F_{Y1}	-9.505,056192	3.802,022477	0	9.505,056192	-3.802,022477	0	d_{Y1}
M_{Z1}	0	0	0	0	0	0	G_{Z1}
F_{X4}	-23.762,64048	9.505,056192	0	23.762,64048	-9.505,056192	0	d_{X4}
F_{Y4}	9.505,056192	-3.802,022477	0	-9.505,056192	3.802,022477	0	d_{Y4}
M_{Z4}	0	0	0	0	0	0	G_{Z4}

{392} Matriz de rigidez de la barra 4.

Para la última barra, la cinco, donde también se ha considerado una inercia equivalente a la unidad, los valores de las constantes son:

$$\varepsilon = \frac{E \cdot A}{l} = \frac{210.000 N / mm^2 \cdot 706,9 mm^2}{5.385,16 mm} = 27.564,66296 N / mm$$

$$\rho = 12 \cdot \frac{E \cdot I}{l^3} = 12 \cdot \frac{210.000 N / mm^2 \cdot 1 mm^4}{(5.385,16 mm)^3} = 0,000016 N / mm$$

$$k = 6 \cdot \frac{E \cdot I}{l^2} = 6 \cdot \frac{210.000 N / mm^2 \cdot 1 mm^4}{(5.385,16 mm)^2} = 0,043448276 N$$

$$\mu = 2 \cdot \frac{E \cdot I}{l} = 2 \cdot \frac{210.000 N / mm^2 \cdot 1 mm^4}{5.385,16 mm} = 77,99204203 N \cdot mm$$

$$\cos \alpha = \cos (-158,20) = -0,928476691; \sin \alpha = \sin (-158,20) = -0,371390676;$$

$$\sin 2\alpha = \sin (2 \cdot -158,20) = 0,689655172$$

Entonces, la matriz de la barra cinco queda del siguiente modo:

$$\begin{bmatrix} F_{x4} \\ F_{y4} \\ M_{z4} \\ F_{x3} \\ F_{y3} \\ M_{z3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 23.762,64048 & 9.505,056192 & 0 & -23.762,64048 & -9.505,056192 & 0 \\ 9.505,056192 & 3.802,022477 & 0 & -9.505,056192 & -3.802,022477 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -23.762,64048 & -9.505,056192 & 0 & 23.762,64048 & 9.505,056192 & 0 \\ -9.505,056192 & -3.802,022477 & 0 & 9.505,056192 & 3.802,022477 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{x4} \\ d_{y4} \\ G_{z4} \\ d_{x3} \\ d_{y3} \\ G_{z3} \end{bmatrix}$$

{393} Matriz de rigidez de la barra 5.

ENSAMBLAJE Y RESOLUCIÓN DE LA MATRIZ

Una vez planteadas las cinco matrices, se han de ensamblar en una general, haciendo coincidir los términos. Para ello, vamos a exponer cuál es el esquema que se ha de seguir para, más adelante, ver cómo queda la matriz ensamblada:

$$\begin{bmatrix} F_{x1} \\ F_{y1} \\ M_{z1} \\ F_{x2} \\ F_{y2} \\ M_{z2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A11 & A12 & A13 & A14 & A15 & A16 \\ A21 & A22 & A23 & A24 & A25 & A26 \\ A31 & A32 & A33 & A34 & A35 & A36 \\ C11 & C12 & C13 & C14 & C15 & C16 \\ C21 & C22 & C23 & C24 & C25 & C26 \\ C31 & C32 & C33 & C34 & C35 & C36 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{x1} \\ d_{y1} \\ G_{z1} \\ d_{x2} \\ d_{y2} \\ G_{z2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{x2} \\ F_{y2} \\ M_{z2} \\ F_{x3} \\ F_{y3} \\ M_{z3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E11 & E12 & E13 & E14 & E15 & E16 \\ E21 & E22 & E23 & E24 & E25 & E26 \\ E31 & E32 & E33 & E34 & E35 & E36 \\ G11 & G12 & G13 & G14 & G15 & G16 \\ G21 & G22 & G23 & G24 & G25 & G26 \\ G31 & G32 & G33 & G34 & G35 & G36 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{x2} \\ d_{y2} \\ G_{z2} \\ d_{x3} \\ d_{y3} \\ G_{z3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{x4} \\ F_{y4} \\ M_{z4} \\ F_{x5} \\ F_{y5} \\ M_{z5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I11 & I12 & I13 & I14 & I15 & I16 \\ I21 & I22 & I23 & I24 & I25 & I26 \\ I31 & I32 & I33 & I34 & I35 & I36 \\ K11 & K12 & K13 & K14 & K15 & K16 \\ K21 & K22 & K23 & K24 & K25 & K26 \\ K31 & K32 & K33 & K34 & K35 & K36 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{x4} \\ d_{y4} \\ G_{z4} \\ d_{x5} \\ d_{y5} \\ G_{z5} \end{bmatrix}$$

{394} Simplificación de las matrices de cada barra. Donde las letras A a T son los valores de las matrices {389}{390}{391}{392} y {393}.

	dx1	dy1	GZ1	dx2	dy2	GZ2	dx3	dy3	GZ3	dx4	dy4	GZ4
FX1	A11+M11	A12+M12	A13+M13	B11	B12	B13	0	0	0	N11	N12	N13
FY1	A21+M21	A22+M22	A23+M23	B21	B22	B23	0	0	0	N21	N12	N13
MZ1	A31+M31	A32+M32	A33+M33	B31	B32	B33	0	0	0	N31	N12	N13
FX2	C11	C12	C13	D11+E11+I11	D12+E12+I12	D13+E13+I13	F11	F12	F13	J11	J12	J13
FY2	C21	C22	C23	D21+E21+I21	D22+E22+I22	D23+E23+I23	F21	F22	F23	J21	J22	J23
MZ2	C31	C32	C33	D31+E31+I31	D32+E32+I32	D33+E33+I33	F31	F32	F33	J31	J32	J33
FX3	0	0	0	G11	G12	G13	H11+T11	H12+T12	H13+T13	S11	S12	S13
FY3	0	0	0	G21	G22	G23	H21+T21	H22+T22	H23+T23	S21	S22	S23
MZ3	0	0	0	G31	G32	G33	H31+T31	H32+T32	H33+T33	S31	S32	S33
FX4	O11	O12	O13	K11	K12	K13	R11	R12	R13	L11+P11+Q11	L12+P12+Q12	L13+P13+Q13
FY4	O21	O22	O23	K21	K22	K23	R21	R22	R23	L21+P21+Q21	L22+P22+Q22	L23+P23+Q23
MZ4	O31	O32	O33	K31	K32	K33	R31	R32	R33	L31+P31+Q31	L32+P32+Q32	L33+P33+Q33

x

El producto de matrices, antes de resolverse, queda así:

	dx1	dy1	GZ1	dx2	dy2	GZ2	dx3	dy3	GZ3	dx4	dy4	GZ4
FX1	297812,6405	-9505,056192	0	-274050	0	0	0	0	0	-23762,64048	9505,056192	0
FY1	-9505,056192	4574,352077	1930824	0	-772,3296	1930824	0	0	0	9505,056192	-3802,022477	0
MZ1	0	1930824	6436080000	0	-1930824	3218040000	0	0	0	0	0	0
FX2	-274050	0	0	549515,925	0	1415925	-274050	0	0	-1415,925	0	1415925
FY2	0	-772,3296	-1930824	0	274965,6592	0	0	-772,3296	1930824	0	-273420	0
MZ2	0	1930824	3218040000	1415925	0	14760060000	0	-1930824	3218040000	-1415925	0	943950000
FX3	0	0	0	-274050	0	0	297812,6405	9505,056192	0	-23762,64048	-9505,056192	0
FY3	0	0	0	0	-772,3296	-1930824	9505,056192	4574,352077	-1930824	-9505,056192	-3802,022477	0
MZ3	0	0	0	0	1930824	3218040000	0	-1930824	6436080000	0	0	0
FX4	-23762,64048	9505,056192	0	-1415,925	0	-1415925	-23762,64048	-9505,056192	0	48941,20596	0	-1415925
FY4	9505,056192	-3802,022477	0	0	-273420	0	-9505,056192	-3802,022477	0	0	281024,045	0
MZ4	0	0	0	1415925	0	943950000	0	0	0	-1415925	0	1887900000

x

{395} Matriz general ensamblada.

En la primera matriz, la de 1x12, se colocan los esfuerzos conocidos. En las reacciones, los términos no conocidos son F_{x1} , F_{y1} y F_{y3} . Los demás, o son nulos, o se corresponden con las cargas que se aplican sobre los nudos, como es el caso de la fuerza puntual aplicada en la mitad del cordón superior: $F_{y2} = 100,000N$. En la tercera matriz se colocan los desplazamientos conocidos: los dos movimientos del nudo 1 y el movimiento vertical del nudo 3, que son nulos. De la matriz ensamblada eliminamos las ecuaciones de F_{x1} , F_{y1} y F_{y3} , con lo que tenemos un producto de matrices menor:

	GZ1	dX2	dY2	GZ2	dX3	GZ3	dX4	dY4	GZ4	
MZ1	6436080000	0	-1930824	3218040000	0	0	0	0	0	GZ1
FX2	0	549515,925	0	1415925	-274050	0	-1415,925	0	1415925	dX2
FY2	-1930824	0	274965,6592	0	0	1930824	0	-273420	0	dY2
MZ2	3218040000	1415925	0	14760060000	0	3218040000	-1415925	0	943950000	GZ2
FX3	0	-274050	0	0	297812,6405	0	-23762,64048	-9505,056192	0	dX3
MZ3	0	0	1930824	3218040000	0	6436080000	0	0	0	GZ3
FX4	0	-1415,925	0	-1415925	-23762,64048	0	48941,20596	0	-1415925	dX4
FY4	0	0	-273420	0	-9505,056192	0	0	281024,045	0	dY4
MZ4	0	1415925	0	943950000	0	0	-1415925	0	1887900000	GZ4

{396} Matriz de rigidez general simplificada.

Y además nos quedan las siguientes ecuaciones, que hemos retirado del producto anterior:

FX1	297812,6405	-9505,056192	0	-274050	0	0	0	0	-23762,64048	9505,056192	0	0
FY1	-9505,056192	4574,352077	1930824	0	-772,3296	1930824	0	0	9505,056192	-3802,022477	0	X
FY3	0	0	0	0	-772,3296	-1930824	9505,056192	4574,352077	-1930824	-9505,056192	-3802,022477	0

{397} Ecuaciones eliminadas de la Matriz general ensamblada.

Hallamos la matriz inversa de la ensamblada, con lo que obtenemos:

1,90464E-10	1,35282E-09	4,16096E-08	-4,52134E-11	2,58977E-09	1,01238E-11	6,26768E-10	4,05713E-08	2,20621E-11
1,35282E-09	3,64033E-06	4,31628E-06	-1,15863E-10	3,63372E-06	-1,23695E-09	1,82863E-06	4,32239E-06	-1,30084E-09
4,16096E-08	4,31628E-06	0,000138699	-1,15E-21	8,63256E-06	-4,16096E-08	4,31628E-06	0,000135238	-1,4375E-23
-4,52134E-11	-1,15863E-10	2,05442E-26	9,04267E-11	1,31324E-27	-4,52134E-11	1,33623E-09	2,05733E-26	-4,41243E-11
2,58977E-09	3,63372E-06	8,63256E-06	3,49493E-23	7,26745E-06	-2,58977E-09	3,63372E-06	8,64478E-06	-1,86396E-22
1,01238E-11	-1,23695E-09	-4,16096E-08	-4,52134E-11	-2,58977E-09	1,90464E-10	-1,963E-09	-4,05713E-08	2,20621E-11
6,26768E-10	1,82863E-06	4,31628E-06	1,33623E-09	3,63372E-06	-1,963E-09	2,27226E-05	4,32239E-06	1,50023E-08
4,05713E-08	4,32239E-06	0,000135238	-1,13795E-21	8,64478E-06	-4,05713E-08	4,32239E-06	0,000135429	-2,93665E-23
2,20621E-11	-1,30084E-09	2,30657E-25	-4,41243E-11	1,47443E-26	2,20621E-11	1,50023E-08	2,30984E-25	5,63979E-10

{398} Matriz inversa.

Ahora resolvemos la matriz y tenemos:

GZ1	=	-0,004161	dX1	=	0
dX2	=	-0,431628	dY1	=	0
dY2	=	-13,869869	dY3	=	0
GZ2	=	0,000000			
dX3	=	-0,863256			
GZ3	=	0,004161			
dX4	=	-0,431628			
dY4	=	-13,523772			
GZ4	=	0,000000			

{399} Soluciones de la matriz.

Si sustituimos estos valores en las ecuaciones que habíamos reservado {397}, obtendremos los valores que faltan:

FX1	=	4,36557E-11
FY1	=	49993,06507
FY3	=	49993,06507

{400} Reacciones del sistema. Las imprecisiones en las reacciones se deben al método de resolución de la matriz empleado.

Para acabar el proceso, sustituimos en {389} los valores hallados, y resolvemos el producto de matrices:

px1	py1	m1	px2	py2	m2
274.050	0	0	274.050	0	0
0	772,3296	-1.930.824	0	772,3296	-1.930.824
0	-1.930.824	6.436.080.000	0	-1.930.824	3.218.040.000
274.050	0	0	274.050	0	0
0	772,3296	-1.930.824	0	772,3296	-1.930.824
0	-1.930.824	3.218.040.000	-1.930.824	0	6.436.080.000

=

0,00000	0,00000	-0,00416	-0,43163	-13,86987	0,00000
---------	---------	----------	----------	-----------	---------

* \Rightarrow

px1 =	-118.287,5934
py1 =	-2.678,0277
m1 =	0,0000
px2 =	-118.287,5934
py2 =	-2.678,0277
m2 =	13.390.138,4323

{401} Matriz de la barra 1 con los valores de la tercera matriz sustituidos. A la derecha, los esfuerzos de la primera barra en el nudo 1 y en el 2.

Hacemos lo mismo en {390}

px2	py2	m2	px3	py3	m3
274.050	0	0	274.050	0	0
0	772,3296	-1.930.824	0	772,3296	-1.930.824
0	-1.930.824	6.436.080.000	0	-1.930.824	3.218.040.000
274.050	0	0	274.050	0	0
0	772,3296	-1.930.824	0	772,3296	-1.930.824
0	-1.930.824	3.218.040.000	-1.930.824	0	6.436.080.000

=

0,43163	13,86987	0,00000	-0,86326	0,00000	0,00416
---------	----------	---------	----------	---------	---------

* \Rightarrow

px2 =	-118.287,5934
py2 =	2.678,0277
m2 =	-13.390.138,4323
px3 =	-118.287,5934
py3 =	2.678,0277
m3 =	0,0000

{402} Matriz de la barra 2 con los valores de la tercera matriz sustituidos. A la derecha, los esfuerzos de la segunda barra en el nudo 2 y en el 3.

$$Y \text{ en } \{391\}$$
[illegible]

{403} Matriz de la barra 3 con los valores de la tercera matriz sustituidos. A la derecha, los esfuerzos de la tercera barra en el nudo 2 y en el 4.

También en {392}

[illegible]

{404} Matriz de la barra 4 con los valores de la tercera matriz sustituidos. A la derecha, los esfuerzos de la cuarta barra en el nudo 1 y en el 4.

Y, por último, en $\{393\}$

px4	27.564,66296	0	0	27.564,66296	0	0	5,42336	px4 = 127.399,6369
py4	0	0	0	0	0	0	12,39620	py4 = 0,0000
m4	0	0	0	0	0	0	0,00000	m4 = 0,0000
px3	27.564,66296	0	0	27.564,66296	0	0	-0,80151	px3 = 127.399,6369
py3	0	0	0	0	0	0	0,32061	py3 = 0,0000
m3	0	0	0	0	0	0	0,00416	m3 = 0,0000

=

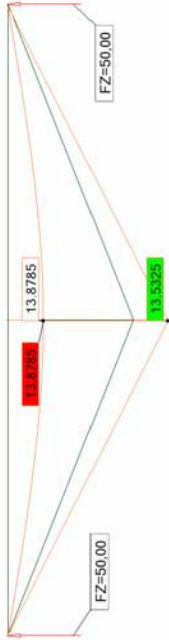
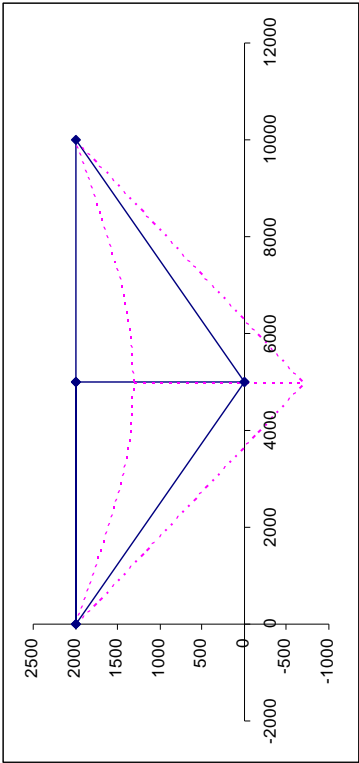
*

\Rightarrow

{405} Matriz de la barra 5 con los valores de la tercera matriz sustituidos. A la derecha, los esfuerzos de la quinta barra en el nudo 4 y en el 3.

DIAGRAMAS DE LA ESTRUCTURA

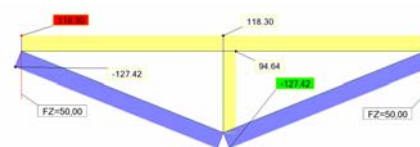
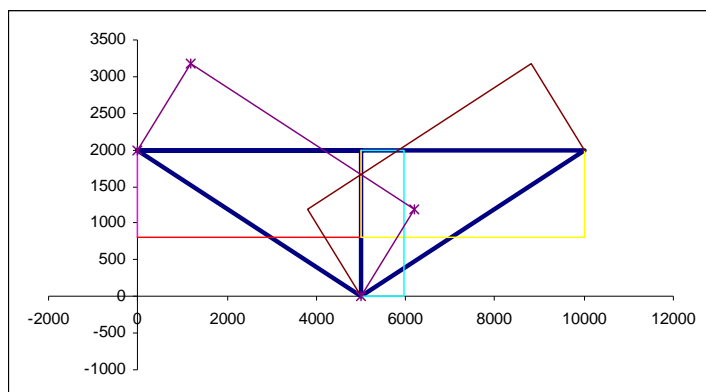
Por último, podemos confeccionar los diagramas homólogos a los indicados en {384}, ahora realizados en Excel, que ha sido el programa de cálculo empleado:



dY2 = -13,869869

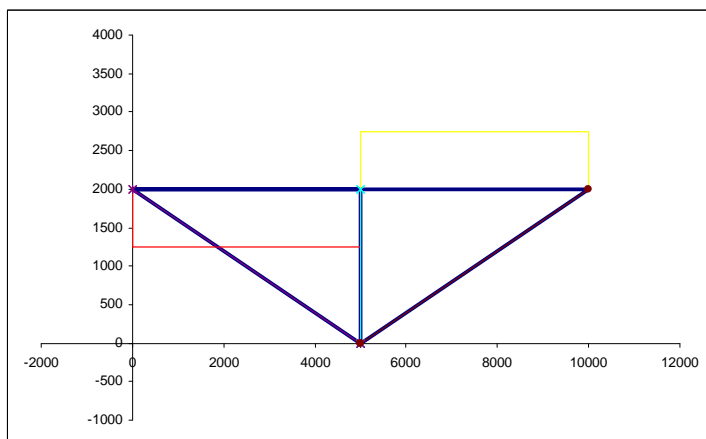
dY4 = -13,523772

{406} Diagrama de deformaciones. En azul, la estructura. (Imagen del autor)



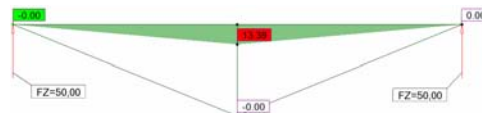
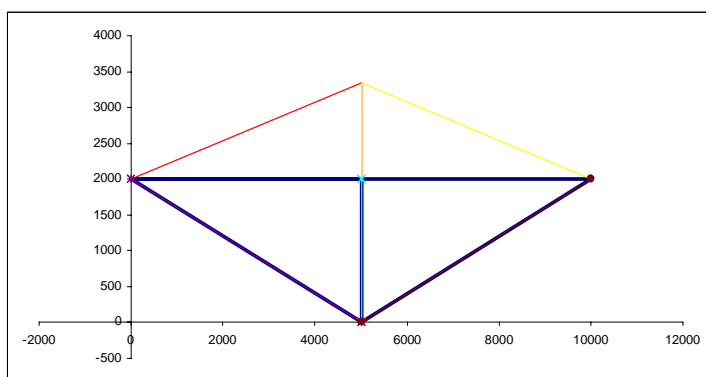
$$\begin{aligned} px1 &= -118.287,5934 \\ px2 &= -118.287,5934 \\ px3 &= -94.630,0748 \\ px4 &= 127.399,6369 \\ px5 &= 127.399,6369 \end{aligned}$$

{407} Diagrama de axiles. En azul la estructura. (Imagen del autor)



$$\begin{aligned} py1 &= -2.678,0277 \\ py2 &= -2.678,0277 \\ py3 &= 0,0000 \\ py4 &= 0,0000 \\ py5 &= 0,0000 \end{aligned}$$

{408} Diagrama de cortantes. En azul la estructura. (Imagen del autor)



$$\begin{aligned} m1 &= 0,0000 \\ m2 &= 13.390.138,4323 \\ m3 &= 0,0000 \\ m4 &= 0,0000 \\ m5 &= 0,0000 \end{aligned}$$

{409} Diagrama de momentos. En azul la estructura. (Imagen del autor)

Se puede observar, de la gráfica {406} a la {409}, que los resultados de la hoja de cálculo y del programa son idénticos. La diferencia de criterio en la dirección de dichos diagramas no es relevante.

PRETENSADO DEL CORDÓN INFERIOR

Hasta aquí ha quedado claro el proceso de cálculo matricial de una viga Fink. Hasta ahora, se había analizado con detalle qué sucedía si el sistema inferior se pretensaba, consiguiendo así una contraflecha del mismo. Para continuar con esta mecánica, vamos a introducir en la formulación los pasos necesarios para conseguir un efecto igual en el pretensado de la viga.

En primer lugar, debemos tener claro el coeficiente “ α ” de dilatación térmica del acero que, según el CTE, es de $1,2 \cdot 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$. Además, debemos introducir el incremento térmico, que vamos a establecer en -100°C (negativo, acortamiento, positivo, alargamiento). En ambas diagonales se aplicará el mismo incremento térmico, condición que facilitará la formulación final.

Lo primero que haremos será calcular el decremento de longitud al cual quedarán sometidas las dos diagonales. Para ello, utilizamos la fórmula tradicional de resistencia de materiales, para determinar el incremento de longitud a partir de la longitud inicial, α y ΔT :

$$[93] \quad \Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T = 5.385,16 \text{ mm} \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1} \cdot (-100^{\circ}) \text{ C} = -6,46 \text{ mm}$$

Aplicando la ley de Hooke, podremos hallar la fuerza ideal que la barra tendría si estuviese biempotrada; es decir:

$$[94] \quad F = \Delta L \cdot E \cdot A_s / L_0 = -6,46 \text{ mm} \cdot 210.000 \text{ N} / \text{mm}^2 \cdot 706,9 \text{ mm}^2 / 5.385,16 \text{ mm} = -178.128 \text{ N}$$

Esta carga se puede aplicar directamente en cada extremo de la diagonal; sin embargo, al estar las diagonales inclinadas, las fuerzas han de ser cambiadas de ejes, pasándolas a fuerzas expresadas en x y en y. Como conocemos los ángulos que forma cada diagonal con la horizontal, podremos calcularlas según:

- Del pretensado de la barra 4, obtenemos las siguientes cargas:

$$F_{x1} = \cos -208,1^{\circ} \cdot -178.128 \text{ N} = 165.387,98 \text{ N}$$

$$F_{y1} = \sen -208,1^{\circ} \cdot -178.128 \text{ N} = -66.155,19 \text{ N}$$

$$F_{x4} = -F_{x1} = -165.387,98 \text{ N}$$

$$F_{y4} = -F_{y1} = 66.155,19 \text{ N}$$

- Del pretensado de la barra 5, obtenemos las siguientes cargas:

$$F_{x4} = \cos -158,2^{\circ} \cdot -178.128 \text{ N} = 165.387,98 \text{ N}$$

$$F_{y4} = \sen -158,2^{\circ} \cdot -178.128 \text{ N} = 66.155,19 \text{ N}$$

$$F_{x3} = -F_{x1} = -165.387,98 \text{ N}$$

$$F_{y3} = -F_{y1} = -66.155,19 \text{ N}$$

- Sumando las cargas de las barras 4 y 5, obtenemos:

$$F_{x1} = -165.387,98 \text{ N}$$

$$F_{y1} = -66.155,19 \text{ N}$$

$$F_{x4} = 0,00 \text{ N}$$

$$F_{y4} = 132.310,38 \text{ N}$$

$$F_{x3} = -165.387,98 \text{ N}$$

$$F_{y3} = -66.155,19 \text{ N}$$

Una vez determinadas las cargas en cada nudo, se deben aplicar en la matriz ensamblada, siendo las matrices de cada barra iguales a las del caso anterior. Es decir, las matrices {389}, {390}, {391}, {392} y {393}, no varían. Sin embargo, la matriz {395} y la {396} quedarán sensiblemente diferentes; así:

	dX1	dY1	GZ1	dX2	dY2	GZ2	dX3	dY3	GZ3	dX4	dY4	GZ4
FX1+165.388	297812,6405	-9505,056192	0	-274050	0	0	0	0	0	-23762,64048	9505,056192	0
FY1-66.155,2	-9505,056192	4574,352077	1930824	0	-772,3296	1930824	0	0	0	9505,056192	-3802,022477	0
MZ1	0	1930824	6436080000	0	-1930824	3218040000	0	0	0	0	0	0
FX2	-274050	0	0	549515,925	0	1415925	-274050	0	0	-1415,925	0	1415925
FY2	0	-772,3296	-1930824	0	274965,6592	0	0	-772,3296	1930824	0	-273420	0
MZ2	0	1930824	3218040000	1415925	0	14760060000	0	-1930824	3218040000	-1415925	0	9439500000
FX3	0	0	0	-274050	0	0	297812,6405	9505,056192	0	-23762,64048	-9505,056192	0
FY3-66.155,2	0	0	0	0	-772,3296	-1930824	9505,056192	4574,352077	-1930824	-9505,056192	-3802,022477	0
MZ3	0	0	0	0	1930824	3218040000	0	-1930824	6436080000	0	0	0
FX4	-23762,64048	9505,056192	0	-1415,925	0	-1415925	-23762,64048	-9505,056192	0	48941,20596	0	-1415925
FY4	9505,056192	-3802,022477	0	0	-273420	0	-9505,056192	-3802,022477	0	0	281024,045	0
MZ4	0	0	0	1415925	0	943950000	0	0	0	-1415925	0	18879000000

=

FX1	FX1+165.388
FY1	FY1-66.155,2
MZ1	0
FX2	0
FY2	-100.000
MZ2	0
FX3	-165.387,98
FY3	FY3-66.155,2
MZ3	0
FX4	0
FY4	132.310,38
MZ4	0

{410} Matriz general ensamblada de la estructura pretensada.

	GZ1	dX2	dY2	GZ2	dX3	GZ3	dX4	dY4	GZ4
MZ1	6436080000	0	-1930824	3218040000	0	0	0	0	0
FX2	0	549515,925	0	1415925	-274050	0	-1415,925	0	1415925
FY2	-1930824	0	274965,6592	0	0	1930824	0	-273420	0
MZ2	3218040000	1415925	0	14760060000	0	3218040000	-1415925	0	9439500000
FX3	0	-274050	0	0	297812,6405	0	-23762,64048	-9505,056192	0
MZ3	0	0	1930824	3218040000	0	6436080000	0	0	0
FX4	0	-1415,925	0	-1415925	-23762,64048	0	48941,20596	0	-1415925
FY4	0	0	-273420	0	-9505,056192	0	281024,045	0	0
MZ4	0	1415925	0	943950000	0	0	-1415925	0	18879000000

=

MZ1	0
FX2	0
FY2	-100.000
MZ2	0
FX3	-165.387,978
MZ3	0
FX4	0
FY4	132.310,382
MZ4	0

{411} Matriz de rigidez general simplificada de la estructura pretensada.

Las ecuaciones que hemos retirado de la {411} son:

$$\begin{bmatrix} FX1+165.388 \\ FY1-66.155,2 \\ FY3-66.155,2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 297812,6405 & -9505,056192 & 0 & -274050 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -9505,056192 & 4574,352077 & 1930824 & 0 & -772,3296 & 1930824 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -772,3296 & -1930824 & 9505,056192 & 4574,352077 & -1930824 & -9505,056192 & -3802,022477 & -3802,022477 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

{412} Ecuaciones eliminadas de la matriz general ensamblada de la viga pretensada.

La matriz inversa de la ensamblada es la misma del caso anterior, pues las modificaciones afectan únicamente a las ecuaciones retiradas. Sin embargo, como en la matriz de esfuerzos ha habido cambios, al resolver el sistema encontraremos deformaciones y giros diferentes. Son:

$$\begin{bmatrix} GZ1 \\ dX2 \\ dY2 \\ GZ2 \\ dX3 \\ GZ3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,000779 \\ -0,460705 \\ 2,595764 \\ 0,000000 \\ -0,921410 \\ -0,000779 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dX4 \\ dY4 \\ GZ4 \\ dX1 \\ dY1 \\ dY3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,460705 \\ 2,965177 \\ 0,000000 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

{413} Soluciones de la matriz de la estructura pretensada.

Si sustituimos estos valores en las ecuaciones que habíamos reservado {412}, tendremos los valores que faltan:

$$\begin{bmatrix} FX1 \\ FY1 \\ FY3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,00 \\ 50.001,30 \\ 50.001,30 \end{bmatrix}$$

{414} Reacciones del sistema. Las imprecisiones en las reacciones se deben al método de resolución de la matriz empleado.

px1	=	0,00000	0	0	274.050	0	0	0	0,00000	px1 =	-126.256,23
py1	=	0,00000	0	772,3296	-1.930.824	0	0	-1.930.824	0,00000	py1 =	501,19
m1	=	0,00078	0	-1.930.824	6.436.080.000	0	0	3.218.040.000	0,00078	m1 =	0,00
px2	=	-0,46071	0	0	274.050	0	0	0	-0,46071	px2 =	-126.256,23
py2	=	2,59576	0	772,3296	-1.930.824	0	0	-1.930.824	2,59576	py2 =	501,19
m2	=	0,00000	0	-1.930.824	3.218.040.000	0	0	6.436.080.000	0,00000	m2 =	-2.505.981,26
<div><div>=</div><div>*</div><div>>=</div></div>											

184

px2	274.050	0	0	274.050	0	0	0,46071	px2 =	-126.256,2353
py2	0	772,3296	-1.930.824	0	772,3296	-1.930.824	-2,59576	py2 =	-501,1963
m2	0	-1.930.824	6.436.080.000	0	-1.930.824	3.218.040.000	0,00000	m2 =	2.505.981,2611
px3	274.050	0	0	274.050	0	0	-0,92141	px3 =	-126.256,2353
py3	0	772,3296	-1.930.824	0	772,3296	-1.930.824	0,00000	py3 =	-501,1963
m3	0	-1.930.824	3.218.040.000	0	-1.930.824	6.436.080.000	-0,00078	m3 =	0,0000

{416} Matriz de la barra 2 con los valores de la tercera matriz sustituidos. A la derecha, los esfuerzos de la segunda barra en el nudo 2 y en el 3.

{417} Matriz de la barra 3 con los valores de la tercera matriz sustituidos. A la derecha, los esfuerzos de la tercera barra en el nudo 2 y en el 4.

También en {392}

{418} Matriz de la barra 4 con los valores de la tercera matriz sustituidos. A la derecha, los esfuerzos de la cuarta barra en el nudo 1 y en el 4.

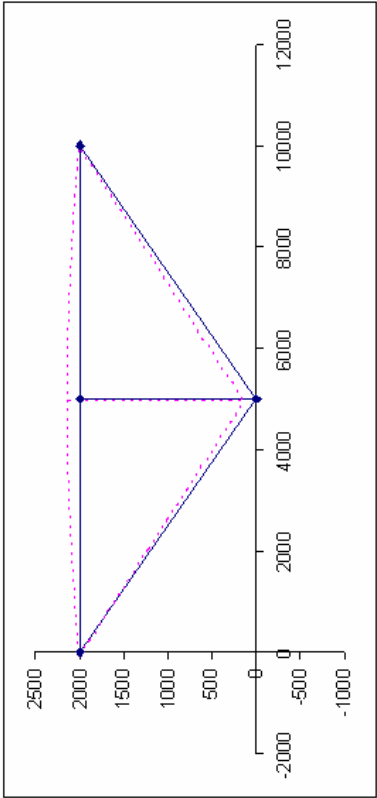
Y, por último, en {393}

px4	27.564,66296	0	0	0	27.564,66296	0	0	-0,67349	px4 =	-42.146,1764
py4	0	0	0	0	0	0	0	-2,92420	py4 =	0,0000
m4	0	0	0	0	0	0	0	0,00000	m4 =	0,0000
px3	27.564,66296	0	0	0	27.564,66296	0	0	-0,85551	px3 =	-42.146,1764
py3	0	0	0	0	0	0	0	0,34220	py3 =	0,0000
m3	0	0	0	0	0	0	0	-0,00078	m3 =	0,0000

{419} Matriz de la barra 5 con los valores de la tercera matriz sustituidos. A la derecha, los esfuerzos de la quinta barra en el nudo 4 y en el 3.

DIAGRAMAS DE LA ESTRUCTURA PRETENSADA

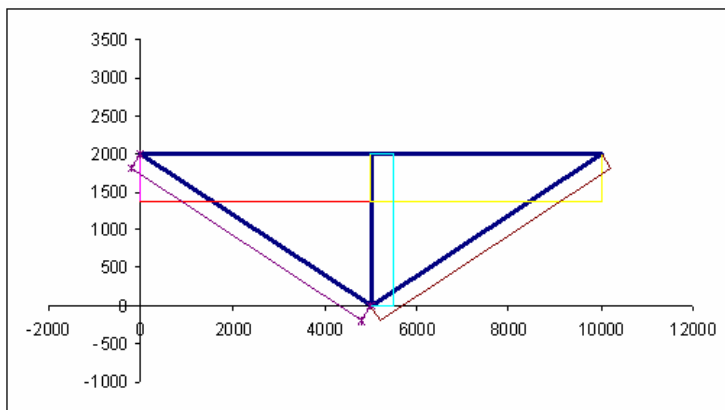
Por último, podemos confeccionar los diagramas homólogos a los indicados para el caso no pretensado, ahora realizados en Excel, que ha sido el programa de cálculo empleado:



dY2 = 2,595764

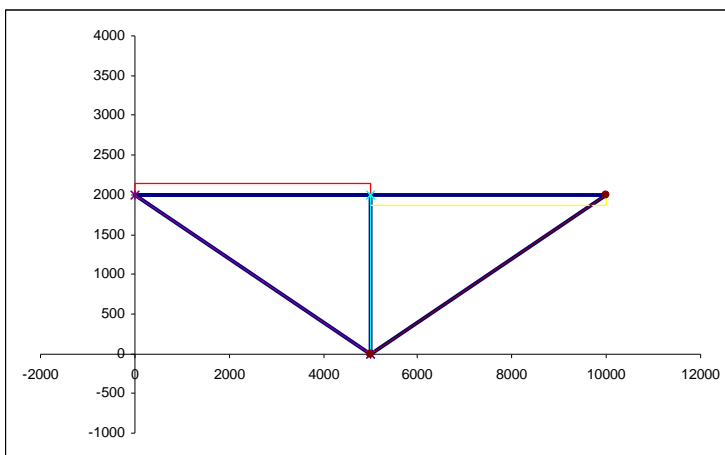
dY4 = 2,965177

{420} Diagrama de deformaciones. En azul, la estructura. (Imagen del autor)



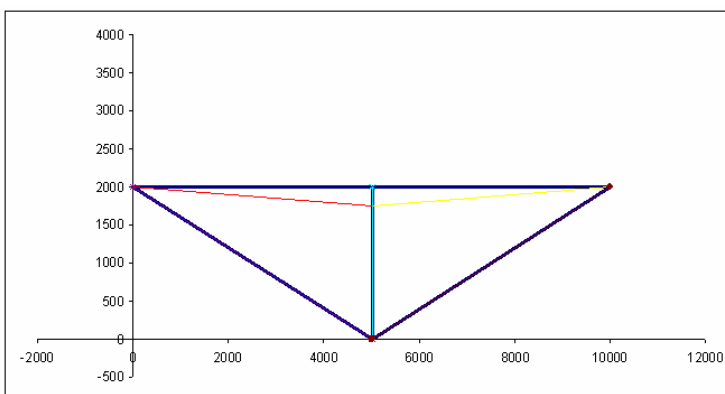
px1	=	-126.256,2353
px2	=	-126.256,2353
px3	=	-101.004,9883
px4	=	-42.146,1764
px5	=	-42.146,1764

{421} Diagrama de axiles. En azul, la estructura. (Imagen del autor)



py1	=	501,1963
py2	=	-501,1963
py3	=	0,0000
py4	=	0,0000
py5	=	0,0000

{422} Diagrama de cortantes. En azul, la estructura. (Imagen del autor)



m1	=	0,0000
m2	=	-2.505.981,2611
m3	=	0,0000
m4	=	0,0000
m5	=	0,0000

{423} Diagrama de momentos. En azul, la estructura. (Imagen del autor)

Se puede observar de la gráfica {420} a la {423} que los resultados de la hoja de cálculo y los del programa son idénticos. La diferencia de criterio en la dirección de los diagramas no es relevante.

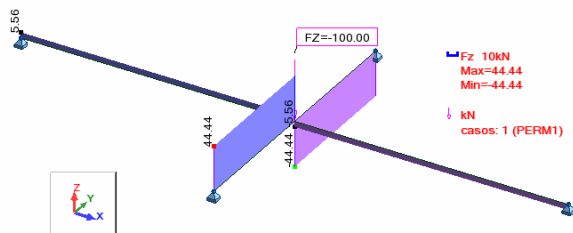
Grupos de vigas con pretensado

INTRODUCCIÓN

En un capítulo anterior, “Ejemplos de estructuras metálicas pretensadas”, se analizaba el caso, entre otros, del pabellón de básquet de Badalona. El esquema correspondía a un conjunto de seis vigas Fink reforzadas o descargadas por otra transversal de siete tramos. Esta solución ha sido empleada en muchos proyectos para cubiertas de pistas polideportivas, como en el caso de los proyectos para las olimpiadas de Barcelona; sin embargo, no se han mencionado hasta ahora, porque, generalmente, estas propuestas no iban acompañadas por fuerzas activas que alternasen los procesos de entrada de carga pasiva de sus miembros. Cuando un consultor de estructuras se enfrenta al proyecto de una cubierta para un pabellón, la solución más sencilla es la que consiste en disponer vigas en el sentido corto y correas entre ellas. Otra opción que puede llegar a emplearse, al menos sin disparar excesivamente el coste, es la que incluya una viga transversal que genere un comportamiento bidireccional. En este capítulo se trata este caso, así como las posibilidades que se pueden plantear haciendo uso del pretensado.

DOS VIGAS QUE SE CRUZAN, UNA DE ELLAS PRETENSADA

Un esquema simple, que puede ser útil a la hora de entender el pretensado, es el de dos vigas de diferente rigidez, que se cruzan en sus puntos medios ortogonalmente entre sí. Si aplicamos una carga concentrada central en la intersección, el cortante se distribuirá en función de sus rigideces. Sin embargo, para saber con certeza cuál es la cantidad de carga que asumirá cada viga, lo más sencillo es igualar deformaciones entre las dos.



{424} Dos vigas de diferente rigidez que se cruzan en su punto central, sometidas a una carga concentrada en su unión (imagen del autor).

Del esquema propuesto, podemos establecer dos ecuaciones, [96] y [97], con dos incógnitas y, a continuación, resolver el sistema:

$$[95] \quad f = \frac{1}{48} \frac{q_1 \cdot L_1^3}{E \cdot I_1}$$

$$[96] \quad \frac{q_1 \cdot L_1^3}{I_1} = \frac{q_2 \cdot L_2^3}{I_2}$$

$$[97] \quad q_1 + q_2 = Q$$

Siendo:

q_1 la carga que absorbe la viga 1.

q_2 la de la viga 2.

La primera ecuación es la fórmula ya conocida de una viga isostática sometida a una carga concentrada en su punto medio. Como las deformaciones de las dos vigas son iguales forzadamente, establecemos dos ecuaciones tipo [96], una para cada viga, y las igualamos entre sí, con lo que, de este modo, formulamos nuestra primera ecuación. La segunda ecuación del sistema pasa por tener claro que la suma de la parte de carga que se queda la viga 1 y la que se queda la viga 2 nos da la carga total aplicada [97].

Si nos centramos en las últimas fórmulas y fijamos que las dos vigas son de igual inercia, podemos conseguir las siguientes expresiones que resultan similares:

$$[98] \quad q_1 = \frac{Q \cdot L_2^3}{(L_1^3 + L_2^3)}$$

$$[99] \quad q_2 = \frac{Q \cdot L_1^3}{(L_1^3 + L_2^3)}$$

El porcentaje de carga de cada viga quedará establecido entonces de la siguiente manera:

		L1								
L2		1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
	1	0.500	0.229	0.111	0.060	0.036	0.023	0.015	0.011	0.008
	1.5	0.771	0.500	0.297	0.178	0.111	0.073	0.050	0.036	0.026
	2	0.889	0.703	0.500	0.339	0.229	0.157	0.111	0.081	0.060
	2.5	0.940	0.822	0.661	0.500	0.367	0.267	0.196	0.146	0.111
	3	0.964	0.889	0.771	0.633	0.500	0.386	0.297	0.229	0.178
	3.5	0.977	0.927	0.843	0.733	0.614	0.500	0.401	0.320	0.255
	4	0.985	0.950	0.889	0.804	0.703	0.599	0.500	0.413	0.339
	4.5	0.989	0.964	0.919	0.854	0.771	0.680	0.587	0.500	0.422
	5	0.992	0.974	0.940	0.889	0.822	0.745	0.661	0.578	0.500

{425} Valor de q_1 y q_2 para dos vigas de igual inercia que se cruzan, con diferente longitud, siendo la carga unitaria.

De la tabla {425} podemos concluir que, sin pretensar las dos vigas, una proporción de 1 a 1,5 es un límite razonable para dar por bueno un trabajo combinado, con lo que resulta una relación de esfuerzos del 77 / 23% en cada caso. Relaciones mayores entre las longitudes convierten en ineficaz el trabajo combinado.

		L1									
L2		1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	
	1	1.000	3.375	8.000	15.625	27.000	42.875	64.000	91.125	125.000	
	1.5	0.296	1.000	2.370	4.630	8.000	12.704	18.963	27.000	37.037	
	2	0.125	0.422	1.000	1.953	3.375	5.359	8.000	11.391	15.625	
	2.5	0.064	0.216	0.512	1.000	1.728	2.744	4.096	5.832	8.000	
	3	0.037	0.125	0.296	0.579	1.000	1.588	2.370	3.375	4.630	
	3.5	0.023	0.079	0.187	0.364	0.630	1.000	1.493	2.125	2.915	
	4	0.016	0.053	0.125	0.244	0.422	0.670	1.000	1.424	1.953	
	4.5	0.011	0.037	0.088	0.171	0.296	0.471	0.702	1.000	1.372	
	5	0.008	0.027	0.064	0.125	0.216	0.343	0.512	0.729	1.000	

{426} Valores unitarios de I_1 y de I_2 para dos vigas que se cruzan, con diferente longitud, resolviendo ambas la misma cantidad de carga.

Otro planteamiento que podemos llevar a cabo para entender el trabajo entre ellas es el basado en conseguir que ambas vigas resuelven igual cantidad de carga. Así, seguimos trabajando con relaciones entre la viga corta y la viga larga. El resultado mostrado en la tabla {426} nos da la inercia de la segunda viga, en relación con la de referencia. Por ejemplo, si establecemos una relación de 1:5, para el caso de que la viga corta tenga una inercia 1; a la otra le habrá de corresponder una de 125. Y al revés: si la proporción es de 5:1, en el caso de que la primera tenga una inercia de 1, la otra deberá tener una inercia de 0,008, para que el cortante se iguale en ambas.

Sin embargo, lo que hemos hecho no tiene nada que ver con pretensar el sistema de vigas, sino

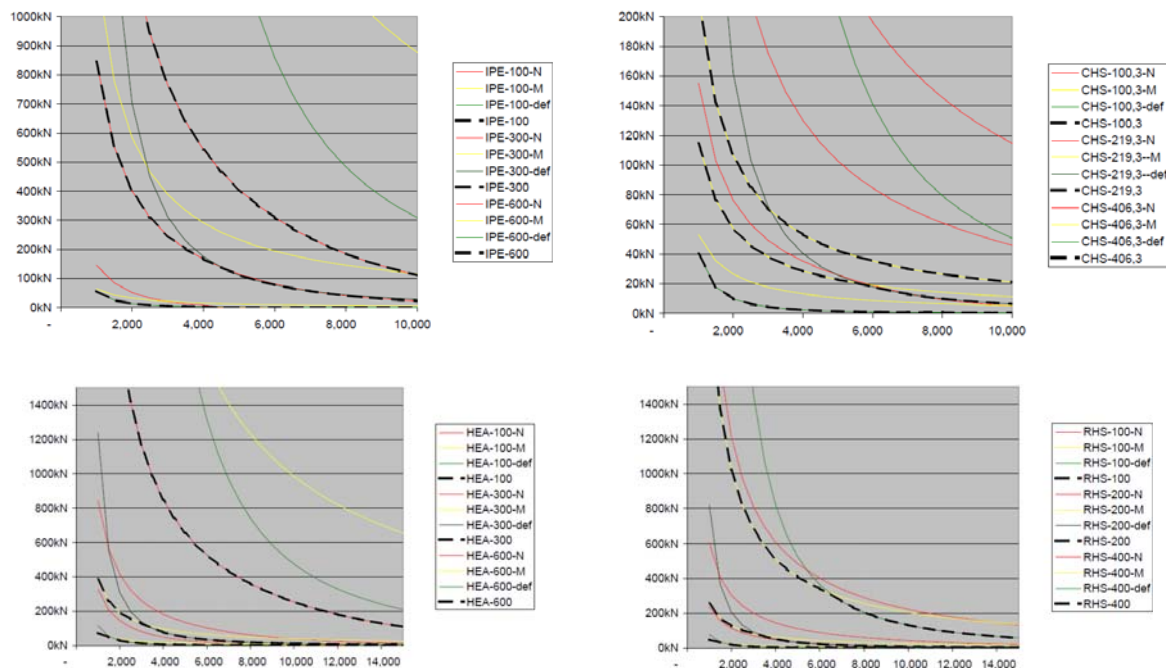
simplemente con saber qué cantidad de carga le corresponde a cada una en un proceso previo. Al fin y al cabo, introducir un pretensado no es más que aplicar una carga concentrada hacia arriba y comprimir una o las dos vigas, por lo que estamos convirtiendo parte de la flexión en axil de la viga. Está claro que el axil que le introduzcamos tiene relación directa con la carga vertical que soporta el sistema.

Nos preguntamos entonces cuál es el límite para poder pretensar las vigas y para que la operación resulte razonable sin considerar el sobrecoste del los tendones y del tornapuntas central. Lo que buscamos no es más que la relación entre el límite de compresión de media viga y el de deformación o de tensión de la viga completa.

La respuesta que podemos llegar a intuir es que, si el cordón está proyectado en forma de I, el pandeo podrá intervenir, siempre y cuando consideremos que no hay arriostramiento transversal; mientras que, si está en forma de H, no será tan determinante, al menos para longitudes pequeñas o medianas.

Como siempre, será el momento flector el que determine el sistema para luces cortas. En función del límite de deformación que debamos respetar, dicha deformación pasará a ser determinante. Por último, será el pandeo el que regule el calibre de los perfiles o los esfuerzos máximos, pero solamente en casos extremos.

Para ejemplificar el párrafo anterior, hemos creado las siguientes tablas:



{427} Cuatro tablas, que muestran los tres tipos de límites de los cordones superiores de vigas Fink: familias IPE, HEA, CHS y RHS. Límites correspondientes a fallo por pandeo de la mitad de la longitud total, fallo por momento flector y fallo por deformación (imagen del autor).

En las tablas {427} mostradas en la página anterior, se hace referencia al posible fallo del cordón superior de una viga Fink que se cruza con otra. En cada grupo hay cuatro funciones: las líneas rojas corresponden con el límite del pandeo, siempre lateral, si consideramos una longitud de pandeo igual a la mitad de la longitud total de la viga; las líneas amarillas se refieren al fallo por momento si consideramos una carga concentrada central; las verdes son las correspondientes al fallo por deformación del sistema si se considera un límite de $L/300$, y, finalmente, las líneas negras discontinuas muestran, para cada caso, la función que determina el fallo en cada momento; es decir, el valor más restrictivo de cada grupo de las tres ecuaciones anteriores.

En todos los casos, se consideran perfiles verticales; es decir, se sitúa el eje $y-y'$ horizontal y, así, se hace la viga más sensible al fallo por compresión, pues, de otro modo, este nunca entraría en juego. Asimismo, siempre se muestran tres perfiles para que los diagramas puedan ser interpretados: el mayor y el menor de una familia, y también uno intermedio.

El fallo por pandeo ocurre únicamente en perfiles IPE, por ser muy esbeltos, o en perfiles muy gruesos; por ejemplo, el HEA-600, donde los fallos por flexión o por deformación no tienen sentido.

No se tiene en cuenta el caso de viga Fink con carga repartida por tratarse de un tipo similar al tratado en el capítulo “Cálculo manual de vigas Fink”.

Si, en vez de considerar que la carga es una fuerza concentrada, suponemos que está distribuida sobre una de las vigas (situación más acorde para el caso de una cubierta), tendríamos la siguiente posible solución:

$$[100] \quad \frac{5}{384} \frac{q \cdot L_1^4}{E \cdot I_1} - \frac{P \cdot L_1^3}{48 \cdot E \cdot I_1} = \frac{P \cdot L_2^3}{48 \cdot E \cdot I_2}$$

Que, ordenándola un poco, quedaría así:

$$[101] \quad \frac{5}{8} \frac{q \cdot L_1^4}{E \cdot I_1} = P \cdot \left(\frac{L_1^3}{I_1} + \frac{L_2^3}{I_2} \right)$$

Esta ecuación sirve para determinar la cantidad de carga que se transmite por la viga 2. Con esta carga se puede, evidentemente, corregir el diagrama de cortantes y pasarlo de doble triangular a doble trapezoidal.

ENTREVIGADO CON UN PARTELUZ PRETENSADO CENTRAL

Si consideramos un entrevigado metálico en una sala rectangular, podemos llegar a plantear un

parteluz central para reducir el tamaño de las viguetas, para reforzarlo, para buscar otro lenguaje, para descargar la cimentación, etc. Esta respuesta será eficaz cuanto más cuadrada sea la sala, al menos si pensamos en una respuesta pasiva, sin pretensar. Una lectura incorrecta del problema nos puede llevar a concluir que, al colocar el parteluz, las viguetas pasarán a ser vigas de dos tramos debido a la aparición de un apoyo central, que es el propio parteluz.

Antes de continuar, conviene poner de relieve que, en obra nueva, esta solución no supone grandes problemas si se resuelve con corrección; sin embargo, en rehabilitación, puede ser un problema si se desconoce la cimentación o si las paredes que reciben el parteluz no son de carga, tienen huecos o están apeadas en plantas inferiores.

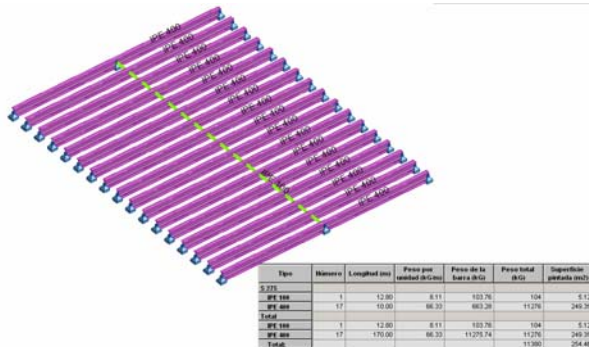
Así, podemos pensar que el nuevo momento negativo será también el muy repetido $q \cdot l^2 / 8$, pero con una luz de la mitad de la inicial, por lo que el momento será cuatro veces menor. La deformación mejorará aún más; puesto que, al depender de la cuarta potencia de la luz y reducirse esta a la mitad, tendremos una flecha 16 veces menor. Esto no es así, ya que la viga parteluz se deforma y, cuanto mayor es su deformación, menor es el negativo que las correas desarrollan, lo que conlleva el aumento de la deformación y el positivo. No obstante, se obtiene una mejora.

A pesar del error cometido, podríamos dudar sobre la conveniencia económica de la viga central: las viguetas reducen su repercusión por metro lineal y, por consiguiente, por metro cuadrado, pero hay una nueva viga que hace crecer nuevamente esa cuantía. ¿Merece la pena, entonces, esta actuación si pensamos que no estamos hablando de un refuerzo, sino de una planta de obra nueva? La respuesta no es fácil de abordar, al menos si no se plantea con cierto rigor.

Antes de pasar a responder esta pregunta, conviene reconsiderar el error del planteamiento anterior; porque, a veces, los errores pueden servir para buscar nuevas soluciones o para pensar que pueden ser cometidos y, por tanto, que deben ser evitados. La solución que el pretensado puede ofrecernos en este caso consiste en aplicar una fuerza activa al parteluz, con el fin de conseguir así que la viga central finalmente no se deforme o que, si lo hace, pueda llegar a compensar el negativo y el positivo (si es que el problema son las tensiones). En definitiva, lo que nos puede ofrecer el pretensado es conseguir que las viguetas funcionen como en el planteamiento erróneo si aplicamos una fuerza de valor adecuado.

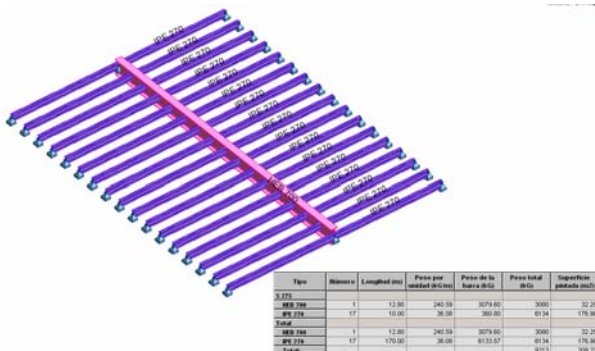
TRES SISTEMAS DE ENTREVIGADO

Si consideramos que el parteluz central {428} únicamente trabaja como un elemento arriostrador; es decir, que puede llegar a resultar prescindible y que es una carga muerta en el esquema estructural, encontraremos una primera solución al problema, que constituirá uno de los “extremos” de todo el abanico de posibles soluciones.



{428} Primer caso: vigas IPE-400 y parteluz IPE-100, peso total 11.380 kg, canto máximo 400 mm (imagen del autor).

Otra solución {429} al problema planteado, en este caso de máximos, consiste en pensar que la primera correa, la más cercana al apoyo del parteluz, siempre se considerará como una viga con tres apoyos y dos vanos iguales, y que todas las demás deben ser iguales a esa primera, por lo que el parteluz debe ser lo suficientemente rígido como para conseguir una deformación acorde con este modelo de comportamiento. En este segundo planteamiento hay un problema inherente, que es el de determinar con rigor cuál es el ancho de banda que le corresponde al parteluz.

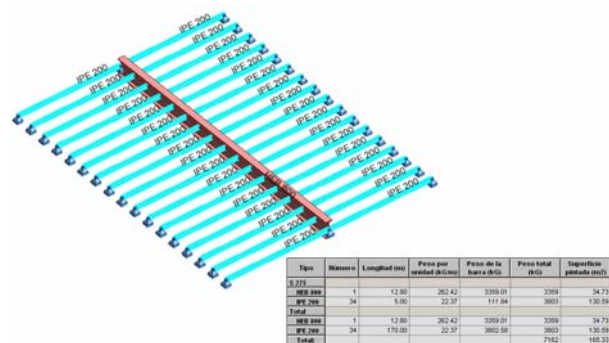


{429} Segundo caso: vigas IPE-270 y parteluz HEB-700, peso total 9.213 kg, canto máximo 700 mm (imagen del autor).

La tercera posible solución {430} se basa en plantear que las correas pasan a ser articuladas en ambos lados del parteluz, de modo que ahora queda perfectamente claro cuál es el ancho de banda que le corresponde al elemento central transversal.

En los tres ejemplos que ilustran los casos expuestos, se ha introducido la misma geometría (10 x 12,8 m²), las mismas cargas salvo el peso propio de los perfiles (q = 0,5 kN/m por correa en

ELS) y las mismas condiciones máximas de deformación final (L/500), para una calidad de acero S-275-JR.



{430} Tercer caso: vigas IPE-200 y parteluz HEB-800, peso total 7.162 kg, canto máximo 800 mm (imagen del autor).

En los resultados obtenidos hay algunas variables que, como tales, permiten conseguir resultados diferentes: la proporcionalidad en planta entre una dimensión y la transversal a esta, la tipología de perfiles y su variedad, así como la limitación de la deformación que, como se ha tratado en capítulos anteriores, puede ser más o menos determinante en el problema.

La conclusión que se obtiene del estudio de los tres problemas anteriores es que la solución más barata es aquella que incorpora viguetas articuladas en el centro, pero que es también la que mayor canto precisa. Y la más cara es aquella que se olvida del parteluz, pero es la que precisa menor canto. Entre ambas se encuentra la hiperestática, que tiene un canto y un coste intermedios. No sorprende en ningún caso el resultado.

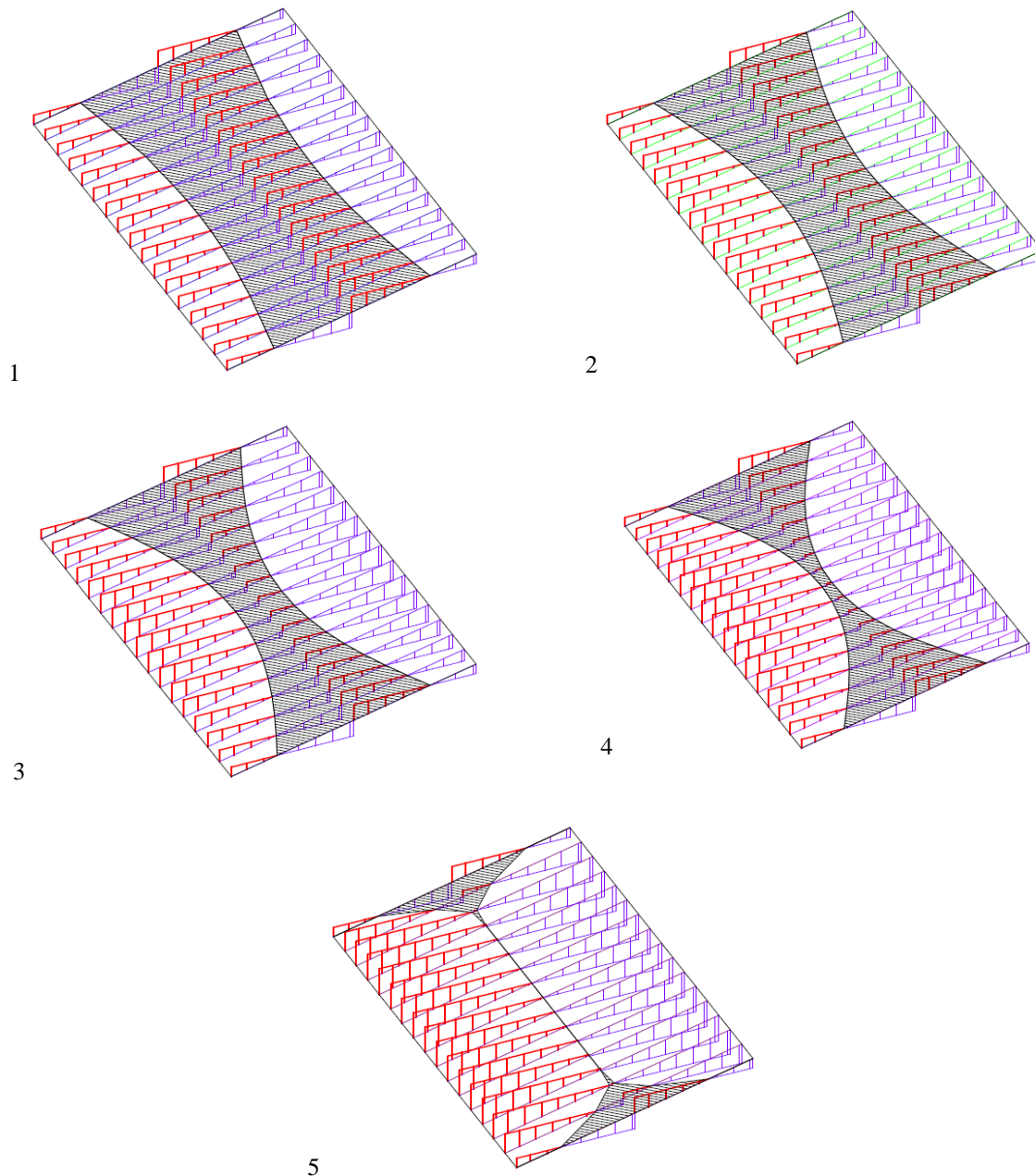
El primer y el último modelo parecen de fácil formulación, puesto que se trata de casos isostáticos. También parece claro que el segundo siempre estará a caballo entre las otras dos soluciones. Así pues, las incógnitas, como en casos anteriores, serán la geometría, la carga superficial, el límite de deformación y la calidad del acero.

No hay que perder de vista que cambiar el sistema de unión con la viga parteluz no es lo mismo que trabajar cambiando las rigideces de las vigas, por lo que se interpreta que el recorrido del cambio de ancho de banda tiene dos direcciones. En este primer recorrido {431} del cambio de ancho de banda, podemos apreciar que la banda se adapta a una traza parabólica, que queda muy lejos del típico 50 o 40% habitual. Cabe tener presente que, pese a no aportar mucha información sobre cada situación, los cinco casos corresponden a situaciones reales y han sido diseñados en las mismas condiciones finales de deformación y de tensión. Se ha eliminado información para agilizar la materia. Así pues, estamos interesados en obtener una ecuación o sistema de ecuaciones que nos resuelva la

cantidad de carga que solicita a la viga central y que sea complementaria de la gráfica. Lo que sí sabemos es que la primera y última viga siempre se sitúan en el 60% de la banda del parteluz central.

Para simplificar el problema, suponemos que son cinco las viguetas que forman el entramado y que

hay un único parteluz. Sin embargo, el problema puede resolverse con un número cualquiera de viguetas.



{431} Recorrido por el ancho de banda de las viguetas, que es resultado de cambiar su rigidez relativa. En la imagen 1: IPE-270 + HEB-800; en la imagen 2: IPE-300 + HEB-700; en la imagen 3: IPE-330 + HEB-600; en la imagen 4: IPE-360 + HEB-500 y, finalmente, en la imagen 5: IPE-400 + HEB-100 (imagen del autor).

Para resolver este problema, al igual que se ha hecho en casos anteriores, vamos a echar mano de las ecuaciones que nos aporta la resistencia de materiales. Tales ecuaciones son las de la elástica de una viga con una carga concentrada central [102] y la de otra viga con una carga concentrada a una distancia de un apoyo [103]. El primer problema trata el caso de una carga concentrada en cada

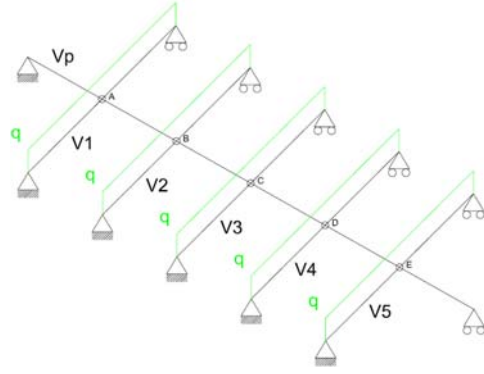
punto A, B, C, D y E de la figura {432}. Después haremos lo mismo para el caso de cargas lineales, que es el caso que se ajusta más a lo que estábamos planteando hasta ahora:

$$[102] \quad y_{AC} = \frac{P \cdot l \cdot x^2}{48 \cdot E \cdot I} \left(3 - 4 \cdot \frac{x}{l} \right)$$

$$[103] \quad y_{AC} = \frac{P \cdot b^2}{6 \cdot E \cdot I} \left(3a - x - \frac{2 \cdot a \cdot x}{l^2} \right) \cdot \frac{x^2}{l^2}$$

En la primera fórmula, “x” es la posición de la carga concentrada sobre la viga. Podemos, en el caso de la primera ecuación, hacerlo igual a $0,5 \cdot l$, pues sabemos que está en el punto central.

Además, sabemos que, en la segunda fórmula, “a” es la distancia al primer apoyo y “b” es la distancia al segundo apoyo del punto cuya deformación queremos conocer. Para establecer el sistema, que presumiblemente contará con diez ecuaciones (o cinco si sabemos que la estructura es simétrica en geometría y cargas), numeramos las vigas y las intersecciones según la imagen siguiente {432}:



{432} Numeración de vigas y de los puntos de intersección (imagen del autor).

Entonces podremos escribir las cinco ecuaciones, tal como se muestran a continuación:

$$[104] \quad \frac{P_{v1} \cdot L_{v1}^3}{192 \cdot I_{v1}} = \left(\frac{25 \cdot P_{v1A} \cdot L_{v1}^2}{216 \cdot I_{v1}} \right) \left(\frac{\frac{17}{6} L_{v1} - \frac{1}{3} L_{v1}^2}{L_{v1}^2} \right) \left(\frac{L_{v1}^2}{36 \cdot L_{v1}^2} \right) + \left(\frac{2 \cdot P_{v1B} \cdot L_{v1}^2}{27 \cdot I_{v1}} \right) \left(\frac{\frac{5}{6} L_{v1} - \frac{1}{9} L_{v1}^2}{L_{v1}^2} \right) \left(\frac{L_{v1}^2}{36 \cdot L_{v1}^2} \right) + \left(\frac{P_{v1C} \cdot L_{v1}^2}{24 \cdot I_{v1}} \right) \left(\frac{\frac{4}{3} L_{v1} - \frac{1}{6} L_{v1}^2}{L_{v1}^2} \right) \left(\frac{L_{v1}^2}{36 \cdot L_{v1}^2} \right) + \left(\frac{P_{v1D} \cdot L_{v1}^2}{54 \cdot I_{v1}} \right) \left(\frac{\frac{4}{3} L_{v1} - \frac{1}{6} L_{v1}^2}{L_{v1}^2} \right) \left(\frac{L_{v1}^2}{36 \cdot L_{v1}^2} \right) + \left(\frac{P_{v1E} \cdot L_{v1}^2}{216 \cdot I_{v1}} \right) \left(\frac{\frac{7}{3} L_{v1} - \frac{5}{3} L_{v1}^2}{L_{v1}^2} \right) \left(\frac{L_{v1}^2}{36 \cdot L_{v1}^2} \right)$$

$$[105] \quad \frac{P_{v2} \cdot L_{v2}^3}{192 \cdot I_{v2}} = \left(\frac{25 \cdot P_{v2A} \cdot L_{v2}^2}{216 \cdot I_{v2}} \right) \left(\frac{\frac{8}{3} L_{v2} - \frac{2}{3} L_{v2}^2}{L_{v2}^2} \right) \left(\frac{L_{v2}^2}{9 \cdot L_{v2}^2} \right) + \left(\frac{2 \cdot P_{v2B} \cdot L_{v2}^2}{27 \cdot I_{v2}} \right) \left(\frac{\frac{2}{3} L_{v2} - \frac{2}{9} L_{v2}^2}{L_{v2}^2} \right) \left(\frac{L_{v2}^2}{9 \cdot L_{v2}^2} \right) + \left(\frac{P_{v2C} \cdot L_{v2}^2}{24 \cdot I_{v2}} \right) \left(\frac{\frac{7}{6} L_{v2} - \frac{1}{3} L_{v2}^2}{L_{v2}^2} \right) \left(\frac{L_{v2}^2}{9 \cdot L_{v2}^2} \right) + \left(\frac{P_{v2D} \cdot L_{v2}^2}{54 \cdot I_{v2}} \right) \left(\frac{\frac{7}{6} L_{v2} - \frac{1}{3} L_{v2}^2}{L_{v2}^2} \right) \left(\frac{L_{v2}^2}{9 \cdot L_{v2}^2} \right) + \left(\frac{P_{v2E} \cdot L_{v2}^2}{216 \cdot I_{v2}} \right) \left(\frac{\frac{13}{6} L_{v2} - \frac{5}{9} L_{v2}^2}{L_{v2}^2} \right) \left(\frac{L_{v2}^2}{9 \cdot L_{v2}^2} \right)$$

$$[106] \quad \frac{P_{v3} \cdot L_{v3}^3}{192 \cdot I_{v3}} = \left(\frac{25 \cdot P_{v3A} \cdot L_{v3}^2}{216 \cdot I_{v3}} \right) \left(\frac{\frac{7}{3} L_{v3} - \frac{4}{3} L_{v3}^2}{L_{v3}^2} \right) \left(\frac{L_{v3}^2}{4 \cdot L_{v3}^2} \right) + \left(\frac{2 \cdot P_{v3B} \cdot L_{v3}^2}{27 \cdot I_{v3}} \right) \left(\frac{\frac{1}{2} L_{v3} - \frac{1}{3} L_{v3}^2}{L_{v3}^2} \right) \left(\frac{L_{v3}^2}{4 \cdot L_{v3}^2} \right) + \left(\frac{P_{v3C} \cdot L_{v3}^2}{24 \cdot I_{v3}} \right) \left(\frac{L_{v3} - \frac{1}{2} L_{v3}^2}{L_{v3}^2} \right) \left(\frac{L_{v3}^2}{4 \cdot L_{v3}^2} \right) + \left(\frac{P_{v3D} \cdot L_{v3}^2}{54 \cdot I_{v3}} \right) \left(\frac{L_{v3} - \frac{1}{2} L_{v3}^2}{L_{v3}^2} \right) \left(\frac{L_{v3}^2}{4 \cdot L_{v3}^2} \right) + \left(\frac{P_{v3E} \cdot L_{v3}^2}{216 \cdot I_{v3}} \right) \left(\frac{2 \cdot L_{v3} - \frac{5}{6} L_{v3}^2}{L_{v3}^2} \right) \left(\frac{L_{v3}^2}{4 \cdot L_{v3}^2} \right)$$

$$[107] \quad \frac{P_{v4} \cdot L_{v4}^3}{192 \cdot I_{v4}} = \left(\frac{25 \cdot P_{v4A} \cdot L_{v4}^2}{216 \cdot I_{v4}} \right) \left(\frac{\frac{7}{3} L_{v4} - \frac{4}{3} L_{v4}^2}{L_{v4}^2} \right) \left(\frac{L_{v4}^2}{4 \cdot L_{v4}^2} \right) + \left(\frac{2 \cdot P_{v4B} \cdot L_{v4}^2}{27 \cdot I_{v4}} \right) \left(\frac{\frac{1}{2} L_{v4} - \frac{1}{3} L_{v4}^2}{L_{v4}^2} \right) \left(\frac{L_{v4}^2}{4 \cdot L_{v4}^2} \right) + \left(\frac{P_{v4C} \cdot L_{v4}^2}{24 \cdot I_{v4}} \right) \left(\frac{L_{v4} - \frac{1}{2} L_{v4}^2}{L_{v4}^2} \right) \left(\frac{L_{v4}^2}{4 \cdot L_{v4}^2} \right) + \left(\frac{P_{v4D} \cdot L_{v4}^2}{54 \cdot I_{v4}} \right) \left(\frac{L_{v4} - \frac{1}{2} L_{v4}^2}{L_{v4}^2} \right) \left(\frac{L_{v4}^2}{4 \cdot L_{v4}^2} \right) + \left(\frac{P_{v4E} \cdot L_{v4}^2}{216 \cdot I_{v4}} \right) \left(\frac{2 \cdot L_{v4} - \frac{5}{6} L_{v4}^2}{L_{v4}^2} \right) \left(\frac{L_{v4}^2}{4 \cdot L_{v4}^2} \right)$$

$$[108] \quad \frac{P_{v5} \cdot L_{v5}^3}{192 \cdot I_{v5}} = \left(\frac{25 \cdot P_{v5A} \cdot L_{v5}^2}{216 \cdot I_{v5}} \right) \left(\frac{\frac{13}{6} L_{v5} - \frac{5}{3} L_{v5}^2}{L_{v5}^2} \right) \left(\frac{25 \cdot L_{v5}^2}{36 \cdot L_{v5}^2} \right) + \left(\frac{2 \cdot P_{v5B} \cdot L_{v5}^2}{27 \cdot I_{v5}} \right) \left(\frac{\frac{1}{6} L_{v5} - \frac{5}{9} L_{v5}^2}{L_{v5}^2} \right) \left(\frac{25 \cdot L_{v5}^2}{36 \cdot L_{v5}^2} \right) + \left(\frac{P_{v5C} \cdot L_{v5}^2}{24 \cdot I_{v5}} \right) \left(\frac{\frac{2}{3} L_{v5} - \frac{5}{6} L_{v5}^2}{L_{v5}^2} \right) \left(\frac{25 \cdot L_{v5}^2}{36 \cdot L_{v5}^2} \right) + \left(\frac{P_{v5D} \cdot L_{v5}^2}{54 \cdot I_{v5}} \right) \left(\frac{\frac{2}{3} L_{v5} - \frac{5}{6} L_{v5}^2}{L_{v5}^2} \right) \left(\frac{25 \cdot L_{v5}^2}{36 \cdot L_{v5}^2} \right) + \left(\frac{P_{v5E} \cdot L_{v5}^2}{216 \cdot I_{v5}} \right) \left(\frac{\frac{5}{3} L_{v5} - \frac{25}{18} L_{v5}^2}{L_{v5}^2} \right) \left(\frac{25 \cdot L_{v5}^2}{36 \cdot L_{v5}^2} \right)$$

A pesar de que puedan parecer ecuaciones muy complejas, no lo son tanto; puesto que, en cada una, hay tan solo dos incógnitas, que son las fracciones de cortante que les corresponden a las dos vigas para el punto considerado, como sucedía en el caso de dos vigas; el resto son valores conocidos. Si se programa con una hoja de cálculo, la operativa puede llegar a ser muy ágil. Lo cierto es que son diez ecuaciones con diez incógnitas. Las otras diez ecuaciones son las que igualan la fuerza aplicada con la suma de las cargas que les corresponden a la viga larga P_{vLn} y a la corta P_{vLn} .

Este sistema, que no es más que un cálculo matricial, constituye una aproximación al método que se emplea en el apartado de cálculo matricial de vigas Fink y puede ser de utilidad para explicar su funcionamiento a alguien no iniciado en este tipo de cálculo.

Si ahora pensamos que pretensar el parteluz consiste en aplicar una carga vertical ascendente, nos preguntaremos qué pasará con el ancho de banda. Si recordamos que no es más que una carga concentrada central, podemos aplicar otra ecuación que tenga que ver con una carga concreta, tal como venimos haciendo hasta ahora.

Si queremos trabajar con cargas uniformemente distribuidas sobre el grupo de vigas, no sobre el parteluz, en vez de hacerlo con cargas concentradas centrales, deberemos sustituir la ecuación [102] por la siguiente [109]:

$$[109] \quad y_{AC} = \frac{P \cdot x}{24 \cdot E \cdot I} (x^3 - 2lx^2 + l^3)$$

Las ecuaciones [104] a [108] quedarían ahora así:

$$[110] \quad \frac{5Q_{v1} \cdot L_{v1}^4}{192 \cdot I_{v1}} - \frac{P_{v1} \cdot L_{v1}^3}{192 \cdot I_{v1}} = \left(\frac{25 \cdot P_{vLA} \cdot L_{vL}^2}{216 \cdot I_{vL}} \right) \left(\frac{\frac{17}{6} L_{vL} - \frac{1}{3} L_{vL}^2}{L_{vL}^2} \right) \left(\frac{L_{vL}^2}{36 \cdot L_{vL}^2} \right) + \left(\frac{2 \cdot P_{vLB} \cdot L_{vL}^2}{27 \cdot I_{vL}} \right) \left(\frac{\frac{5}{6} L_{vL} - \frac{1}{9} L_{vL}^2}{L_{vL}^2} \right) \left(\frac{L_{vL}^2}{36 \cdot L_{vL}^2} \right) + \left(\frac{P_{vLC} \cdot L_{vL}^2}{24 \cdot I_{vL}} \right) \left(\frac{\frac{4}{3} L_{vL} - \frac{1}{6} L_{vL}^2}{L_{vL}^2} \right) \left(\frac{L_{vL}^2}{36 \cdot L_{vL}^2} \right) + \left(\frac{P_{vLD} \cdot L_{vL}^2}{54 \cdot I_{vL}} \right) \left(\frac{\frac{4}{3} L_{vL} - \frac{1}{6} L_{vL}^2}{L_{vL}^2} \right) \left(\frac{L_{vL}^2}{36 \cdot L_{vL}^2} \right) + \left(\frac{P_{vLE} \cdot L_{vL}^2}{216 \cdot I_{vL}} \right) \left(\frac{\frac{7}{3} L_{vL} - \frac{5}{3} L_{vL}^2}{L_{vL}^2} \right) \left(\frac{L_{vL}^2}{36 \cdot L_{vL}^2} \right)$$

$$[111] \quad \frac{5Q_{v2} \cdot L_{v2}^4}{192 \cdot I_{v2}} - \frac{P_{v2} \cdot L_{v2}^3}{192 \cdot I_{v2}} = \left(\frac{25 \cdot P_{vLA} \cdot L_{vL}^2}{216 \cdot I_{vL}} \right) \left(\frac{\frac{8}{3} L_{vL} - \frac{2}{3} L_{vL}^2}{L_{vL}^2} \right) \left(\frac{L_{vL}^2}{9 \cdot L_{vL}^2} \right) + \left(\frac{2 \cdot P_{vLB} \cdot L_{vL}^2}{27 \cdot I_{vL}} \right) \left(\frac{\frac{2}{3} L_{vL} - \frac{2}{9} L_{vL}^2}{L_{vL}^2} \right) \left(\frac{L_{vL}^2}{9 \cdot L_{vL}^2} \right) + \left(\frac{P_{vLC} \cdot L_{vL}^2}{24 \cdot I_{vL}} \right) \left(\frac{\frac{7}{6} L_{vL} - \frac{1}{3} L_{vL}^2}{L_{vL}^2} \right) \left(\frac{L_{vL}^2}{9 \cdot L_{vL}^2} \right) + \left(\frac{P_{vLD} \cdot L_{vL}^2}{54 \cdot I_{vL}} \right) \left(\frac{\frac{7}{6} L_{vL} - \frac{1}{3} L_{vL}^2}{L_{vL}^2} \right) \left(\frac{L_{vL}^2}{9 \cdot L_{vL}^2} \right) + \left(\frac{P_{vLE} \cdot L_{vL}^2}{216 \cdot I_{vL}} \right) \left(\frac{\frac{13}{6} L_{vL} - \frac{5}{9} L_{vL}^2}{L_{vL}^2} \right) \left(\frac{L_{vL}^2}{9 \cdot L_{vL}^2} \right)$$

$$[112] \quad \frac{5Q_{v3} \cdot L_{v3}^4}{192 \cdot I_{v3}} - \frac{P_{v3} \cdot L_{v3}^3}{192 \cdot I_{v3}} = \left(\frac{25 \cdot P_{vLA} \cdot L_{vL}^2}{216 \cdot I_{vL}} \right) \left(\frac{\frac{7}{3} L_{vL} - \frac{4}{3} L_{vL}^2}{L_{vL}^2} \right) \left(\frac{L_{vL}^2}{4 \cdot L_{vL}^2} \right) + \left(\frac{2 \cdot P_{vLB} \cdot L_{vL}^2}{27 \cdot I_{vL}} \right) \left(\frac{\frac{1}{2} L_{vL} - \frac{1}{3} L_{vL}^2}{L_{vL}^2} \right) \left(\frac{L_{vL}^2}{4 \cdot L_{vL}^2} \right) + \left(\frac{P_{vLC} \cdot L_{vL}^2}{24 \cdot I_{vL}} \right) \left(\frac{L_{vL} - \frac{1}{2} L_{vL}^2}{L_{vL}^2} \right) \left(\frac{L_{vL}^2}{4 \cdot L_{vL}^2} \right) + \left(\frac{P_{vLD} \cdot L_{vL}^2}{54 \cdot I_{vL}} \right) \left(\frac{L_{vL} - \frac{1}{2} L_{vL}^2}{L_{vL}^2} \right) \left(\frac{L_{vL}^2}{4 \cdot L_{vL}^2} \right) + \left(\frac{P_{vLE} \cdot L_{vL}^2}{216 \cdot I_{vL}} \right) \left(\frac{2 \cdot L_{vL} - \frac{5}{6} L_{vL}^2}{L_{vL}^2} \right) \left(\frac{L_{vL}^2}{4 \cdot L_{vL}^2} \right)$$

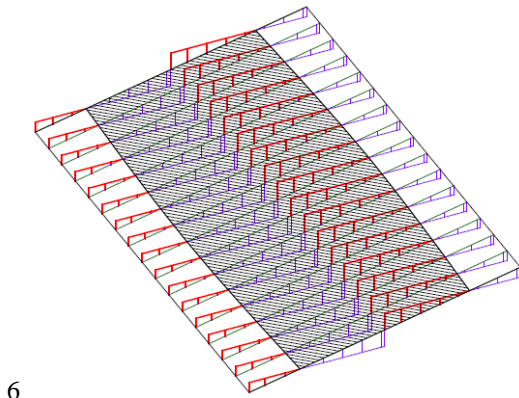
$$[113] \quad \frac{5Q_{v4} \cdot L_{v4}^4}{192 \cdot I_{v4}} - \frac{P_{v4} \cdot L_{v4}^3}{192 \cdot I_{v4}} = \left(\frac{25 \cdot P_{vLA} \cdot L_{vL}^2}{216 \cdot I_{vL}} \right) \left(\frac{\frac{7}{3} L_{vL} - \frac{4}{3} L_{vL}^2}{L_{vL}^2} \right) \left(\frac{L_{vL}^2}{4 \cdot L_{vL}^2} \right) + \left(\frac{2 \cdot P_{vLB} \cdot L_{vL}^2}{27 \cdot I_{vL}} \right) \left(\frac{\frac{1}{2} L_{vL} - \frac{1}{3} L_{vL}^2}{L_{vL}^2} \right) \left(\frac{L_{vL}^2}{4 \cdot L_{vL}^2} \right) + \left(\frac{P_{vLC} \cdot L_{vL}^2}{24 \cdot I_{vL}} \right) \left(\frac{L_{vL} - \frac{1}{2} L_{vL}^2}{L_{vL}^2} \right) \left(\frac{L_{vL}^2}{4 \cdot L_{vL}^2} \right) + \left(\frac{P_{vLD} \cdot L_{vL}^2}{54 \cdot I_{vL}} \right) \left(\frac{L_{vL} - \frac{1}{2} L_{vL}^2}{L_{vL}^2} \right) \left(\frac{L_{vL}^2}{4 \cdot L_{vL}^2} \right) + \left(\frac{P_{vLE} \cdot L_{vL}^2}{216 \cdot I_{vL}} \right) \left(\frac{2 \cdot L_{vL} - \frac{5}{6} L_{vL}^2}{L_{vL}^2} \right) \left(\frac{L_{vL}^2}{4 \cdot L_{vL}^2} \right)$$

$$[114] \quad \frac{5Q_{v5} \cdot L_{v5}^4}{192 \cdot I_{v5}} - \frac{P_{v5} \cdot L_{v5}^3}{192 \cdot I_{v5}} = \left(\frac{25 \cdot P_{vLA} \cdot L_{vL}^2}{216 \cdot I_{vL}} \right) \left(\frac{\frac{13}{6} L_{vL} - \frac{5}{3} L_{vL}^2}{L_{vL}^2} \right) \left(\frac{L_{vL}^2}{36 \cdot L_{vL}^2} \right) + \left(\frac{2 \cdot P_{vLB} \cdot L_{vL}^2}{27 \cdot I_{vL}} \right) \left(\frac{\frac{1}{6} L_{vL} - \frac{5}{9} L_{vL}^2}{L_{vL}^2} \right) \left(\frac{L_{vL}^2}{36 \cdot L_{vL}^2} \right) + \left(\frac{P_{vLC} \cdot L_{vL}^2}{24 \cdot I_{vL}} \right) \left(\frac{\frac{2}{3} L_{vL} - \frac{5}{6} L_{vL}^2}{L_{vL}^2} \right) \left(\frac{L_{vL}^2}{36 \cdot L_{vL}^2} \right) + \left(\frac{P_{vLD} \cdot L_{vL}^2}{54 \cdot I_{vL}} \right) \left(\frac{\frac{2}{3} L_{vL} - \frac{5}{6} L_{vL}^2}{L_{vL}^2} \right) \left(\frac{L_{vL}^2}{36 \cdot L_{vL}^2} \right) + \left(\frac{P_{vLE} \cdot L_{vL}^2}{216 \cdot I_{vL}} \right) \left(\frac{\frac{5}{3} L_{vL} - \frac{25}{18} L_{vL}^2}{L_{vL}^2} \right) \left(\frac{L_{vL}^2}{36 \cdot L_{vL}^2} \right)$$

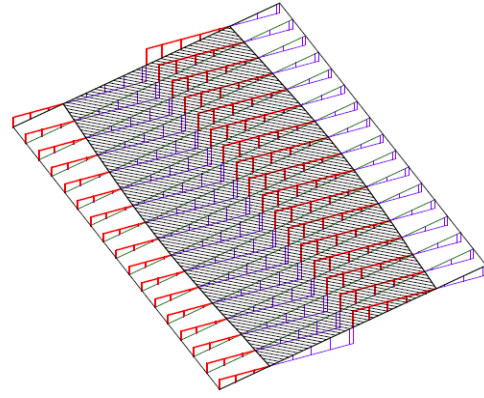
No entramos nuevamente en el desarrollo de las cinco ecuaciones, ya que tan solo nos interesa su funcionamiento, así como su posibilidad de solución y de programación. Evitamos así volver a tener una familia de fórmulas excesivamente complejas de escribir, aunque, en realidad, no lo son tanto a la hora de resolverlas.

El término que se debería introducir en cada una de las ecuaciones, de la [104] a [108], con el mismo significado para las variables que en las fórmulas [102] y [103], sería el siguiente:

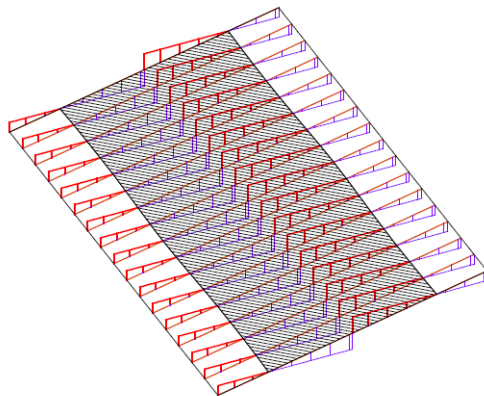
$$[115] \quad -\frac{P_{pret,n} \cdot b^2}{6 \cdot I_{vL}} \left(3a - x - \frac{2 \cdot a \cdot x}{l_{vl}^2} \right) \frac{x^2}{l_{vl}^2}$$



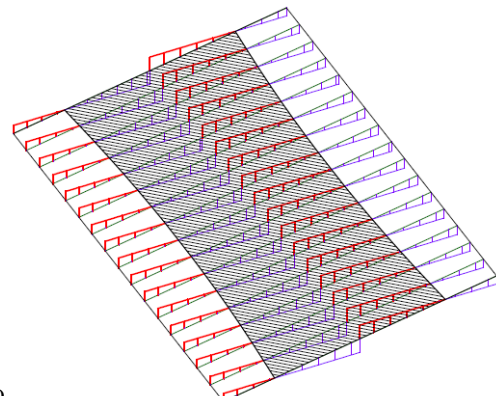
6



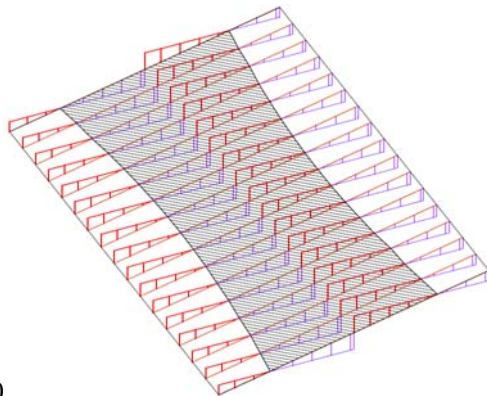
7



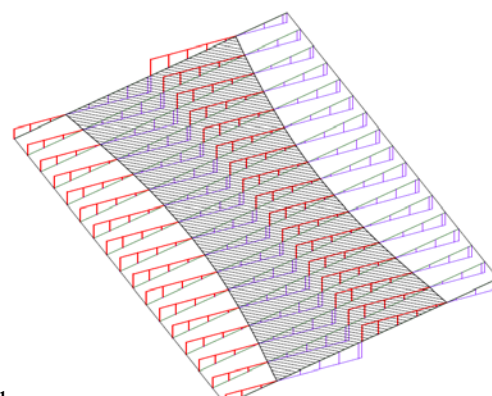
8



9



10



11

{433} Recorrido por el ancho de banda de las viguetas, resultado de pretensar el parteluz. En la imagen 6: IPE-160 + HEB-900 + pret. 1.000 kN; en la imagen 7: IPE-160 + HEB-600 + pret. 666 kN; en la imagen 8: IPE-140 + HEB-260 + pret. 333 kN; en la imagen 9: IPE-200 + HEB-550 + pret. 200 kN; en la imagen 10: IPE-220 + HEB-650 + pret. 100 kN, y, finalmente, en la imagen 11: IPE-240 + HEB-700 + pret. 50 kN (imagen del autor).

Lo que sí abordaremos será la realización de las gráficas {433} de movimiento de anchos de banda para cada caso, pues resultan de más fácil interpretación. En estas gráficas seguimos trabajando con casos reales. Se ha querido evitar el límite de deformación vertical ascendente. Se entiende que, si el forjado queda excesivamente curvado hacia arriba, se puede regularizar esta situación con el pavimento. Se puede observar una secuencia que podría entenderse como continuación de las gráficas incluidas en {431}, por lo que es posible apreciar cómo el ancho de banda pasa a ser paralelo al parteluz y cambia a una curvatura de cóncava a convexa, o viceversa.

Las viguetas, que habían alcanzado su menor dimensión en 270 mm, llegan ahora, gracias al pretensado, a un calibre de tan solo 160 mm; eso sí, a costa de una viga parteluz de 900 mm de canto.

En ningún caso se ha dispuesto el tornapuntas central, los tendones, ni la compresión del cordón, que serán elementos que habrá que añadir después. El pandeo no preocupa; pues, como pudimos verificar en los apartados anteriores, cuando el perfil es esbelto, sí pandea. Sin embargo, si le incorporamos unas chapas laterales que reduzcan el radio de giro y aumenten su capacidad axil siempre que haga falta, el pandeo no será un problema.

En la primera imagen puede observarse que la cantidad de carga que ahora es capaz de controlar la viga, y por tanto sus apoyos, es casi del 70% del total, cuando en el primer grupo de gráficas apenas llegaba al 50% sobredimensionando la propia viga central. Si quisiéramos ampliar el área, deberíamos incrementar las viguetas haciéndolas más rígidas, consiguiendo así que llegasen a trabajar casi en voladizo. Sin embargo, esta solución no es económicamente razonable.

Pórtico unido mediante tendones pretensados

EXPLICACIÓN DEL SISTEMA

Una de las últimas soluciones que se tratan en esta tesis consiste en la utilización del pretensado para unir vigas y pilares en un pórtico metálico trabajando a flexión. Las uniones que se han ido utilizando a lo largo de los años han sido: primero, mediante roblones; después, mediante soldadura, y, por último, mediante la combinación de tornillos en obra y soldadura en taller. Siempre hay, sin embargo, un elemento en común para su diseño: se trata de la tolerancia de montaje en obra. La estructura metálica, a diferencia de las obras de hormigón, exige de una mayor precisión. Tanto es así, que el éxito de los trabajos depende, en gran medida, del técnico que prevé estas soluciones, que se acotan en unos pocos milímetros. El uso de forros, morteros, trácteles o conos para forzar las piezas de una manera no controlada acaban por usarse indiscriminadamente, a razón inversa de la calidad de sus técnicos o a razón directa de la complejidad de la obra. A veces, basta con montar una estructura por la mañana, en vez de por la tarde, para evitar algunos problemas que pueden ser muy costosos de arreglar.

Evitar la soldadura en obra es un gran acierto, porque se gana en rapidez, revisiones y reparaciones posteriores, que, a menudo, se hacen interminables. Soldar en obra y en altura no es lo más adecuado si, por el contrario, se puede voltear la pieza en taller con comodidad. Por otro lado, siempre hay que tener presente la seguridad en la obra. Trabajar a 3 m del suelo no es lo mismo que hacerlo a 15, aunque, desgraciadamente, estos factores no se pueden traducir en coste directo.

Una unión con placa a testa es la solución que, posiblemente, tenga menos tolerancia si desaconsejamos el uso de forros¹; sin embargo, es la solución más económica y ágil. Las chapas deben estar en contacto y, como los pilares no deben quedar inclinados, no hay más margen de movimiento que la holgura de los espárragos de la placa de anclaje de estos. La solución que plantea esta tesis propone un sistema de unión mediante ménsula en forma de U. Esta forma de proceder permite, siempre que la viga sea más estrecha que el pilar y siempre que la viga lleve soldada una

placa a testa, trabajar con chapas de espesores razonables; puesto que es la chapa a testa la que se encarga de transmitir el cortante hacia los rigidizadores de la ménsula en forma de U.

Este sistema busca alzar los pilares perfectamente verticales para, después, dejar apoyadas las vigas sobre las ménsulas, sin importar, relativamente, la franquicia que haya quedado en cada piso entre las chapas de las testas y las ménsulas. Así, el alquiler de las grúas quedará reducido al mínimo tiempo necesario sin que represente un sobre coste excesivo para la obra.

La unión la hará el pretensado final que, gracias a la aplicación previa de forros, peines o, posiblemente, morteros Grout de alta resistencia (previo sellado de los bordes para que el Grout no se filtre por los laterales) hará posible el contacto de las chapas a testa de los extremos de las vigas con el frente de las ménsulas en forma de U. Como la viga tiene cierta holgura sobre su eje, esta puede moverse ligeramente y permitir que uno de los dos extremos quede en contacto, con lo que únicamente debe operar en el otro para corregir esta separación. Si la holgura es demasiado grande, se debe repartir este espacio entre los dos extremos para no provocar grandes excentricidades en los apoyos, con el consiguiente momento resultante extra sobre el pilar. La aplicación de morteros Grout de alta resistencia se hace a menudo, ya que tienen la virtud de corregir tanto despegues uniformes como distorsiones angulares entre las placas sobre cualquier eje; sin embargo, tienen una desventaja clara, que es la de tener que esperar a que se endurezcan, lo que da lugar al retraso de los trabajos. Si se colocan las vigas del techo superior mientras se va completando el piso inferior, no hay problema en ir haciendo las inyecciones con una cesta antes de llegar al piso en cuestión.

Como se ha ido explicando hasta ahora, las vigas serían isostáticas y los pilares en bandera; tan solo la unión pretensada sería la respuesta a la hiperestaticidad necesaria para enfrentarse a momentos de unión tanto frente al viento como a los efectos del sismo. Antes de seguir, y llegados a este punto, es necesario tener presente que la nueva normativa EAE-11, en sus artículos 53.4 y 54, prohíbe explícitamente las uniones semirrígidas en estructuras sometidas a la acción del sismo. Cabe decir que el uso de uniones semirrígidas en estructuras mixtas bajo la acción del sismo está

¹ CAPELLÁN MIGUEL, G.; MARTÍNEZ APARICIO, J.; ROJO VÉLEZ, E. *Guía para el apriete de uniones con tornillos pretensados*. Publicaciones APTA, 2009.

siendo motivo de muchos artículos y de ponencias en la actualidad, con resultados positivos, por lo que es probable que en un futuro la normativa llegue a aceptar estas uniones; eso sí, con algunas limitaciones. El sismo de Northridge² en Los Ángeles, California, en el año 1994, generó el colapso de algunas soldaduras en pórticos metálicos trabajando a flexión, por lo que se propusieron soluciones de unión más dúctiles, como pudieran ser las pretensadas. Sin embargo, este trabajo se desarrolla desde un punto de vista no sísmico, por lo que este conflicto no es objeto de nuestro estudio.

Llegados hasta aquí, conviene tener claro cuál va a ser el proceso de colocación de las vigas, del pretensado, del ferrallado y del hormigonado. Puede llegar a ser interesante hacer un primer pretensado antes de hormigonar; por ejemplo, de un 50%. Una vez endurecido el hormigón, se puede acabar de pretensar. Esta solución se puede aceptar porque el gato o los gatos serán, sea cual sea el orden de tesado, unifícaros (dado que se trata de dos columnas, y un gato multifilar no se puede acomodar correctamente a esta agrupación). Así, aunque el techo esté colocado con un andamio móvil, un operario puede llegar a trabajar con cierta accesibilidad.

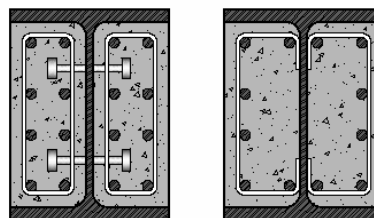
Si, por el contrario, consideramos que es mejor liberar el negativo isostático, aumentando el positivo del peso propio sobre las vigas, tendremos una reserva mayor para las cargas restantes, las de uso y viento, principalmente; eso sí, las vigas serán ligeramente más gruesas. Debemos tener siempre en cuenta que una viga, por lo que se refiere a tensión, está diseñada para trabajar a flexión o, dependiendo del escenario, su calibre estará limitado por el pandeo lateral. Si pretensamos una viga al vacío, sin tener tablero encima, el diseño debe observar también el pandeo, no solo lateral sino global de las vigas. Esto desembocará en la necesidad de trabajar con perfiles HEB, transversalmente más rígidos, o de sobredimensionar los perfiles sin necesidad. Así pues, hasta aquí, parece que el camino que se debe seguir es hacer el pretensado una vez que el tablero endurezca, aunque no todo está valorado.

También conviene aclarar si es necesario colocar conectores para controlar estas inestabilidades. Los conectores son elementos que encarecen la obra; a pesar de que el precio de un conector apenas alcanza medio euro, lo que penaliza su coste es el alquiler del transformador, si nos referimos a conectores unidos mediante soldadura eléctrica, y, sobre todo, la mano de obra. Cada conector

colocado en obra puede llegar a alcanzar un precio de 3 €³; así que, si multiplicamos este precio de referencia por el número de conectores que tiene cada vigueta, por el número de viguetas y por el número de pisos, veremos que la cifra no es despreciable. Casi todos los autores especializados en la materia coinciden en que, si lo que se quiere evitar es el pandeo lateral, no hace falta poner conectores en el ala superior, puesto que con el propio rozamiento entre la chapa y el ala, teniendo en cuenta el cortante que el forjado le transmite a la viga, es más que suficiente. Generalmente, este rozamiento también se considera suficiente para controlar el pandeo de los axiles de tiro que se producen entre los pilares. Conviene, eso sí, hacer números para ver qué pasa cuando se vierte el hormigón y todavía está fresco.

Las fuerzas de tiro no son más que los axiles que deben tener las vigas cuando los cortantes de los pilares no se reparten linealmente entre ellos. La distribución de los cortantes siempre tiene que ver con las rigideces de los perfiles empleados en sus soportes y, dado que es muy raro que un edificio tenga todos sus pilares de igual calibre, siempre hay fuerzas de tiro. El viento también es otra acción que aumenta las fuerzas de tiro en las vigas y, puesto que no suele haber la misma carga aplicada en la cara de barlovento que en la de sotavento, el cortante debe repartirse por el forjado o por las vigas.

Para controlar el pandeo de la viga puede llegar a ser necesaria la colocación de conectores, aunque depende, por supuesto, del axil. No obstante, es necesario valorar que, de igual manera que la fuerza de rozamiento controla el pandeo lateral de las vigas metálicas, el rozamiento también hará que el axil introducido pueda llegar a pasar por la losa nervada superior, reduciendo o eliminando la compresión diseñada para las vigas, por lo que debemos cambiar el criterio: por un lado, se debe pretensar antes de hormigonar el tablero y, por otro, las vigas probablemente deban ser HEB para conseguir un radio de giro transversal mayor.⁴



[434] Perfiles en doble T, rellenos de hormigón, que mejoran su comportamiento frente al fuego y le dan mayor radio de giro transversal a la sección (imagen del autor).

² GARLOCK, M. M.; RICLES, J. M.; SAUSE, R. "Experimental Studies of Full-Scale Posttensioned Steel Connections". *Journal of Structural Engineering*, vol. 131, núm. 3, March 2005, págs. 438-448.

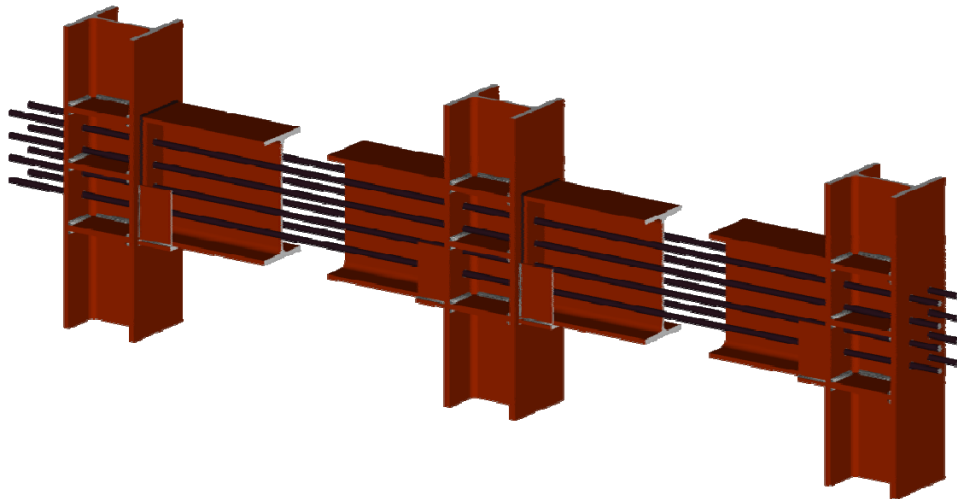
³ Precio del conector extraído de ITEC, BEDEC, MetaBase, 2011.

⁴ ARNEDO, A.; ET AL. *Guia per a la comprovació de la resistència al foc d'estructures*. Sant Cugat del Vallès, ASCEM, 2004.

Otra opción que podemos valorar es la de hormigonar previamente los laterales de las vigas del perfil en doble T, transformando el perfil en una sección prismática regular continua {434}. Así, no solamente conseguiríamos mejorar su radio de giro, sino también su resistencia al fuego. Esta solución está recogida en los eurocódigos y, generalmente, no se utiliza debido a que encarece el coste del transporte y de las grúas. El hormigonado, evidentemente, se hace en taller. También es un problema esta situación, puesto que los talleres de acero no suelen estar preparados para hormigonados, aunque, con espacio suficiente, se puede llegar a resolver el problema. Otra opción podría ser trabajar con vigas tubulares rectangulares, aunque de mayor coste y con un problema añadido: los tendones deben pasar por fuera del tubo, con lo que ensanchan la solución. También nos encontramos con el problema de la

protección contra el fuego: la perlita se adhiere peor y los barnices intumescentes resisten menos que en el caso de ser abiertos, así que esta opción queda descartada.

Si trabajamos con la opción de hormigón, debemos colocar fundas para conseguir que los tendones sean no adherentes. De momento, y dado que la tesis se ha centrado siempre en estructuras metálicas no mixtas, abandonamos la opción del hormigón. Sin embargo, esta opción podría usarse como una solución pasiva si colocamos alguna armadura, con una cuantía mínima soldada al alma y diseñada únicamente como elemento pasivo y de mejora de resistencia al pandeo. De momento, lo reservamos como una posible opción.



{435} Propuesta tipo de unión entre vigas y pilares mediante sistema de pretensado exterior. La ménsula se ha dibujado pequeña para no tapar excesivamente la solución. Al final, será la ménsula la que consiga no solo transmitir el cortante al pilar, sino una unión tipo horquilla, de modo que consiga una longitud de pandeo lateral igual a su longitud libre (imagen del autor).

DESARROLLO DE UN EJEMPLO

Vamos a trabajar con pórticos de dos vanos y tres pilares, con el fin de hacer más claro el trabajo del pretensado. Para empezar a trabajar, consideramos un pórtico formado por tres pisos, con una altura de cada planta de 4.500, 3.000 y 3.000 mm de abajo arriba. Las luces de cada vano son de 7.000 mm, para evitar así asimetrías generadas por vanos diferentes. El ancho de banda es de 5.000 mm. El acero es S-275-JR. Los estados de carga considerados son los que se muestran a continuación:

Peso propio forjado	2,50	kN/m ²
Cargas permanentes (pavimento, tabiques y falso techo)	1,80	kN/m ²
Sobrecarga de uso (Supermercados)	5,00	kN/m ²
TOTAL:	6,30	kN/m²

{436} Estado de cargas considerado para el forjado.

No se considera nieve; puesto que, en la cubierta, se aplica el mismo estado de cargas que en los demás pisos y se supone la posibilidad de usos elevados en cubierta, materiales de pendientes, etc. Se considera, asimismo, un viento con un grado IV de aspereza del terreno y con una presión de referencia de 0,50 kN/m². Para cada piso se consideran unos valores para C_e de viento de:

0 m	1,34	5 m	1,34	10 m	1,78
1 m	1,34	6 m	1,45	11 m	1,85
2 m	1,34	7 m	1,55		
3 m	1,34	8 m	1,63		
4 m	1,34	9 m	1,71		

{437} Valores de C_e para el caso del viento.

Los valores de C_p serán de 0,8 y -0,4 para barlovento y sotavento, respectivamente. El valor de las cargas concentradas del viento para cada fachada tendrán un valor de:

H	Barlovento	Sotavento
10,5 m	13,13 kN	-6,56 kN
7,5 m	8,82 kN	-4,41 kN
4,5 m	8,04 kN	-4,02 kN

{438} Magnitudes de las cargas concentradas de viento para cada piso y fachada.

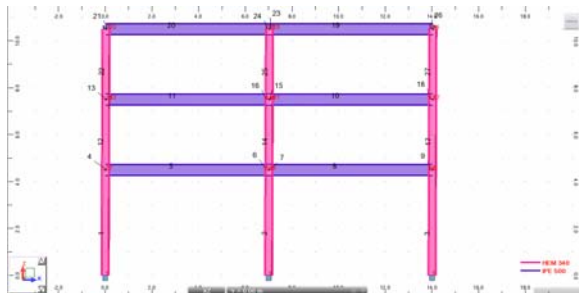
Para la deformación final, vamos a establecer el límite de deformación vertical en $L/400$. El límite de deformación horizontal quedará fijado en $H/500$, para la totalidad de la altura; mientras que, para cada piso en particular, en $h/250$. Las combinaciones que usaremos son las que indica la

normativa vigente CTE DB-SE del Acero, que son las siguientes:

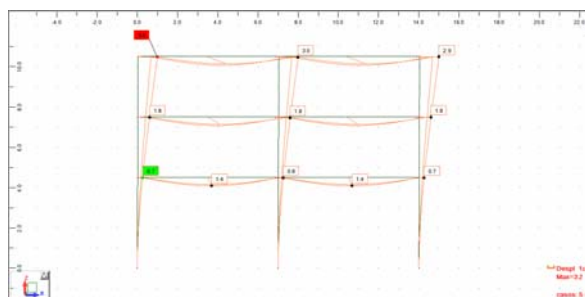
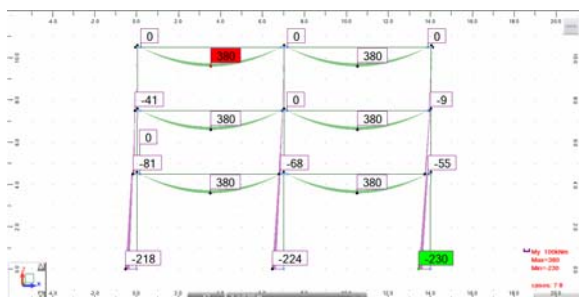
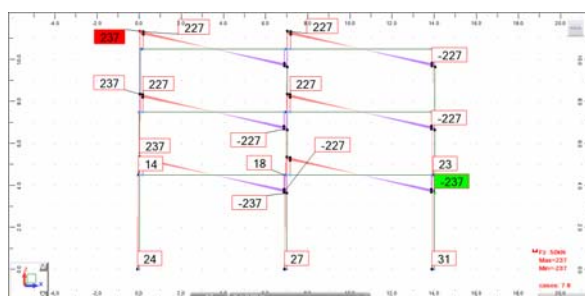
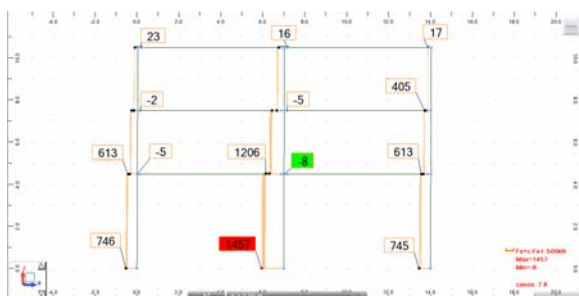
COMBINACIONES

	PP	CP	SU($\Psi_0=0,7$)	SV($\Psi_0=0,6$)
ELS-U	1,00	1,00	1,00	0,60
ELS-V	1,00	1,00	0,70	1,00
ELU-U	1,35	1,35	1,50	0,90
ELU-V	1,35	1,35	1,05	1,50

{439} Descripción de las hipótesis combinadas.



Tipo	Número	Longitud (m)	Peso por unidad (kg/m)	Peso de la barra (kg)	Peso total (kg)	Superficie pintada (m2)
S 275						
HEM 340	6	3,00	248,01	744,04	4464	34,23
HEM 340	3	4,50	248,01	1116,07	3348	25,67
IPE 500	12	0,15	90,72	13,61	163	3,14
IPE 500	6	6,70	90,72	607,81	3647	70,09
Total						
HEM 340	9	31,50	248,01	7812,46	7812	59,90
IPE 500	18	42,00	90,72	3810,14	3810	73,23
Total:					11623	133,13



{440} Gráficas y descripción de la estructura isostática, sin pretensado y con vigas biarticuladas. Descripción geométrica de la estructura. Estado de mediciones del pórtico. Diagrama de axiles Envolverte ELU. Diagrama de cortantes Envolverte ELU. Diagrama de axiles Envolverte ELS. Deformada Envolverte ELS. Pilares HEM-340. Vigas IPE-50 (imagen del autor).

Asimismo, deben ser revisadas las vibraciones, aunque, de entrada, no parecen suponer un problema; ya que se ha impuesto un límite mayor a $L/300$. Como se trata de una unión pretensada, podremos analizar si existe alguna mejora por el hecho de pretensar el pórtico.

Antes de pasar a analizar el efecto del pretensado y de las uniones semirrígidas, debemos calcular el pórtico. Para ello, vamos a aplicar las imperfecciones globales. El cálculo va a ser en segundo orden, y se va a aplicar el método χ , por lo que no es necesario introducir imperfecciones

locales. Vamos a aplicar unas imperfecciones correspondientes a $L/300$ por tratarse de un caso intermedio entre dos ($L/200$) y cuatro soportes ($L/400$). Así pues, las imperfecciones iniciales del pórtico, para cada planta, son las siguientes:

4,5 m 15 mm / 7,5 m 25 mm / 10,5 m 35 mm

{441} Desplomes iniciales máximos para cada altura.

Se estima en todo momento que, transversalmente al pórtico, existe un sistema suficientemente rígido como para considerar arriostrada la estructura en la dirección perpendicular a su plano. Esta estructura puede estar formada, por ejemplo, por cruces de san

Andrés o por pantallas de hormigón orientadas perpendicularmente a los pórticos. Vamos a suponer que las vigas están articuladas en el cálculo sin pretensado. Con todos los datos anteriores, obtenemos la solución que desarrollamos a continuación.

PRIMERA SOLUCIÓN ISOSTÁTICA SIN PRETENSADO

El cálculo a deformación total se ha considerado teniendo en cuenta únicamente la fuerza del viento para no sobredimensionar aún más la estructura. La primera crítica que se le puede hacer a la solución es no haber trabajado con nudos rígidos. El calibre de las vigas es el de una IPE-500, porque la IPE-450 alcanza un coeficiente de rendimiento igual a 1,07; así que, con poco que hagamos, podremos reducirlas de sección. Ciertamente, la solución encuentra un precio más alto; pero, a cambio, consigue una mayor rapidez de montaje y elimina los posibles conflictos que puedan surgir. Si optásemos por nudos rígidos, las vigas pasarían a ser de calibre IPE-450 y los pilares, los que más lo notarían, encontrarían en el HEM-200 la mejor solución. Siempre se ha considerado el mismo

perfil para los soportes en toda la vertical, sin posibilidad de reducción; así, los kilos de acero pasarían de los 11.623 anteriores a tan solo 6.507, un 44% menos.

Lejos de parecer que el problema es inadecuado, vamos a intentar mejorar este estado con el pretensado y demostrar que, con unos ligeros arreglos, podemos reducir esa cifra y hacerla más competitiva. Subrayemos que, al igual que la mayoría de casos con los que nos encontramos en esta tesis, estamos delante de un problema de deformación, tanto de la viga como del pilar; puesto que el rendimiento de los elementos dista mucho del coeficiente 1 de aprovechamiento.

Para poder seguir con el problema, debemos estudiar el nudo con profundidad. Si suponemos que el pilar tiene suficiente rigidez torsional como para considerar que la beta de cada viga sea igual o menor a la unidad, podremos encontrar el axil N_{rd} para cada caso. Esta suposición deberemos demostrarla después con el programa de cálculo que encuentre los modos de pando para el pórtico. Vamos a establecer una tabla que relacione axiles máximos, según familias y calibres de perfiles, para longitudes de 7.000 mm.

Generales			Eje z-z'							
Perfil	f_y	Esbeltez	Inercia z-z'	Curva de pando	α alfa	N_{cr} (kN)	λ_k	ϕ	χ	$N_{br,Rd}$ (kN)
HEB-360	275	48,51	101.400.000	c	0,49	14.945	0,58	0,76	0,80	3.780
HEB-400	275	43,91	108.200.000	b	0,34	15.947	0,58	0,74	0,84	4.377
HEB-450	275	39,18	117.200.000	b	0,34	17.274	0,59	0,74	0,84	4.810
HEB-500	275	35,39	126.200.000	b	0,34	18.600	0,59	0,74	0,84	5.249
HEB-550	275	32,33	130.800.000	b	0,34	19.278	0,60	0,75	0,84	5.563
IPE-360	235	50,17	10.430.000	b	0,34	1.537	1,14	1,31	0,51	916
IPE-400	220	45,32	13.180.000	b	0,34	1.943	1,09	1,25	0,54	1,081
IPE-450	205	40,58	16.760.000	b	0,34	2.470	1,05	1,19	0,57	1,269
IPE-500	195	36,71	21.420.000	b	0,34	3.157	1,00	1,14	0,60	1,494
IPE-550	190	33,56	26.680.000	b	0,34	3.932	0,97	1,10	0,62	1,753
IPE-600	185	30,86	33.870.000	b	0,34	4.992	0,93	1,05	0,64	2,058
HEB-360	355	48,51	101.400.000	c	0,49	14.945	0,65	0,83	0,75	4.593
HEB-400	355	43,91	108.200.000	b	0,34	15.947	0,66	0,80	0,80	5.376
HEB-450	355	39,18	117.200.000	b	0,34	17.274	0,67	0,80	0,80	5.901
HEB-500	355	35,39	126.200.000	b	0,34	18.600	0,67	0,81	0,80	6.435
HEB-550	355	32,33	130.800.000	b	0,34	19.278	0,68	0,82	0,79	6.809
IPE-360	235	50,17	10.430.000	b	0,34	1.537	1,30	1,53	0,43	916
IPE-400	220	45,32	13.180.000	b	0,34	1.943	1,24	1,45	0,46	1,081
IPE-450	205	40,58	16.760.000	b	0,34	2.470	1,19	1,38	0,48	1,269
IPE-500	195	36,71	21.420.000	b	0,34	3.157	1,14	1,31	0,51	1,494
IPE-550	190	33,56	26.680.000	b	0,34	3.932	1,10	1,26	0,53	1,753
IPE-600	185	30,86	33.870.000	b	0,34	4.992	1,05	1,20	0,56	2,058

{442} Capacidad de las vigas a compresión, según categoría y calidad del acero. $L_p = L = 7.000$ mm. Solo se muestran las más cercanas a la solución del proyecto.

De la tabla {442} podemos concluir que, si aumentamos la calidad del acero, el axil solo mejora ligeramente para los HEB; puesto que los IPE son clase 4 a partir del calibre 400, por lo que nos ayudará en este caso. También, podemos llegar a la conclusión de que la mejora entre HEB e IPE es evidente, del orden de tres veces más axil para el mismo calibre. Si hablásemos de área y no de calibre, la mejora sería muy leve. El f_y se ha ido reduciendo, en cada casilla, hasta conseguir que fuese clase 3, por lo que trabajaremos, a partir de ahora, con módulo elástico, no plástico.

Para introducir las uniones pretensadas en el modelo, antes debemos tener claro cuál es el diagrama momento-rotación que presenta el sistema. Es necesario mencionar que el axil pretensado de la viga debe ir relacionado con el momento máximo que pueda adquirir la unión, por lo que debemos ir haciendo un cálculo prueba-error-acierto hasta encontrar el binomio que cumpla tensión y deformación; sin embargo, podría darse el caso de no existir solución.

La mejor manera para llegar a estos datos, de relación momento-rotación, es hacer una prueba real en un laboratorio, con el fin, además, de conseguir las curvas correspondientes a varios

ciclos de carga y descarga del modelo. Como esto no es posible, por su elevado coste, para una tesis doctoral, aunque no para un edificio donde se pretende ahorrar unos cientos o miles de euros, se pueden hacer unos modelos en un programa matricial del tipo Robot Millennium.

Como deberíamos realizar varios modelos para varios calibres, vamos a hacer unos números que sean razonables de lo que puede llegar a salir, un número gordo. Al fin y al cabo, la rigidez de la unión tiene que ver con el espesor de las chapas y de los elementos que integran la unión; aunque, básicamente, lo que nos importa es si la unión se llega o no a descomprimir, y eso lo verificamos con teorías puras de resistencias de materiales.

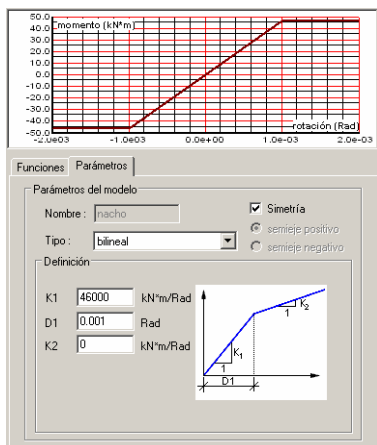
Si tenemos claro que la flexión generará un bloque de compresiones y otro de tracciones, y que la tracción existirá únicamente si hay una tracción superior, podemos considerar que la unión no pierde el momento resistido hasta este punto, pero desde entonces se convierte en una articulación. Aprovechamos los resultados de la tabla {442} y buscamos el momento máximo antes del despeque. Los resultados figuran en la tabla 0.

Perfil:	$A_{x-x'}$	$\sigma_{compr.}$	$W_{yy,el}$	$W_{yy,pl}$	$M_{g,max,el}$	$M_{g,max,pl}$
HEB-360	18.060	209	2.400.000	2.683.000	502,4	561,6
HEB-400	19.780	221	2.884.000	3.232.000	638,3	715,3
HEB-450	21.800	221	3.551.000	3.982.000	783,5	878,6
HEB-500	23.860	220	4.287.000	4.815.000	943,2	1.059,4
HEB-550	25.410	219	4.971.000	5.591.000	1.088,4	1.224,2
IPE-360	7.273	126	903.600	1.019.000	113,8	128,4
IPE-400	8.446	128	1.156.000	1.307.000	148,0	167,3
IPE-450	9.882	128	1.500.000	1.702.000	192,6	218,5
IPE-500	11.550	129	1.928.000	2.194.000	249,4	283,8
IPE-550	13.440	130	2.441.000	2.787.000	318,4	363,5
IPE-600	15.600	132	3.069.000	3.512.000	404,8	463,2
HEB-360	18.060	254	2.400.000	2.683.000	610,5	682,5
HEB-400	19.780	272	2.884.000	3.232.000	783,8	878,4
HEB-450	21.800	271	3.551.000	3.982.000	961,3	1.078,0
HEB-500	23.860	270	4.287.000	4.815.000	1.156,2	1.298,7
HEB-550	25.410	268	4.971.000	5.591.000	1.332,2	1.498,3
IPE-360	7.273	126	903.600	1.019.000	113,8	128,4
IPE-400	8.446	128	1.156.000	1.307.000	148,0	167,3
IPE-450	9.882	128	1.500.000	1.702.000	192,6	218,5
IPE-500	11.550	129	1.928.000	2.194.000	249,4	283,8
IPE-550	13.440	130	2.441.000	2.787.000	318,4	363,5
IPE-600	15.600	132	3.069.000	3.512.000	404,8	463,2

$N_{br,Rd}$ (kN)	$M_{g,max,el}$ (kN·m)
-	-
60	9
121	18
181	28
242	37
302	46
362	55
423	64
483	73
544	83
604	92
665	101
725	110
785	119
846	128
906	138
967	147
1.027	156
1.087	165
1.148	174
1.208	183
1.269	193

{443} Izquierda: tabla donde se muestra el máximo momento elástico y plástico hasta llegar a descomprimir la unión.

{444} Derecha: tabla que relaciona axil con momento para el caso de la IPE-450.



{445} Descripción de la no linealidad de las uniones de las vigas IPE-450 en régimen elástico $46 \text{ kN} \cdot \text{m}$ (ROBOT).

Con esta tabla {443} nos damos cuenta de que el momento que podemos conseguir con el pretensado es suficiente si nos creemos una longitud de 7.000 mm; puesto que es mayor (218 kNm) que el isostático máximo: el pandeo de las vigas es decisivo en el sistema y parece que hará fallar la solución. Aun así, habría que comprobar cómo quedaría la estructura para cumplir las condiciones de cálculo impuestas en el problema. Definimos la unión de las vigas de una manera no lineal. Para ello, utilizamos el caso de la IPE-450, en cálculo elástico.

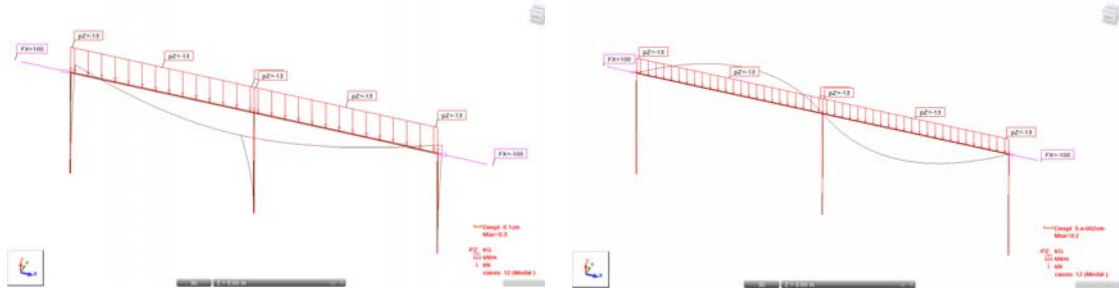
El resultado es el esperado: mientras que las vigas sí pueden pasar de IPE-500 a IPE-450 y funcionan bien, la deformación del último piso con pilares HEM-200 supera los 69 mm sin viento y los 72 mm con viento. Estas deformaciones se acusan debido a las imperfecciones impuestas en el modelo. La relación entre axil pretensado y momento de unión mayor que hemos conseguido aplicar en esta primera prueba es de $302 \text{ kN} - 46 \text{ kNm}$. Para alcanzar un resultado satisfactorio, deberíamos conseguir un momento en la unión mínima de unos 100 kNm , dos veces más. Los pilares han pasado a ser HEM-320, pero la deformación se ha incrementado 2 mm con respecto al caso HEM-340.

Los kilos de acero son ahora 10.978 kg , apenas un 6% menos. Si probásemos con un HEB, podríamos comprobar, gracias a la tabla {443}, que el momento podría llegar a $686 \text{ kN} \cdot \text{m}$, suponiendo un HEB-360, y que, posiblemente, la cuantía subiese; por tanto, esta no es la solución.

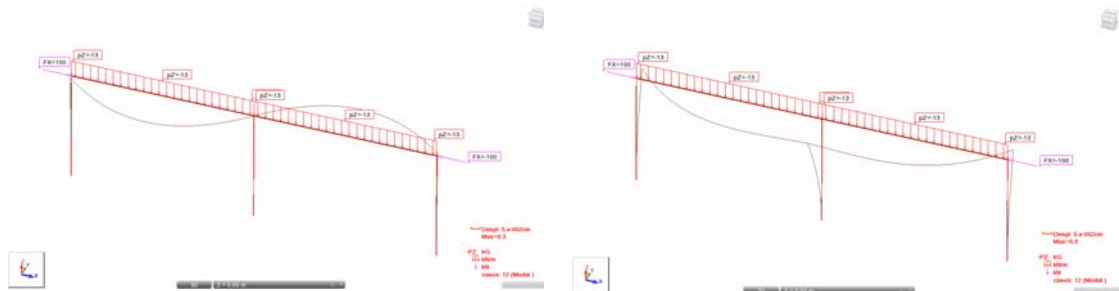
Con respecto al pandeo, vamos a analizar qué está pasando, porque hemos supuesto una longitud igual a la de la viga y puede que no sea cierta. Consideramos únicamente un piso, el inferior, por ser el más esbelto. Despreciamos el arriostramiento transversal para ver qué nos indica el programa de cálculo a pandeo. Consideramos las diferencias entre un HEM-200 y un HEM-320, previendo que la rigidez de los soportes podría alterar el resultado. Efectivamente, así es. Pese a estar los perfiles orientados, con respecto al eje desfavorable, en sentido perpendicular al pórtico, el cambio de inercia entre uno y otro perfil es decisivo para el resultado: mientras que con HEM-320 la longitud de pandeo como mucho es L , para el HEM-200 la longitud es $1,8 \cdot L$, porque se llega a empotrar un poco en los extremos {446}. Así pues, el pretensado, si quisiéramos trabajar con HEM-200, sería aún menor que el que hemos definido como insuficiente: de nuevo, vamos por el camino equivocado.

Podemos concluir, por tanto, que, por un lado, si queremos economizar en pilares, hace falta arriostramiento en cada pilar, tal como veníamos haciendo hasta ahora; y, que, por otro, al considerar si el tipo de perfil influye en el resultado (haciendo un ejercicio con pilares SHS-200 x 12), con una sección cuadrada no se consigue corregir este pandeo, volviendo a longitudes de pandeo iguales a L . Si vamos incrementando de 20 en 20 mm la sección exterior del tubo, podemos comprobar cómo va cambiando la longitud de pandeo, desde $1,7 \cdot L_0$ a $1,1 \cdot L_0$, aproximadamente. El resultado se recoge en la figura {447}.

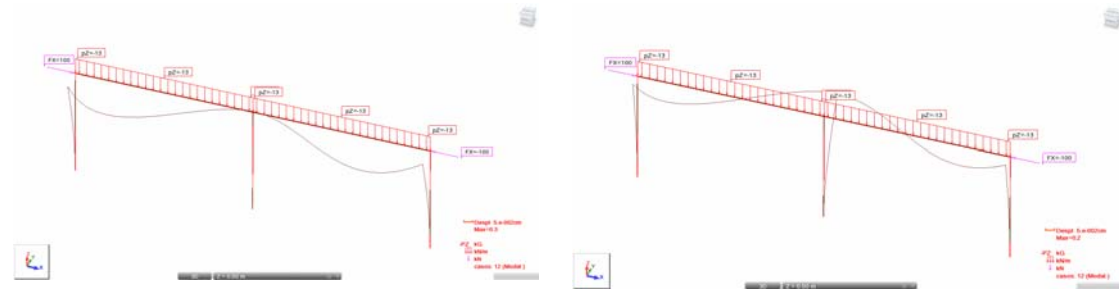
Modo de pandeo 1



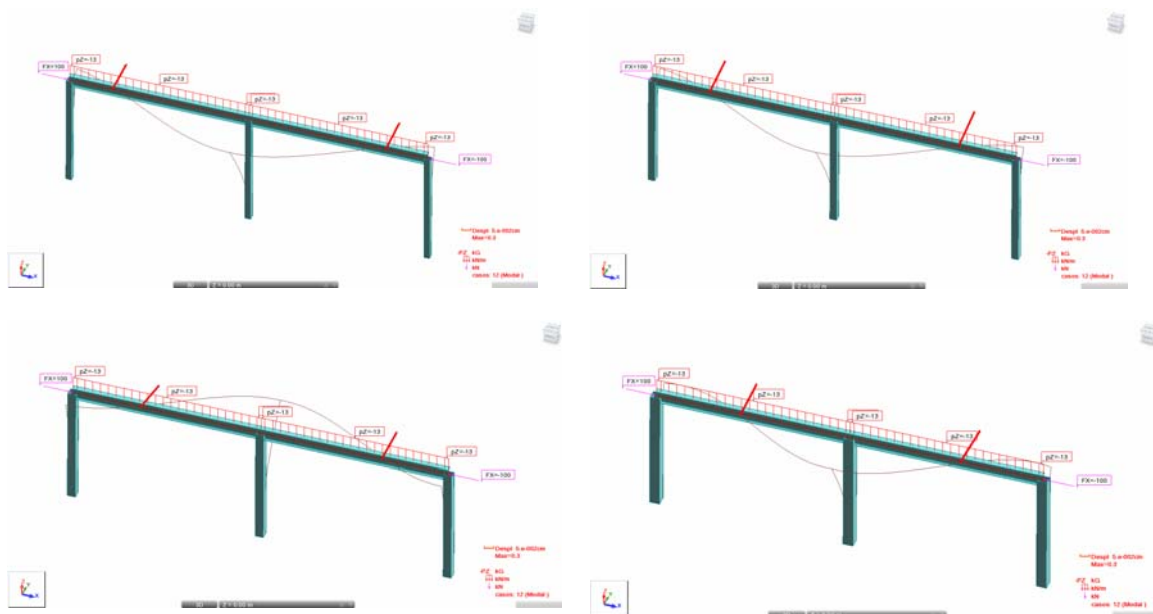
Modo de pandeo 2



Modo de pandeo 3



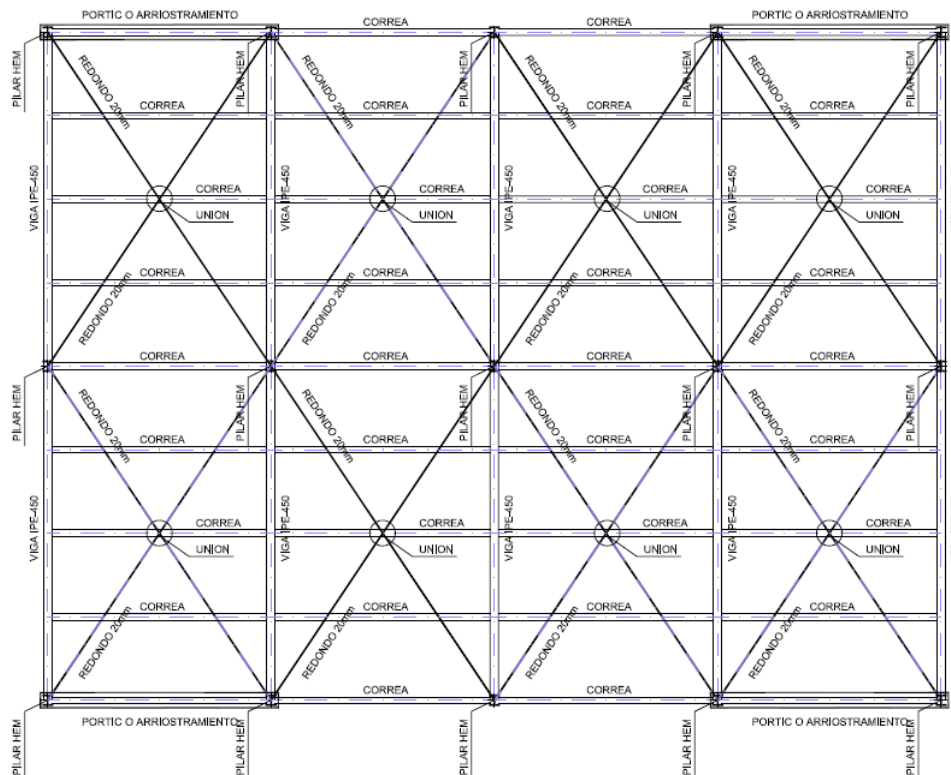
{446} Los tres primeros modos de pandeo para los pilares HEM-200 (izquierda) y HEM-320 (derecha), sin considerar arriostramiento lateral en cada pilar (imagen del autor).



{447} Modos principales de pandeo para un pórtico con pilares tubulares. De izquierda a derecha y de arriba abajo: SHS-200 x 20 mm, SHS-260 x 20 mm, SHS-300 x 20 mm, SHS-320 x 20 mm. $L_p = 1,7 L$, $L_p = 1,5 L$, $L_p = 1,3 L$, $L_p = 1,1 L$ (imagen del autor).

La única manera con la que podemos trabajar es reduciendo la longitud de pandeo de las vigas. Como el ancho de banda es de 5.000 mm, podremos suponer que habrá correas de tipo perfil simple, Fink o Boyd; aunque, en realidad, no importa el tipo. Hasta ahora habíamos trabajado con cargas lineales, y así seguiremos para facilitar los cálculos, aunque estemos incurriendo en una ligera imprecisión. Si logramos montar las correas (seguramente biarticuladas para no interferir con los trazados interiores de las vigas pretensadas) y

montamos unas cruces a modo de marco en la planta que la arriestre horizontalmente (reduciendo las luces de pandeo a la mitad, a la tercera o a la cuarta parte), lograremos aumentar el axil significativamente. Siempre se ha de tener claro que el perfil ha sido dimensionado a deformación, por lo que guarda una reserva de tensiones. Se trata de una reserva que aprovechamos para comprimirlo; ya que si no, no sería posible, al menos, si lo que buscamos es un ahorro para la estructura.



{448} Planta de la cubierta antes de hormigonar la chapa colaborante. Se incorporan unas cruces de san Andrés, tanto en planta como en las fachadas (imagen del autor).

En la figura {448} se presenta la solución para la estructura antes de verter el hormigón y de pretensar la estructura. Pese a que parece que hemos perdido flexibilidad, en el montaje no es así. Las correas pueden llevar colisos para permitir un buen ajuste y, finalmente, ser pretensados, consiguiendo estabilizar las vigas; puesto que la carga que se debe transmitir por ellas es muy pequeña, entre el 1 y 3% del axil, dependiendo de la normativa de referencia, apenas 3 kN. Las diagonales llevan manguito tensor que sirven de arriostamiento y que también nos permiten un pequeño juego para montar la estructura con cierta desviación. Se ha de prever que la diagonal vaya unida a las correas; de lo contrario, no serán efectivas. Al menos ha de suceder en la intermedia, una de cada dos. Así, las vigas quedarán arriostadas en su punto medio. Se puede llegar a

estudiar que sean todas las correas, pero no haría más que encarecer la solución.

PRIMERA SOLUCIÓN ISOSTÁTICA CON PRETENSADO

Una vez que están claros los principios de la nueva solución, pasamos a hacer un modelo 3D de toda la estructura. En este modelo no se van a tener en cuenta las imperfecciones iniciales situadas perpendicularmente al pórtico; puesto que, al existir cruces de san Andrés, la normativa actual CTE DB-SE del Acero, permite prescindir de ellas por ser intrascendentes. Las del pórtico se conservan igual que se ha venido haciendo hasta ahora. Para construir el modelo analizamos de nuevo las

uniones y consideramos el pandeo de las vigas con una longitud de $0,5 \cdot L_0$.

perfil:	f_y	f_{yd}	Esbel.	curva	N_{cr} (kN)	λ_k	ϕ	χ	$N_{br,Rd}$ (kN)	σ compr.	$W_{yy,el}$	$M_{\sigma,max,el}$
IPE-360	235	224	25,08	b	6.149	0,53	0,69	0,87	1.419	195	903.600	176,3
IPE-400	220	210	22,66	b	7.770	0,49	0,67	0,89	1.573	186	1.156.000	215,3
IPE-450	205	195	20,29	b	9.881	0,45	0,65	0,90	1.745	177	1.500.000	264,9
IPE-500	195	186	18,36	b	12.628	0,42	0,63	0,92	1.967	170	1.928.000	328,4

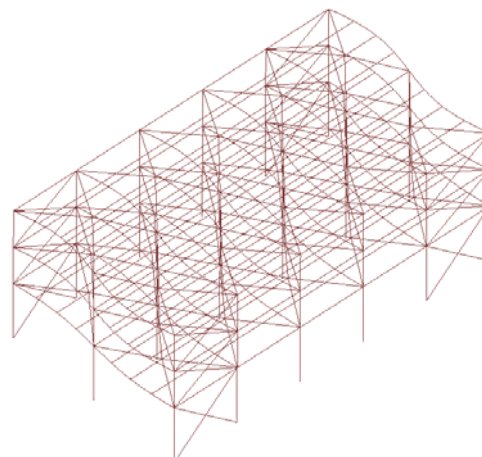
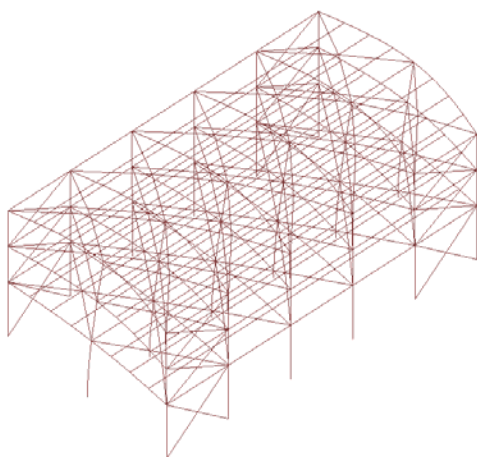
{449} Tabla actualizada para las IPE S-275 para una $L_p = 7,500 \text{ mm} / 2$.

$N_{br,Rd}$ (kN)	$M_{\sigma,max,el}$ (kN-m)	$N_{br,Rd}$ (kN)	$M_{\sigma,max,el}$ (kN-m)	$N_{br,Rd}$ (kN)	$M_{\sigma,max,el}$ (kN-m)	$N_{br,Rd}$ (kN)	$M_{\sigma,max,el}$ (kN-m)	$N_{br,Rd}$ (kN)	$M_{\sigma,max,el}$ (kN-m)
0	0	416	63	831	126	1.247	189	1.662	252
83	13	499	76	914	139	1.330	202	1.745	265
166	25	582	88	997	151	1.413	214		
249	38	665	101	1.080	164	1.496	227		
332	50	748	114	1.163	177	1.579	240		

{450} Tabla actualizada que relaciona axil con momento para el caso de la IPE-450.

Una vez organizado el modelo, volvemos a calcular las longitudes de pandeo, ahora para el modelo espacial arriostrado. El resultado que obtenemos es el esperado: los primeros modos de pandeo están relacionados, hasta el modo 9, con las diferentes maneras que tienen las vigas de pandear en el plano o perpendicularmente al plano. En la figura {451} se muestran los dos primeros modos de pandeo de la estructura. En el primer modo, se puede entender que la longitud de pandeo es 15.000 mm; puesto que se asemeja a la forma de pandeo de la columna modelo. Sin embargo, no es así: el programa genera

la deformación de la estructura, pero mantiene los puntos de conexión cada 3.750 mm; es decir, cruce de las diagonales y pórtico central. Los resultados que se mostrarán en adelante en segundo orden son correctos y con deformaciones admisibles. En todo caso, si se desconfía de la solución, cabría la posibilidad de montar cruces temporales en la crujía central; una vez hormigonados los forjados, se podrían retirar, puesto que entonces el forjado llegaría a arriostrar el sistema, ahora, de forma permanente.



{451} Dos primeros modos de pandeo de la estructura en general (imagen del autor).

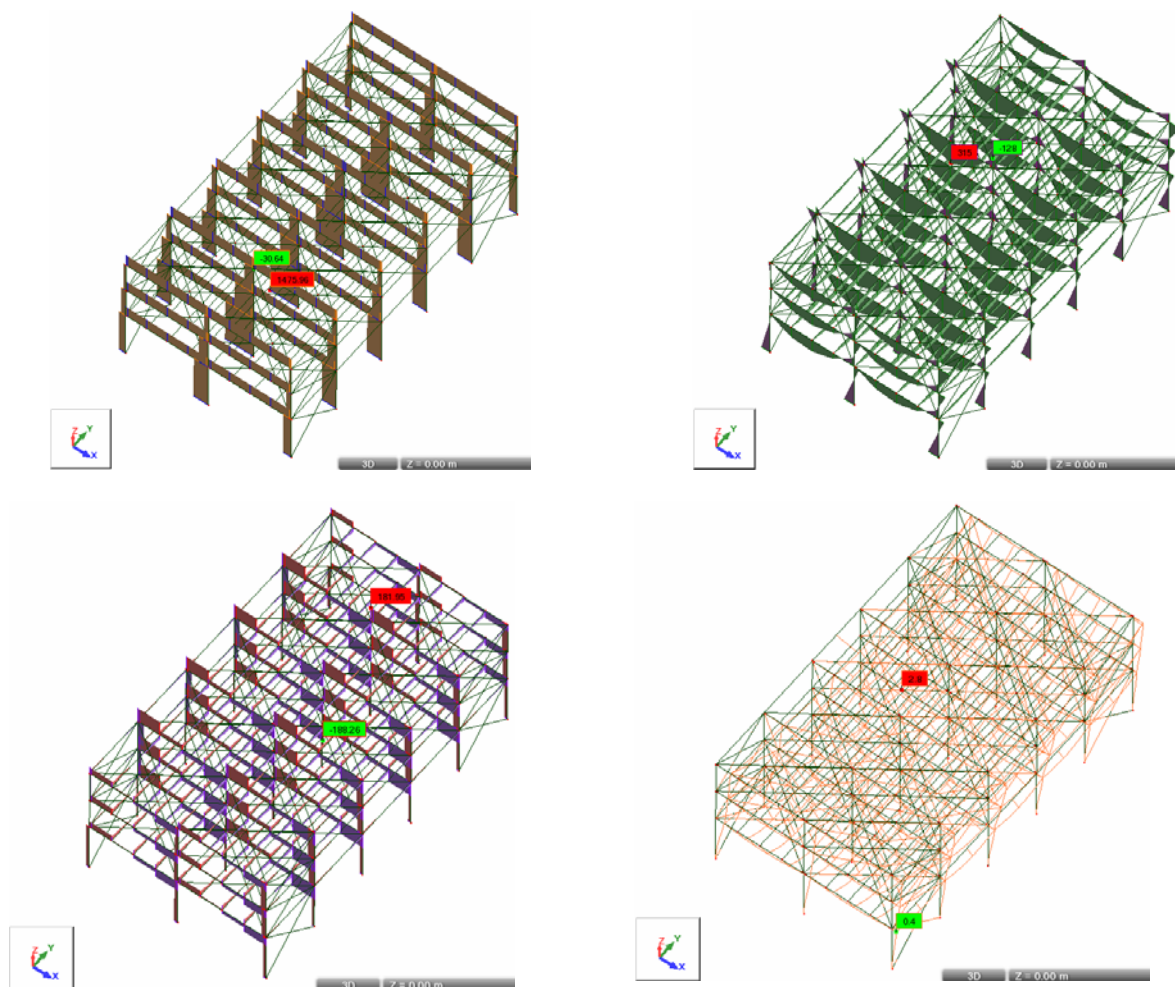
Se han ido probando las diferentes relaciones entre axiles de pretensado y momentos máximos. Con un perfil HEM-200 no ha sido posible conseguir una solución adecuada; porque, o bien fallaba la deformación (o no convergía el cálculo), o bien fallaban los perfiles. Se ha hecho lo propio con perfiles HEM-220, y solo fallaron las vigas por un

4%. A pesar de no ser un resultado adecuado, lo hemos dado por bueno para poder relatar las cualidades de este sistema. Con un perfil HEM-240 todo funciona perfectamente: deformación, tensiones y convergencias de las hipótesis; así que, si en el caso del HEM-220 se consiguen 6.956 kg por pórtico, con un ahorro de un 40% (tan solo un

4% más de la barata) frente al caso sin arriostrar, en el caso del HEM-240 se consiguen 8.196 kg, que representa un ahorro del 30%. Es necesario considerar que se han introducido 1.250 kg en cruces en toda la nave, además de la armadura activa que se valorará después. La relación aplicada para la solución más económica es de $M = 100$ kNm para un pretensado de 665 kN (tabla {450} en rojo). La deformación máxima con viento es de 20,4 mm en la cubierta, lo que representa, para una altura de 10.500 mm, prácticamente $H/500$; por

tanto, las deformaciones locales de cada piso son correctas.

Por lo que hace referencia a las tensiones, se han verificado mediante el método χ del CTE y siempre han resultado satisfactorias. Si hemos ajustado el momento a 100 kNm; eso quiere decir que el positivo máximo, obtenido del isostático y del programa de cálculo, es de 300 kNm. Así pues, se puede verificar fácilmente que para una compresión de 665 kN la viga es estable.



{452} Diagramas de la solución adoptada en 3D: axiles, momentos, cortantes en ELU-V. Por último, deformación en ELS-V (imagen del autor).

El axil introducido es de 665 kN. Para trasformarlo en tendones, primero debemos suponer unas pérdidas por penetración de cuñas que se pueden estimar sin mucho error en un 4%. Así, el axil final será de 692 kN y cada tendón podrá resistir 100 kN en servicio. Consideramos ocho tendones, puesto que han de ser un número par de elementos.

El coste de estos elementos se puede valorar en relación con el que figura en el cuadro {453}, que alude a cada pórtico y siempre referido a PEM. En el precio se incluyen los gastos de personal especializado, el alquiler de gato y el coste de las cuñas. Si estamos ahorrando unos 4.500 kg, valorados en 2,2 €/kg, todavía suponen un coste

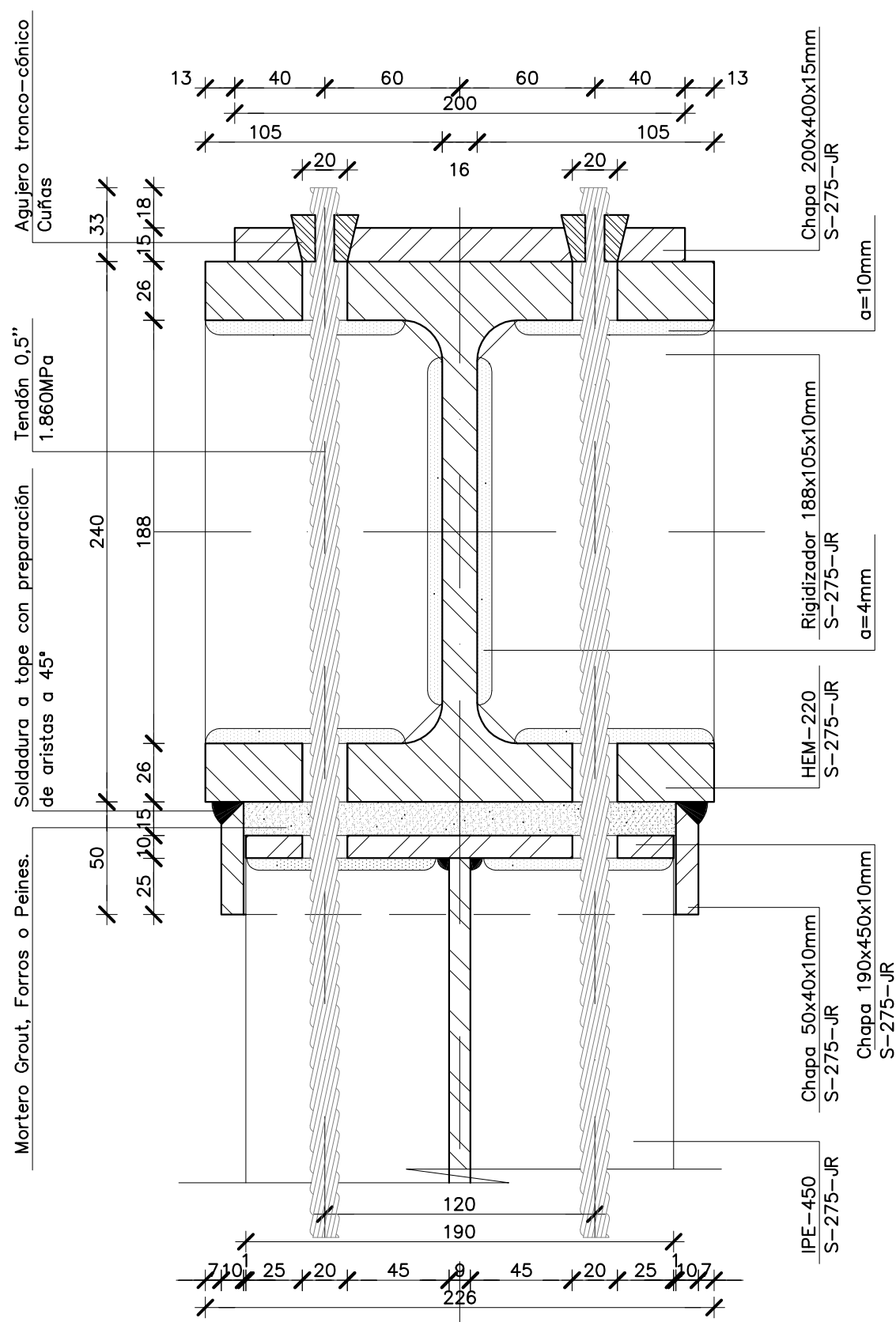
significativo por pórtico. El mayor problema es que, en la valoración de una estructura metálica, no se tiene en cuenta que empotrar una viga a un pilar mediante soldadura hecha in situ es siempre más caro que articularla, y de esta forma nunca pueden salir los números, como mínimo, iguales a los de una solución atornillada.

uds	Pisos	L	p	TOTAL	€/kg	Precio
8	3	15	0.785	282.6 kg	6,0	1,695 €

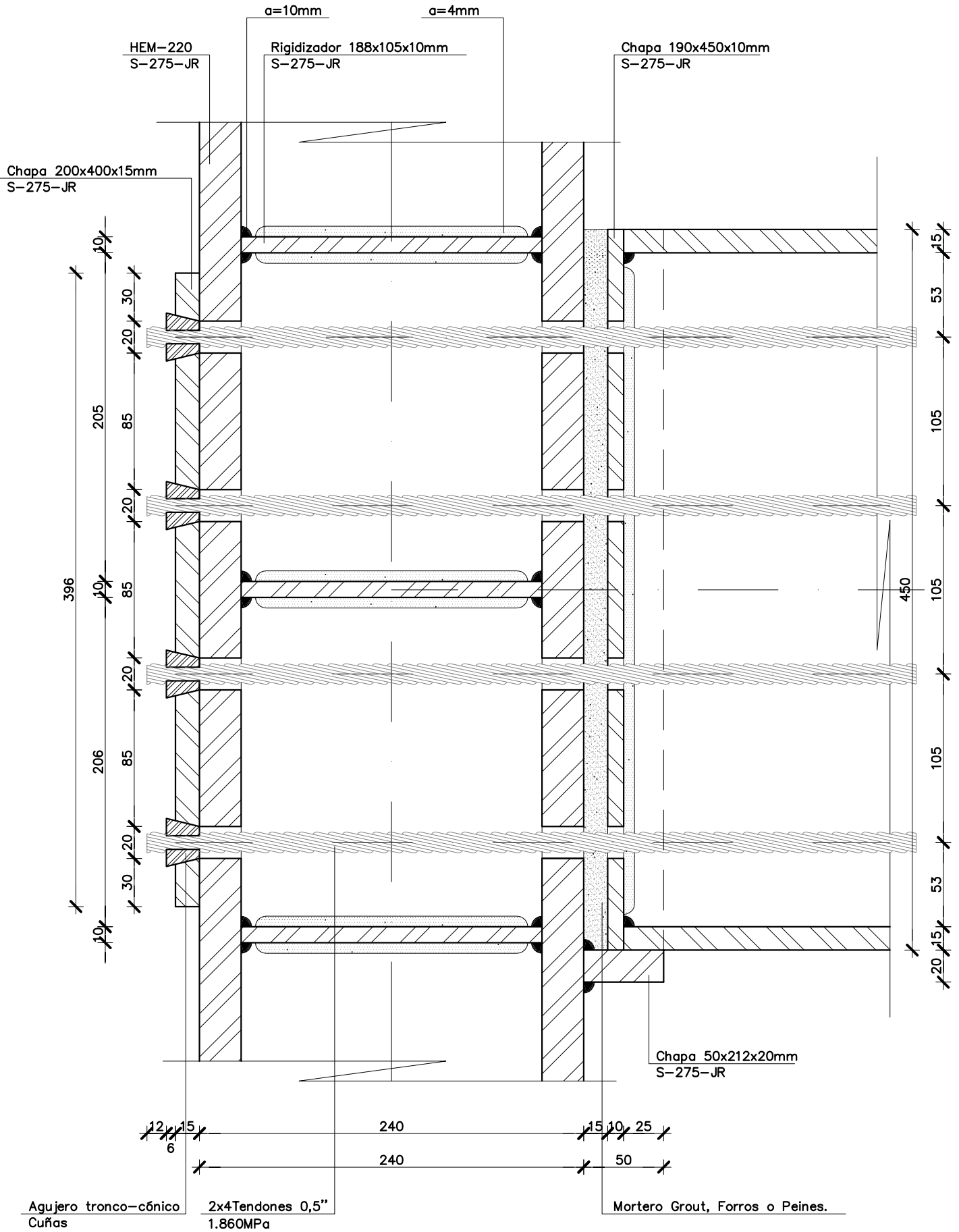
{453} Coste de los tendones de acero referidos a PEM.

En el siguiente capítulo se describen los detalles de la solución calculada.

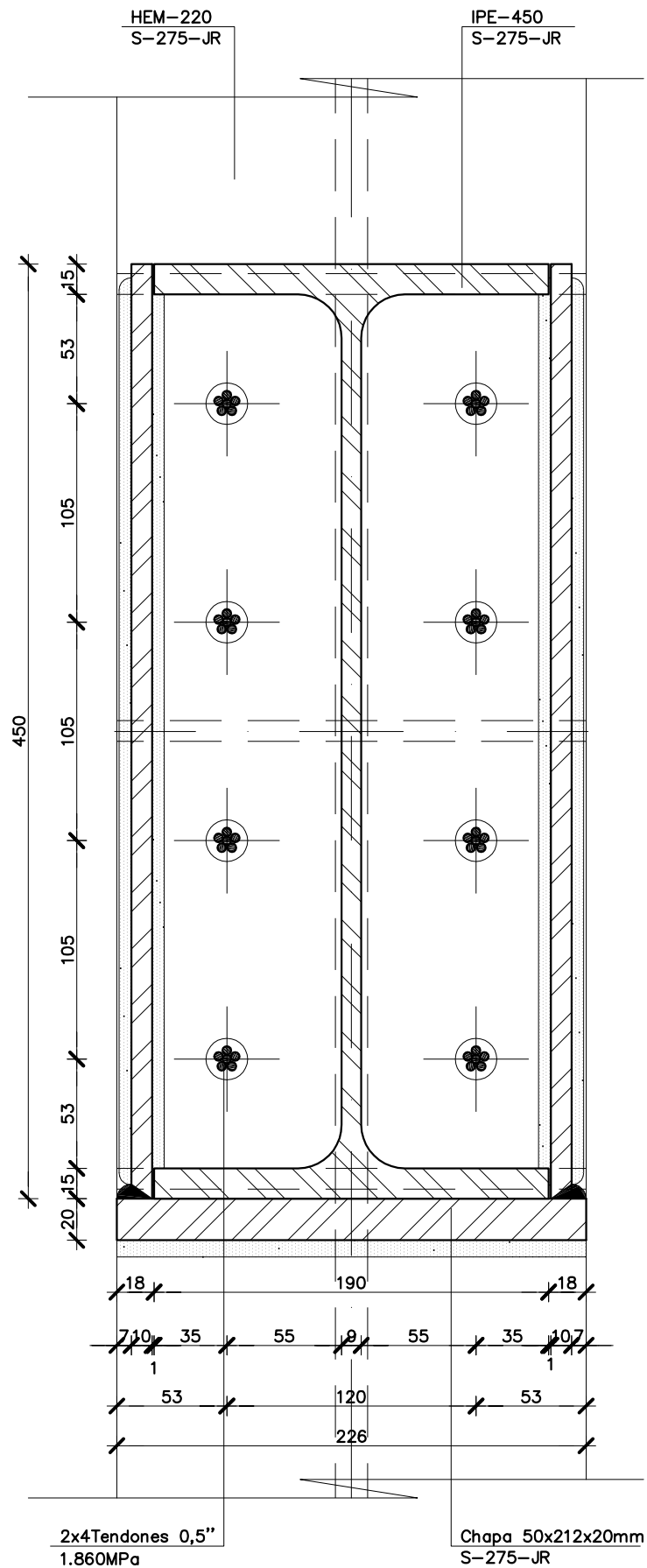
DETALLES DE LA SOLUCIÓN



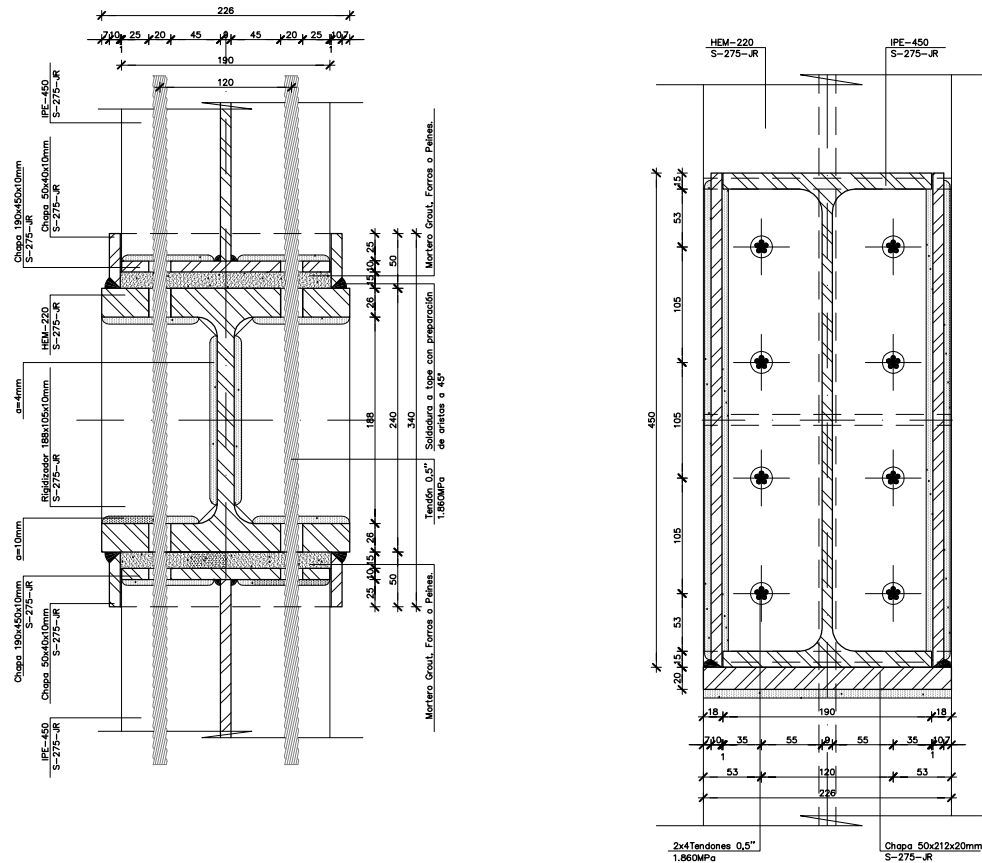
{454} Detalle de unión pilar HEM-220 viga IPE-450 mediante pretensado. Solución pilares extremos. Planta. (Imagen del autor)



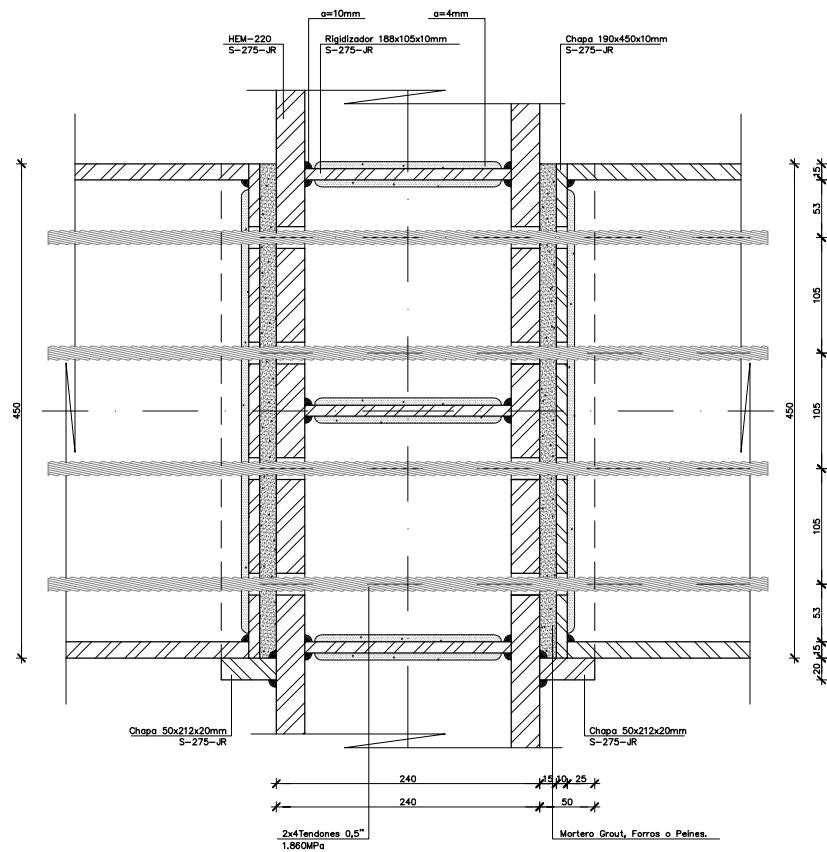
{455} Detalle de unión pilar HEM-220 viga IPE-450 mediante pretensado. Solución pilares extremos. Alzado. (Imagen del autor)



{456} Detalle de unión pilar HEM-220 viga IPE-450 mediante pretensado. Solución pilares extremos. Alzado frontal. (Imagen del autor)



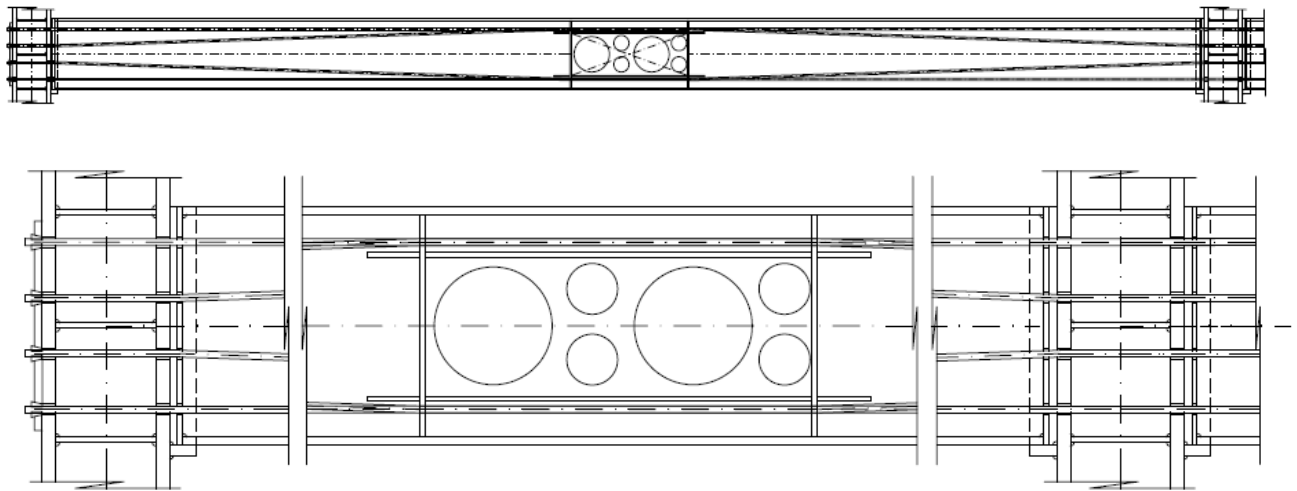
{457} Detalle de unión pilar HEM-220 viga IPE-450 mediante pretensado. Solución pilares intermedios. A la izquierda, planta. A la derecha, alzado frontal. (Imagen del autor)



{458} Detalle de unión pilar HEM-220 viga IPE-450 mediante pretensado. Solución pilares intermedios. Alzado. (Imagen del autor)

La protección contra el fuego del sistema debe ser estudiada en cada caso. Parece que lo más adecuado es protegerlo mediante perlita-vermiculita, aunque se podría estudiar alguna alternativa colocando una camisa y realizándole una inyección posterior. De todas formas, en cuanto a la inyección mencionada, resulta complicado ejecutarla en horizontal, por lo que la mejor solución sería dejarlo visto, sin protección. Para ello, debería estudiarse qué sucede si en uno de los pisos se corta el pretensado y un tramo queda suelto. Si sabemos que estamos en una situación accidental y el único problema es la deformación, y no la estabilidad del conjunto, se podría justificar con más facilidad el hecho de dejar visto el sistema. Incluso sería más aceptable, para poder revisar que no haya oxidación o problemas posteriores.

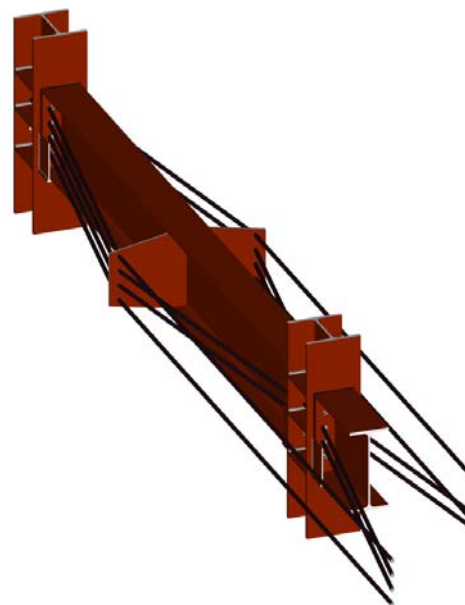
Uno de los mayores inconvenientes que presenta esta solución es el paso de instalaciones. Es evidente que una viga no debe ser interrumpida y, si los tendones están en su ámbito, no habrá mayor problema. Sin embargo, es frecuente que algún tubo o conducto llegue a pasar por el alma. Siempre es mejor que el paso se produzca por la zona central de la viga y no por los extremos, porque es en ese punto donde suele haber mayor cortante. Con la introducción de unos sencillos desviadores, se pueden incorporar los marcos o los huecos necesarios sin mayor problema, tal como sucede en el caso de una viga de alma llena o de una viga Boyd.



{459} Detalle de propuesta de refuerzo para el paso de instalaciones o conductos por el centro de la viga (imagen del autor).

UNA ALTERNATIVA SIN ARRIOSTRAMIENTO

Aprovechando las numerosas ventajas que el pretensado ofrece a las estructuras metálicas para reducir la deformación, he querido introducir una solución alternativa para estabilizar las vigas IPE-450 sin necesidad de las consabidas cruces horizontales de san Andrés, utilizando solo chapas auxiliares muy sencillas y el propio postensado. La solución pasa por hacer trazados no horizontales en planta; por ejemplo, realizando vigas Fink que arriostren el pandeo sobre el eje $z-z'$ de la viga. Esta solución tiene dos leves inconvenientes, que pueden ser resueltos con paciencia: el primero se refiere a que el esfuerzo axial de cada tendón aumentará a razón del ángulo necesario de cada viga Fink; el segundo es que los trazados, cuando lleguen a los pilares, no lo harán de una forma ortogonal a la chapa, sino que entrarán ligeramente inclinados. Así, los agujeros troncocónicos deberán ser replanteados y girados. También se deben prever desviadores resistentes en cada punto.



{460} Propuesta de control del pandeo lateral mediante el giro de los trazados interiores (imagen del autor).

Otra dificultad estriba en que el cordón, cuando pasa por los agujeros, debe estar protegido con una guía, que no es más que un trozo de tubo curvado; de este modo, se consigue que, al pasar por el taladro, no se deshilache o se corte. Para acabar, conviene comentar que estas líneas sobresalen de la planta, por lo que en fachada pueden llegar a ser un problema, por no hablar de las interferencias que pueden existir con el paso de conductos, máquinas, ascensores, etc.

En mi opinión, esta solución no es más adecuada que la de las cruces de san Andrés; sin embargo, he querido presentar la opción pensando en las posibilidades que el pretensado puede llegar a tener si nos referimos a él espacialmente.

ANÁLISIS DE VIBRACIONES

Tal como se había previsto con anterioridad, en este apartado se va a llevar a cabo un repaso a la cuestión de las vibraciones. En adelante, se incluyen los modos de vibración del pórtico simple isostático sin pretensado, del pórtico simple hiperestático sin pretensado y, por último, del pórtico simple isostático con pretensado. En todos los casos, se ha considerado la masa correspondiente al peso propio y a las cargas permanentes. También se ha añadido un 40% de la sobrecarga de uso en concepto de carga cuasi permanente. En los tres cálculos se han evaluado hasta 60 modos (54 en el hiperestático) para que el programa de cálculo tenga más *inputs* a la hora de ordenarlos. Pese a esta premisa, los resultados han sido los esperados.

En el primer caso, el **isostático sin pretensar** {461}, queda claro que el primer modo, el fundamental, es el causado por el balanceo de los pilares sobre su propio plano, como si fuese la oscilación típica de un péndulo con tres masas y las tres en la misma dirección, como es evidente.

Los tres siguientes modos, del segundo al cuarto, se refieren a los giros en el espacio de las ménsulas. Estos modos de vibración pueden ser entendidos como no reales si hay correas o si hay capa de compresión. Se trata, en todo caso, de frecuencias bastante alejadas de la primera, con un valor de casi el triple que el del primer modo. El sexto modo también sería de esta última familia sin importancia.

El quinto modo, en cambio, sí que requiere atención; ya que debería ser el segundo en

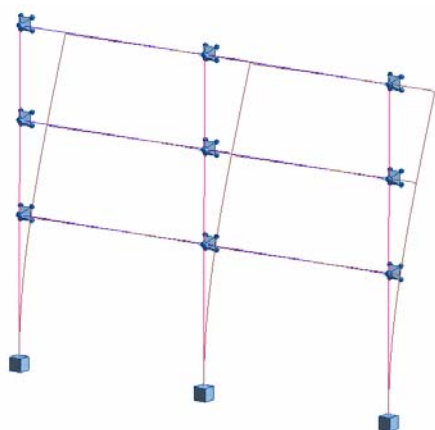
importancia, pues es cuando el péndulo hace mover dos masas hacia un lado y la tercera hacia el otro. Si se observa bien, se puede ver en la imagen que también hay cierto corrimiento transversal en las ménsulas. Si este desplazamiento se eliminase, la frecuencia de este modo sin duda sería aún mayor.

De la lectura de todo este párrafo se puede entender que se podría haber hecho el cálculo trabando el pórtico transversalmente y eliminando la posibilidad de giro. Se ha decidido dejarlo de esta manera; porque, en el segundo caso, sí se ha eliminado esta condición. Así, los resultados son más ricos, y uno puede entenderse como complemento del otro.

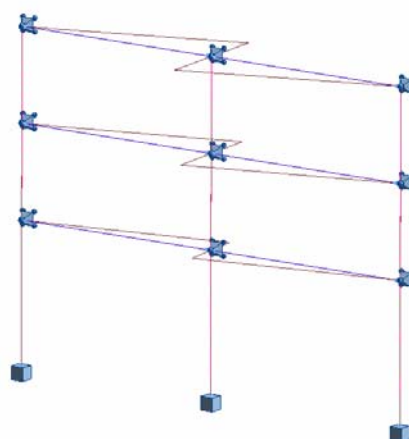
En el segundo caso, el **hiperestático sin pretensar** {462}, se ha estimado la vibración sobre los ejes X y Z, habiendo eliminado el Y. Cambiando esta condición, los resultados son más normales y las frecuencias son relativamente más elevadas. Está claro que, por el hecho de hacer nudos rígidos, el comportamiento también va a mejorar; pero, al haber reducido los pilares extremadamente para ahorrar material, se han reducido las frecuencias de algunos modos, como ahora veremos.

El modo primero es homólogo al primero del otro caso. La frecuencia se ha visto incrementada ligeramente. El ya conocido modo dos es hermano del quinto anterior con unos valores de frecuencia también mayores. El tercero viene a ser el canónico, que alterna el movimiento de cada piso: uno en cada dirección pero con una frecuencia bastante notable (6,24 Hz). A partir de aquí, los modos empiezan a hacer movimientos más difíciles y son más teóricos que reales. El resultado de sus frecuencias, entre 12 y 17, así como la forma de sus movimientos (hacia arriba en algunos pilares), evidencian esta condición.

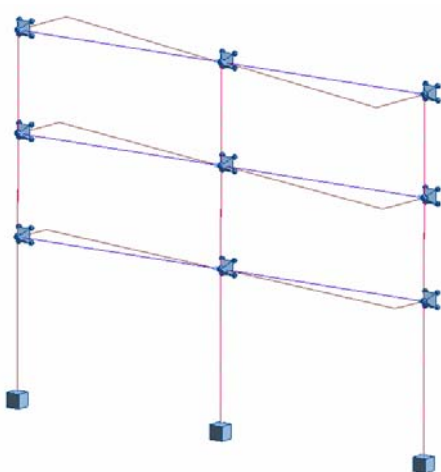
En el último caso, el **isostático pretensado** {463}, motivo del último apartado de esta tesis, se explica que la estructura tiene casi las mismas, o mejores, frecuencias principales que en el hiperestático. No se debe perder de vista que el pilar, en el caso hiperestático, es un HEM-200, mientras que en el pretensado es un paso mayor: 220. Como íbamos viendo hasta ahora, la frecuencia primera es la de un péndulo, así que incrementar la inercia de los pilares es la mejor solución a este problema. Se han alternado las inercias igualándolas y se ha podido comprobar que, a igualdad de perfiles, las frecuencias son casi las mismas.



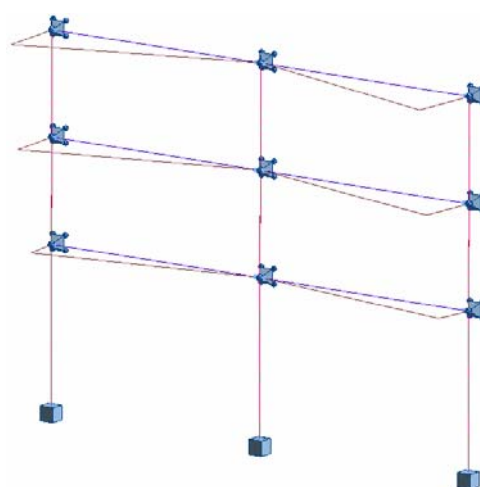
Modo 1: frecuencia 0,67 Hz



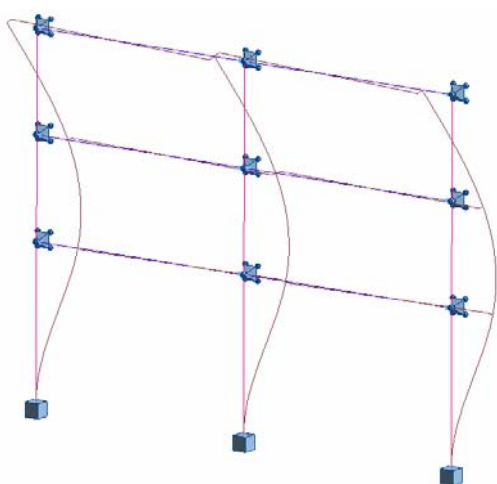
Modo 2: frecuencia 1,89 Hz



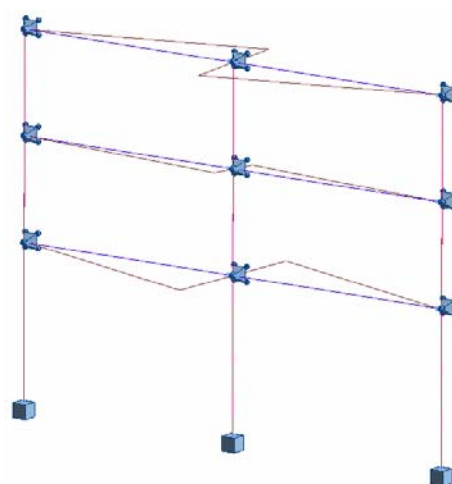
Modo 3: frecuencia 2,67 Hz



Modo 4: frecuencia 2,67 Hz

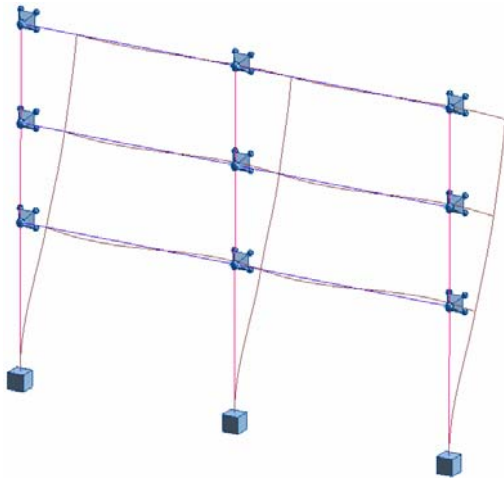


Modo 5: frecuencia 4,30 Hz

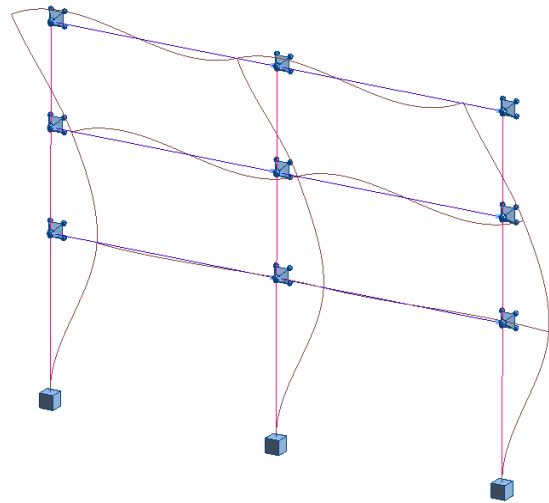


Modo 6: frecuencia 5,58 Hz

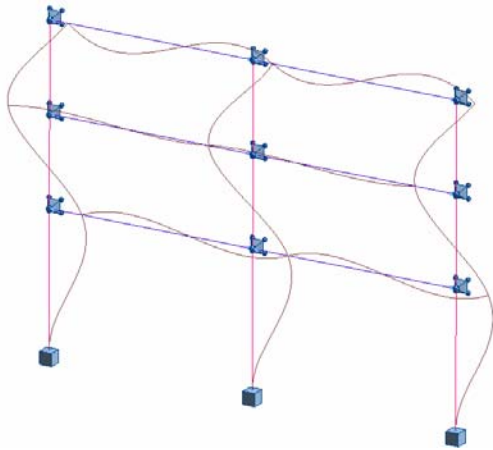
{461} Modos de vibración del pórtico simple isostático sin pretensar (imagen del autor).



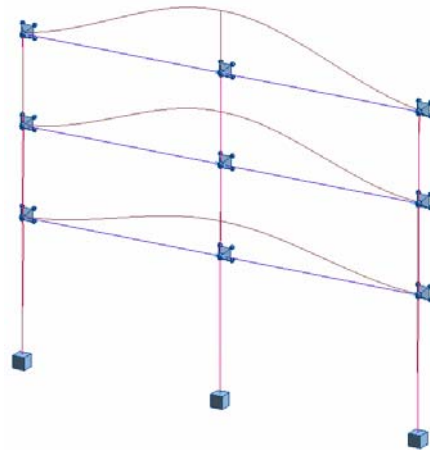
Modo 1: frecuencia 0,95 Hz



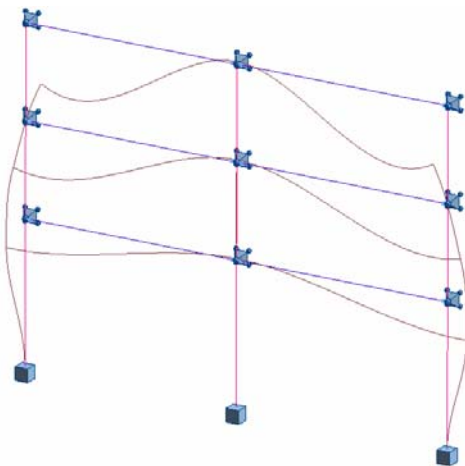
Modo 2: frecuencia 3,36 Hz



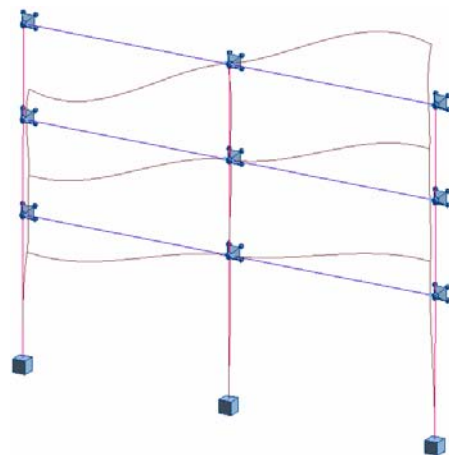
Modo 3: frecuencia 6,24 Hz



Modo 4: frecuencia 12,39 Hz

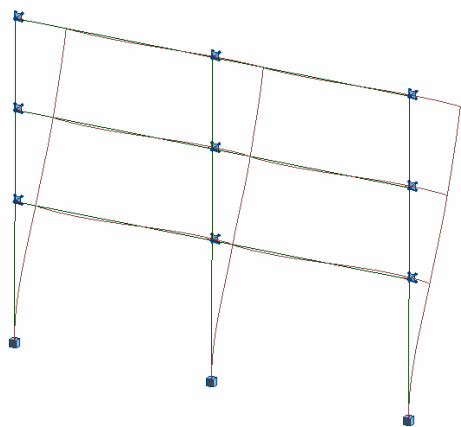


Modo 5: frecuencia 17,10 Hz

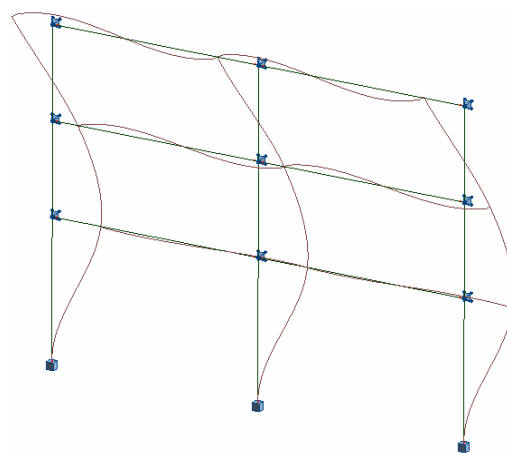


Modo 6: frecuencia 17,24 Hz

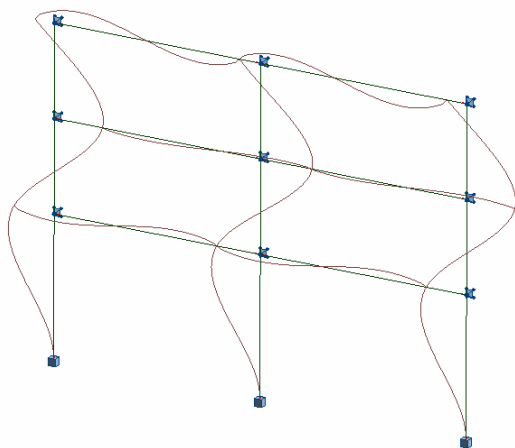
{462} Modos de vibración del pórtico simple hiperestático sin pretensar (imagen del autor).



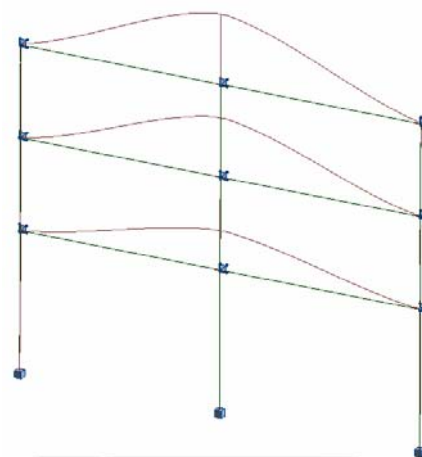
Modo 1: frecuencia 0,98 Hz



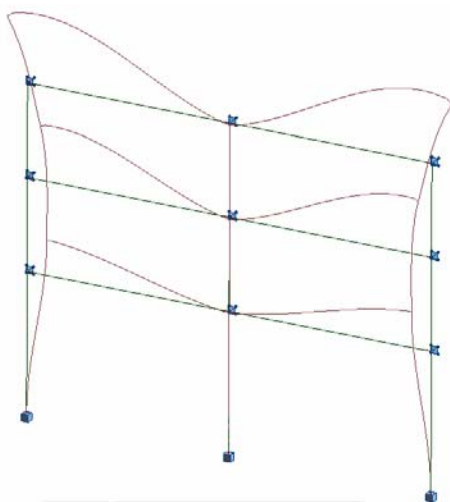
Modo 2: frecuencia 3,48 Hz



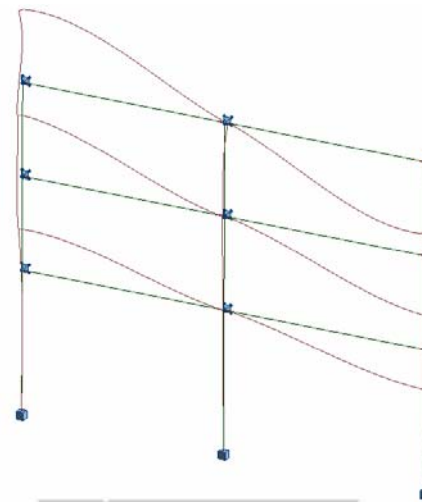
Modo 3: frecuencia 6,91 Hz



Modo 4: frecuencia 13,13 Hz



Modo 5: frecuencia 18,08 Hz



Modo 6: frecuencia 18,13 Hz

{463} Modos de vibración del pórtico simple isostático pretensado (imagen del autor).

MEJORAS A LA SOLUCIÓN

Después de ver los primeros resultados positivos, cabe preguntar si se puede introducir alguna mejora en las uniones o en el pretensado para que la respuesta sea aún mejor.

Si operamos en la placa, podríamos pensar en hacer un talón superior. Así, el momento de empotramiento podría ser mayor, como si fuese una placa de anclaje en una zapata. Hacia abajo, no se puede y, hacia arriba, el límite es el forjado de hormigón. La normativa vigente EAE-11 permite considerar la garganta de la soldadura como una zona rígida, donde se transmiten tensiones por contacto directo sin variar la rigidez. La propia normativa da unos valores para considerar la zona eficaz en el caso de placas de anclaje, describiendo el perímetro que está en contacto. Este valor está representado por “c”, que queda definido por la siguiente expresión⁵:

$$[116] \quad c \leq t \cdot \sqrt{\frac{f_{yd}}{3 \cdot f_{jd}}}$$

Donde f_{jd} , relacionado con la resistencia de confinamiento del hormigón, es el único valor que puede resultar extraño. En este caso, se debería utilizar la resistencia del mortero Grout. La descripción de este término se puede encontrar en la fórmula 8.30.

Si pensamos en introducir variaciones con el pretensado, podríamos introducir una excentricidad a la carga resultante de la compresión. Esta resultante, por no estar ahora en el centro de gravedad de la viga, creará un momento flector adicional que será continuo a lo largo de la viga. Si el momento es negativo, querrá decir que la carga estará por debajo del cdg; mientras que, a la inversa, será positivo y la carga se aplicará por encima. Lo más lógico es que la carga esté centrada. Descentrar la carga ayudará en voladizos y en casos muy concretos de cargas no uniformes en toda la barra.

⁵ MINISTERIO DE FOMENTO. “Código Técnico de la Edificación. Documento Básico. Seguridad Estructural – Acero”. Texto modificado por RD 1371/2007, de 19 de octubre. *Boletín Oficial del Estado*, 23 de noviembre de 2007; y corrección de errores. *Boletín Oficial del Estado*, 25 de enero de 2008.

Conclusiones

El empleo del pretensado en acero no es muy habitual en construcción, y menos aún en edificación. Durante años, se empleó para diferentes usos, como es el caso de reducir la posibilidad de rotura en elementos traccionados de acero fundido, para puentes donde la relación canto-luz no siempre es la más adecuada, para procesos de montaje en puentes de gran luz, para reducir deformaciones en estructuras ligeras.

Es este último punto el que, con el paso del tiempo, ha sido el argumento más utilizado para justificar la conveniencia de pretensar estructuras metálicas, puesto que el acero se comporta, a diferencia del hormigón y sin considerar el fenómeno del pandeo, que es común a cualquier material, tan satisfactoriamente a compresión como a tracción. Por el contrario el hormigón es un material frágil, es decir, se comporta de una manera a compresión y de otra muy distinta a tracción. Como la fundición se ha ido eliminando de la construcción, el uso del pretensado metálico también ha perdido terreno.

Desde mediados del siglo XIX se fueron desarrollando en Norteamérica, por causa de la gran progresión que la revolución industrial experimentada gracias al avance del ferrocarril, los diferentes tipos de celosías (Trusses) que a día de hoy forman un catálogo amplio, pero limitado, de soluciones con las que trabajar cuando se quiere cubrir una gran luz y el perfil simple no es suficiente. Entonces se recurre a métodos vectoriales, donde los triángulos suelen ser las formas más socorridas, por tratarse de formas naturalmente indeformables. Estos marcos suelen estar diseñados por tensión o por deformación. Si el límite lo marca el segundo concepto, las secciones estarán sobredimensionados desde el punto de vista resistente, y esos recursos tensionales que no son utilizados pueden ser empleados para mejorar el comportamiento.

Ya en 1851, el Cristal Palace de Londres toma el relevo de estos elementos metálicos, como la viga Fink, en lo que se puede llegar a entender como el paso de soluciones constructivas de la ingeniería de caminos a edificación. A finales del siglo XIX, las invenciones en este campo parecen desplazarse a Rusia, donde encuentran en Vladímir Shújov al más revolucionario ingeniero que, además de incluir el pretensado en algunas de sus estructuras ligeras, efectúa incursiones en estructuras tensadas, en hiperboloides. Todo un gran salto. Años más tarde, Ivan Leonidov intenta, desde su faceta de arquitecto, incluir una serie de soluciones en un concurso en la vieja Unión Soviética, que sin duda hoy habrían constituido una referencia en este tipo de estructuras.

Ya a mitades del siglo XX empieza la fiebre por lo que después se acabará conociendo como *tensegrities*. Estas curiosas estructuras, de carácter etéreo, no han conseguido introducirse de lleno en otros ámbitos que no sean el de la escultura, mallas o construcciones con un uso no ordinario, como podría ser el caso del aviario de Londres o del Skylon de Moya y Powelly, que son obras justamente de esos años. Sin duda, una de las asignaturas que las estructuras tienen hoy pendiente es el uso de tensegritys en edificación.

Una década más tarde comienzan las estructuras de pabellones con soluciones atirantadas, basadas en la rueda de bicicleta; entre ellas, la cubierta del estadio de Útica, el pabellón de Nueva York y el Crown Coliseum en Fayetteville, este último ya casi al finalizar el siglo XX. Estas construcciones coinciden con la segunda mitad del siglo XX, cuando se completa la cubierta del estadio olímpico de Munich, obra cumbre de las estructuras tensadas del arquitecto Frei Otto. Este alemán ha sido el máximo exponente en este campo, tanto de construcciones textiles como en el empleo de mallas tensadas, constituyendo junto con Sir Buckminster Fuller las referencias más destacadas del pasado siglo XX en este campo.

El cambio de siglo es testigo de las obras más avanzadas para el Reino Unido: el London Eye y el Millennium Dome, además de hallarse en espera la reconstrucción del Skylon, punto que supondría la recuperación de un eslabón perdido para la estructura metálica pretensada. En Catalunya, se utiliza esta técnica para obras deportivas y recintos feriales en edificación, en proyectos de prestigio mundialmente reconocido.

En el capítulo relativo a las formas de pretensar perfiles metálicos se desarrolla un recorrido por las soluciones más empleadas en la construcción en los últimos 160 años, desde la incorporación del pretensado en la uniones, mediante tornillos de alta resistencia (o en los primeros tiempos, mediante el uso de roblones), hasta la solución al problema entre pretensado y postensado, que incluso en acero puede llegar a tener sentido en ambas versiones. Si en hormigón hablamos de aplicarle antes o después de verterlo, en acero podemos hablar de aplicarle antes o después de montar el cuchillo o celosía. Si en hormigón nos referimos a pretensado en trazados rectos y a postesado en los parabólicos o funiculares, en acero también podemos trabajar con ambas soluciones. Si en hormigón utilizamos tanto tendones como barras macizas, en acero también.

A lo largo de la tesis se explican las posibilidades que el pretensado ofrece para cambiar el recorrido de las fuerzas por una estructura, como por ejemplo en el caso de una cubierta. La introducción de una fuerza, provoca un desplazamiento ascendente de cualquiera de los miembros de un entramado, no hace más que provocar su precarga, incrementando la sollicitación que recibe, aliviando así a los demás miembros. El sistema de pretensado constituye además, una excelente respuesta para casos de estructuras donde se quiera activar un entramado que todavía no trabaja, como puede ser en procesos de desapuntalamiento. En el pabellón de Lisboa, Cecil Balmond desapuntala una lámina de hormigón armado mediante la introducción de fuerzas de pretensado desde uno de los lados, consiguiendo así una seguridad absoluta a la hora de retirar estos elementos.

Una de las soluciones más utilizadas para vigas metálicas es aquella en la que se basan los modelos de vigas pre-flex, solución que dejó de emplearse en España hacia el año 1970, debido al aumento del coste de la mano de obra y del descenso de precio del material. Esta solución podría englobarse dentro de las soluciones de elementos mixtos, correspondiente a dónde el pretensado puede llegar a ser muy interesante, porque en estos casos si se puede aprovechar la recuperación del trabajo a tracción del hormigón. Otro ejemplo que se analiza es el de la viga pretensada metálica para la biblioteca de Lleida, del arquitecto Finlándés Gullichsen.

Un uso muy razonado que la estructura metálica puede ofrecer es el que plantea la reducción de secciones que se traccionen, precomprimiéndolas previamente. Esta solución se ha empleado en anillos de tracción en cúpulas para pabellones circulares. Si el anillo es hueco o abierto, dentro de él se pueden alojar tendones que reduzcan su sección final; por ejemplo, consiguiendo escuadrías arquitectónicamente más razonables, ya que el coste no sólo no se logra reducir, sino que en función de los trabajos del acero activo y de las cuñas, puede llegar a verse aumentado. Esta solución puede también plantearse con otros fines, como el de reducir la deformación de la cúpula. A medida que se construye el cerramiento, puede irse progresivamente activando la armadura, recuperando la deformación. Para poder estudiar una solución así, se deben computar las pérdidas causadas por el rozamiento entre tendones y paredes que, en el caso de trazados excesivamente largos, pueden llegar a hacer fracasar la propia solución. En esta tesis se incluye un sistema de cálculo de fuerzas de rozamiento, considerando varios polígonos alrededor de su perímetro, siendo, más eficaces cuantas menos intersecciones haya con el tubo.

Otra de las aplicaciones que también tiene interés para el pretensado metálico es el diseño de apeos dónde, por causa del proceso de construcción, la viga va cediendo cada vez más, pudiendo llegar los forjados más bajos a no aprovecharse de ese apeo, mientras que los más altos sí. Si se introducen durante el proceso de obra sucesivos pretensados de la viga, esta va recuperando sucesivamente su trazado inicial, pudiéndose llegar a conseguir unos comportamientos más uniformes entre cubierta y planta más baja. Jamás podrán ser idénticos, porque siempre quedará por aplicar la sobrecarga de uso, que para la cual no existe solución.

Ya que se ha argumentado en estas conclusiones sobre la extensión en el uso en estructuras de edificación de los *tensegrities*, se incluye balance de las mejoras que el *tensegrity* aporta cuando sus elementos traccionados son pretensados. Dependiendo siempre del grupo al que nos refiramos, el sistema reduce así las deformaciones, como también la frecuencia propia de vibración. Este camino puede llegar a ser una vía alternativa a considerar en una futura tesis doctoral.

El uso del análisis no lineal y en segundo orden está ya a la orden del día. Fuera del ámbito de la enseñanza, no se concibe ya un cálculo sin estas herramientas, seguramente gracias a la proximidad que están mostrando los programas informáticos que son cada vez más asequibles. En análisis lineal un cable responde de forma idéntica a compresión que a

tracción; así que, si no desarrollamos un cálculo no lineal, el resultado será que la deformación real duplicará la de nuestro modelo de cálculo. Este problema es patente en las cruces de San Andrés, donde construir el modelo de forma que estos elementos solamente tengan capacidad para trabajar a tracción. Siempre existe la solución fácil de eliminar los elementos comprimidos en el primer modelo, llevando a cabo un segundo cálculo posterior sin ellos.

Por lo que respecta a la recuperación del tipo de las vigas de puentes de ferrocarril para edificación, conviene prestar especial atención a la viga Fink simple, que es la mínima transformación a introducir sobre la viga simple cuando ésta no da más de sí, o cuando empieza a no ser competitiva por su coste. Se trata de la conjunción de dos triángulos, dando lugar por tanto a una figura casi indeformable que, cuanto más planos sean, peor trabajarán. Los límites que se establecen en esta tesis para interactuar cómodamente con ellos se justifican en las páginas anteriores, concretándose en unos resultados que tienen que ver con el tipo de vínculo y con el límite de deformación (límites de $L/7$ y $L/51$ para S-275-JR). Las conclusiones de este capítulo se resumen en las siguientes líneas:

- En soluciones isostáticas, es más inmediato la aplicación del pretensado que en un problema hiperestático.
- Con límites de deformación más estrictos, es posible aplicar pretensado antes que en los casos de límites menos estrictos. Por ejemplo, tiene pleno sentido aplicarlo en la intervención de apeo de una pared de carga de varios pisos.
- Con aceros de mayor calidad, el material resiste más carga, por lo que es posible que sea la limitación de deformación la que condicione al elemento. Cuando se usen aceros de altas resistencias, como puede ser en el caso de un rascacielos, el pretensado es posible. Las relaciones de luz y canto para las fronteras entre las limitaciones por tensión y deformación son las siguientes:

Tipo de vinculación:	Límite flecha			
	L/250	L/300	L/400	L/500
Biarticulado lineal	18/15/11/9	15/12/9/7	11/9/7/5	9/7/5/4
Biarticulado puntual	22/19/14/11	18/16/12/9	14/12/9/7	11/9/7/5
Apoyado-Empotrado lineal	43/37/28/22	36/30/23/18	27/23/17/14	21/18/14/11
Apoyado-Empotrado puntual	38/32/25/20	32/27/21/16	24/20/15/12	19/16/12/10
Biempotrado puntual	60/51/39/31	50/42/33/26	37/32/24/19	30/25/19/15
Biempotrado lineal	45/38/29/23	37/32/24/19	28/24/18/14	22/19/14/11

Existe la creencia de que la viga Fink ha de ser analizada mediante la descomposición vectorial de fuerzas, sin considerar la rigidez de sus miembros. A lo largo del capítulo denominado cálculo manual de vigas Fink de esta tesis se argumenta que el resultado de la respuesta de esta viga es la suma de dos rigideces: la del polígono funicular inferior y la de la viga a flexión superior. En caso de ser una mucho más rígida que otra, el mecanismo prevalente será el de un funicular o el de una viga, según el caso. También se ha puesto de manifiesto a lo largo de este capítulo que la viga Fink puede mejorar su deformación mediante pretensado, aunque jamás puede responder al problema de succión de la cubierta introduciéndole tensión. La única respuesta correcta a este problema se basa en el aumento del peso propio a modo de lastre.

Para poder llevar a cabo un predimensionado de una viga Fink, se justifican y proponen las siguientes fórmulas, que se ajustan perfectamente a los resultados obtenidos mediante la aplicación de un programa informático:

$$\delta_{vSB} = \frac{F_{SB} \cdot L_B}{2 \cdot \cos^2 \beta \cdot E \cdot A_B}; \quad \frac{F_{SB} \cdot L_B}{2 \cdot \cos^2 \beta \cdot A_B} = \frac{F_v \cdot B^3}{48 \cdot I_v};$$

$$F_v = \frac{F_T \cdot L_B}{\frac{L_v^3 \cdot \cos^2 \beta \cdot A_B}{24 \cdot I_v} + L_B}; \quad F_{SB} = F_T - \frac{F_T \cdot L_B}{\frac{L_v^3 \cdot \cos^2 \beta \cdot A_B}{24 \cdot I_v} + L_B}$$

En el capítulo relativo al cálculo manual de vigas Fink se demuestra que, para una viga sin pretensar, el rendimiento óptimo reobtiene para unos valores de canto es el que se sitúan entre las siguientes relaciones: $L/10$ y $L/5,5$. También se han establecido las siguientes fórmulas:

$$\operatorname{sen} \beta = \frac{B/2}{L_B}$$

$$\frac{B}{L \cdot Flecha} = \frac{F_{SB} \cdot L_B}{2 \cdot \cos^2 \beta \cdot E \cdot A_B}$$

$$A_B = \frac{F_{SB} \cdot L \cdot Flecha}{2 \cdot \cos^2 \beta \cdot \operatorname{sen} \beta \cdot E}$$

El seno de beta es prácticamente uno para β comprendido entre 90° y 65° . También sabemos que para ángulos menores a 80° , F_{SB} es prácticamente igual a F . De ambas consideraciones, obtenemos la siguiente expresión, que nos será útil para predimensionar el cordón inferior o el ángulo; es decir, el canto de la viga:

$$A_B = \frac{F_T \cdot L \cdot Flecha}{2 \cdot \cos^2 \beta \cdot E}$$

En el capítulo que aborda el cálculo matricial de vigas Fink se desarrolla paso a paso, el análisis de una de estas vigas en su versión simple. Este proceso puede llegar a ser muy interesante para lectores versados en cálculo matricial. Paso a paso desde el inicio, donde se construyen las matrices sencillas, y el ensamblado final, para acabar resolviendo el sistema, pueden ser un argumento adecuado para un curso versado sobre este método, de este sistema que generalmente no llega a comprenderse en toda su dimensión. El cálculo se acaba completando con la introducción del pretensado para mejorar la deformación. Los resultados están contrastados mediante el empleo de un programa comercial de cálculo matricial, que arroja unos errores menores a 10^{-3} .

La viga Fink simple y la viga Fink doble constituyen la base para crear las vigas Pratt y, en general, todas las vigas trianguladas: una viga Fink simple (dos tramos) inscrita dentro del tramo central de una viga Fink doble (tres tramos) dan como resultado una viga Pratt que, si se gira, generan una viga Howe. Así, el comportamiento clásico vectorial que se utiliza para predimensionar celosías queda superado, si se tiene en cuenta que las vigas en celosía integran la suma de dos rigideces: la del cordón superior y la del sistema funicular.

Un caso especial lo constituyen los entrevigados formando techos; desde los integrados por dos vigas que se cruzan, hasta los constituidos por un entrevigado al que se le coloca una viga parteluz, solución que resulta más razonable para obra nueva que para rehabilitación, pues las cargas cambian de recorrido. En estos casos se establecen formulaciones que obtienen, para cada situación específica, el ancho de banda resultante; su forma más sencilla de cálculo es siempre la basada en igualar las deformaciones de los puntos conocidos, desarrollando de nuevo un cálculo matricial. Por lo tanto, quedan establecidos en esta tesis métodos de cálculo sencillos, que ofrecen respuesta tanto a la problemática deformacional como a la tensional para cada caso, pudiéndose introducir siempre la caracterización del pretensado para la viga central larga.

Para acabar, se desarrolla un análisis intensivo de un sistema de unión pretensado entre vigas y pilares. La solución ha sido concebida por el autor de la tesis, aprovechando las virtudes de los sistemas de pretensado metálicos. No se pretende establecer un sistema de industrialización seriada, sino más bien atisbar las posibilidades que ofrece el pretensado en edificación de principio a fin y, con tiempo, poder llegar a aplicarlo en edificios. Los problemas que puedan existir para su uso y fabricación no se analizan a fondo porque no se quiere entrar en su competitividad, sino únicamente en su análisis. En una estructura porticada sin arriostramientos en la dirección del pórtico, es posible, para un entramado de tres pisos, trabajar con uniones a testa, muy sencillas, simplemente apoyadas, consiguiendo una holgura más que deseable para su montaje, reduciendo así los refuerzos y chapas y las soldaduras en obra que son siempre molestas. Ocho tendones pretensados son suficientes en cada piso para que el pórtico funcione prácticamente igual que con nudos rígidos. Tan sólo incrementa un escalón el tamaño de los pilares y, eso sí, deben incluirse los costes del acero activo. El coste de la operación incrementa en un 10% su precio comparado con un pórtico de nudos rígidos equivalente.

El mayor problema que ofrece esta solución es la manera en que hoy en día se valoran los trabajos del constructor de estructuras de acero: se valoran igual los trabajos ejecutados en obra que los que se llevan a cabo en taller; las uniones atornilladas se valoran a peso, sin considerarse su rapidez de ejecución o el alquiler de grúas, y las soldaduras no se consideran adecuadamente. Seguramente sería necesario modificar el sistema de cálculo de costes de los trabajos ejecutados en taller, para poder empezar a valorar adecuadamente soluciones como la que esta tesis propone en su capítulo final.

Se incorporan planos de detalle elaborados, dando explicación del nudo lateral y nudo central en esta solución que, bajo el punto de vista del doctorando, pueden materializarse en obras sin problemas técnicos.

En los anexos se incluyen las traducciones de unos artículos interesantes que completan la materia: la normativa vigente, Eurocódigo 3.11, que actualmente no está traducida al español, y dos artículos más, sobre las posibilidades que el pretensado ofrece hoy a las estructuras metálicas.

Para acabar con estas conclusiones queda por manifestar lo más importante. Una estructura metálica puede pretensarse para:

- Reducir la posibilidad de fractura de los elementos de fundición cuando estos estén traccionados.
- Controlar o recuperar las deformaciones
- Hacer trabajar a la propia estructura de otra manera diferente a la pasiva, modificando la respuesta de sus elementos, consiguiendo así un cambio cualitativo en sus distribuciones de esfuerzos.
- Invertir el signo de los esfuerzos que solicitan a una estructura o a un miembro de una estructura.
- Conseguir sistemas de unión entre las piezas de un pórtico.

Otras posibilidades, aún están por descubrir.

Líneas de Continuidad

La postura del doctorando ante la necesidad de escribir las líneas de continuidad a su tesis es doble. Por un lado, la apertura de nuevas vías puede llegar a ser entendida como una falta de capacidad o de tiempo por parte del autor para concluirla. Como el conocimiento total no se alcanza jamás, seguramente este primer temor quedará así sorteado. Por otro lado, el enunciado de dichas vías constituye una excelente oportunidad para cualquier estudiante que se enfrente a la posibilidad de elegir un tema para una tesis doctoral. Si no hay líneas de investigación creadas en un departamento, la única herramienta que el futuro doctorando dispone es la lectura de tesis ya desarrollada por otros doctorandos, pero sobre todo la de las líneas de continuidad que el autor plantee al final. Eso si no se quiere o puede contar con la ayuda de doctores que estén vinculados a la universidad, que a buen seguro podrán guiar al futuro doctor.

Una de las posibles líneas ha quedado descrita en las conclusiones: el estudio más a fondo de los *tensegrity*s; aunque esta vía ha de ser tomada con cuidado. Los *tensegrity*s han pasado, en pocos años, de ser unos grandes desconocidos a convertirse en un motivo para escribir tesis, artículos y documentos varios, no siempre con suficiente conocimiento sobre lo ya estudiado. Uno de los posibles caminos podría abordar el análisis de los *tensegrity*s con la introducción del pretensado en algunos de sus elementos, mejorando así su respuesta tanto deformacional como vibracional. Si se llegase a introducir estas estructuras en otro tipo de edificios, tales como construcciones aisladas, viviendas unifamiliares, edificios de pisos, naves industriales seriadas..., encontraríamos un nuevo lenguaje, todavía hoy reservado para mallas, monumentos, obeliscos, y algún conocido puente que no funciona plenamente como un *tensegrity*; poco más.

Otra de las posibles continuidades que ofrece esta tesis es la de desarrollar el estudio de la solución de la unión entre viga y pilar mediante pretensado mostrada en el último apartado, que es una aportación realizada por el autor de la misma, por ejemplo analizando su comportamiento frente a esfuerzos de sismo, actualmente prescritos por la normativa para uniones de este tipo. Al tratarse de soluciones dúctiles, pueden llegar a constituirse en disipadores energéticos especialmente aptos para zonas de baja intensidad sísmica.

Las estructuras metálicas pretensadas han detenido su desarrollo a partir de mitades del siglo XX, cuando se construyen los últimos edificios con este tipo de entramados que serían repetidos años más tarde en todo el mundo con ligeras mejoras y variaciones. La continuidad de soluciones en acero es escasa; sin embargo, en el uso de soluciones mixtas, aún tiene hoy en día más recorrido. El problema del fuego, viejo compañero de fatigas entre acero y hormigón, pudiera ser una buena excusa para utilizar al segundo con la doble función de proteger las partes vistas del primero e incrementar su resistencia. En el capítulo dedicado a las uniones de un pórtico mediante el uso del pretensado se ofrece la posibilidad de utilizar una viga metálica en doble T rellena de hormigón, pudiendo

entonces recuperar la resistencia que el hormigón pueda aportar en zonas comprimidas, mientras que en las zonas traccionadas serían las barras las que mejorasen la resistencia de la viga.

También se ha creído conveniente, aunque se aparta de esta línea, apuntar la posibilidad de desarrollar una tesis doctoral sobre los mecanismos para valorar correctamente una estructura metálica, teniendo en cuenta el momento que se construye, y relacionando siempre el coste de la mano de obra con el del material, añadiendo en todo instante los trabajos de la soldadura, los detalles, el sistema de montaje, etc. Hoy en día, generalmente, la valoración de una estructura metálica que tiene o no rigidizadores se diferencia por el peso de estos elementos, y en realidad no debería de ser así. Tampoco debería aceptarse que una estructura soldada en obra y otra preparada en taller tengan costes similares porque, aunque es cierto que los trabajos son parecidos, el riesgo de problemas en el primer caso así como la velocidad de ejecución no son los mismos.

Otra línea que se puede ofrecer a los futuros doctorandos es la posibilidad de estudiar estructuras de aluminio pretensadas mediante barras de acero. En el libro “Prestressed Load-Bearing Metal Structures”, de E. Belenya, se indica que el provecho que se puede obtener en estas estructuras es mayor que en el caso de las estructuras de acero.

Paralelamente al caso anterior, también se puede recuperar la idea de utilizar el pretensado para resolver los problemas que se generan en las zonas traccionadas de elementos de acero fundido trabajando fundamentalmente a compresión. Esta forma de proceder, que se presume de alto coste, se ha utilizado en algunas estructuras diseñadas por arquitectos británicos, como pudiera ser Nicolas Grimshaw, o en las vigas Kipper-Truss del aeropuerto de Madrid, recientemente inaugurado. Esta solución para elementos seriados puede llegar a ser razonable allá dónde la protección al fuego no es obligada y dónde la estructura queda expuesta.

Otro posible camino a continuar es el desarrollo de las uniones que se incluyen en el capítulo “ejemplo de pretensado: cálculo de viga continua”, resuelta mediante conexiones roscadas en las alas de directriz recta o parabólica.

Para acabar, se incluye la posibilidad de estudiar la mejora vibracional que el pretensado puede aportar a las estructuras metálicas. En la tesis se han revisado dos casos dónde este sistema ha aumentado la frecuencia del sistema notablemente, puesto que si la deformación de la estructura se reduce haciéndose más rígida, la frecuencia se verá favorecida.

Barcelona, lunes 16 de abril de 2012

ANEXOS:

Índice de las ilustraciones

Nota Previa: En el presente índice, únicamente se hace referencia a las imágenes que no son propiedad del autor.

1	En 1927 Eugène Freyssinet desarrolló por primera vez las bases del hormigón prestensado (FREYSSINET, E.; GUYON, F.; RUI-WAMBA, J.; FERNÁNDEZ ALBA, A., 2003).	25
2	Consolidación de las cimentaciones de la estación marítima de Le Havre, 1934. E. Freyssinet (FREYSSINET, E.; GUYON, F.; RUI-WAMBA, J.; FERNÁNDEZ ALBA, A., 2003).	26
4	Un puente de Squire Whipple, U.S. Patent 2.064, April 24, 1884 (HAMILTON, G. S. Rodrick Bridge, Licking County, Ohio. 2005. Photo 2004).	27
5	Vigas Polanceau de diferentes tipos (SCHULITZ, H. C.; SOBEK, W.; HABERMANN, K. L. J., 2000)	28
6	Derecha: solución utilizaba en Checoslovaquia (TROITSKY, M. S.; VAN NOSTRAND, R., 1990).	28
7	Viga Bollman (SCHULITZ, H. C.; SOBEK, W.; HABERMANN, K. L. J., 2000).	28
8	El Crystal Palace de Joseph Paxton (FRAMPTON, K., 1993).	29
9	Viga Fink. (BRUFAU I NIUBÓ, R., 2010-2011).	29
10	El Britannia Tubular Bridge de Robert Stephenson (postal, colección privada de JOCHEM HOLLESTELLE).	29
12	Viga Fink (GOTTGETREU. Manual de construcción, citado en SCHULITZ, H. C.; SOBEK, W.; HABERMANN, K. L. J., 2000).	30
13	Detalle de la cubierta de las galerías GUM en Moscú, de G. Shukov (Photo by Arieswliang).	31
14	La gran sala de máquinas del Centro de Exposiciones de Todas las Rusias (SCHULITZ, H. C.; SOBEK, W.; HABERMANN, K. L. J., 2000).	31
15	La rueda de bicicleta horizontal de Antoni Gaudí en la casa Milà (BRUFAU I NIUBÓ, R. 2006).	31
16	Leonidov Lenin Institute (http://en.wikipedia.org/wiki/File:Leonidov_lenin_institute.jpg).	31
17	Una viga Preflex en construcción (Cement, núm. 25, pág. 12, 2008).	32
18	La patente de Leo Coff (www.freepatentsonline.com).	32
19	La patente de J. D: Naillon (www.freepatentsonline.com).	33
20	Gimnasio de Yoyogi de Kenzo Tange (MARGOLIUS, I. 2002)	33
21	El aviario de Londres de Price y Newby (es.wikipedia.org).	34
22	El Oakland Colliseum de SOM (http://elintrepidosalto mortaldelexcentrismo.blogspot.com.es/).	34
23	Sistema de vigas de hormigón mixtas predeformadas (patente española E04C3/26).	34
24	Sistemas en suspensión (dibujos de ESCRIG, F. “La cúpula autotensada o el triunfo de la levitación”. Hormigón y acero, núm. 187, págs. 95-112, 1993).	35
25	GOLD, W., “Pretensado de pórticos simples”. U.S. Patent 4144686, Filing date: June 27, 1977, Issue date: March 20, 1979.	35

26	GOLD, W. “Pretensado de estructuras metálicas en celosía”, U.S. Patent 4144686, Filing date: June 27, 1977, Issue date: March 20, 1979.	35
27	Pabellón de gimnasia y de lucha en Seúl (http://www.columbia.edu/cu/gsap/BT/DOMES/SEOUL/s-struc.html).	36
28	Esquema estructural del Crown Coliseum en Fayetteville (esquema de Valentín López Jáuregui, 2004).	36
29	Proceso constructivo del Georgia Dome (dibujos de ESCRIG, F. “La cúpula autotensada o el triunfo de la levitación”. Hormigón y acero, núm. 187, págs. 95-112, 1993).	36
30	Detalle del centro de la noria Millennium Eye (fotografía de DOM WILLSON)	37
31	Vista del Millennium Dome (london-architecture.info).	37
32	Kurilpa Bridge en construcción (fotografía de Wikipedia por Paulguard).	38
33	Escalera metálica de Georges D. Valkai y Casimir Zdanius (fotografía de Grimshaw Architects).	38
34	Ballena del Museo de Ciencias Naturales de Barcelona (fotografía de Inés Baucells, ABC).	39
35	Estadio Único Ciudad de la Plata (fotografía de Flickr).	39
36	Sección descriptiva del hotel Hesperia: la segunda franja por la izquierda corresponde al atrio (ALONSO, L.; SÁNCHEZ, E; LETHEM, M., 2006).	41
42	Nudo interior, unión de 16 barras (ALONSO, L.; SÁNCHEZ, E; LETHEM, M., 2006)	43
50	Acceso del pabellón de baloncesto de Badalona. (Imagen de google maps)	47
51	Sección del pabellón de Banyoles, de Bonell & Gil. (Bonell i Gil Arquitectes, Col·legi d'Arquitectes de Catalunya, Arquitectes Catalans. Catálogo de la exposición 2000, páginas 53 y 54)	47
59	Vista de una de las vigas cajón, de la unión con la viga transversal y del entrevigado central. (Imagen incluida en Paneles BOMA para exposiciones. http://www.boma-files.com/)	51
61	Vista del paso a través de las vigas cajón. (Imagen incluida en Paneles BOMA para exposiciones. http://www.boma-files.com/)	51
75	Detalle de la fase de pretensado de los terminales. (Imagen incluida en Paneles BOMA para exposiciones. http://www.boma-files.com/)	56
76	Vista de la pista polideportiva de baloncesto. http://www.estebantenreiro.com/	57
80	Dos fases del pretensado de dos de las vigas que componen la cubierta. http://www.estebantenreiro.com/	58
84	Aspecto interior de las vigas pretensadas. http://www.estebantenreiro.com/	59
85	Vista del pabellón recinto ferial y deportivo de Tortosa. (Associació de Consultors d'Estructures ACE Manuales profesionales VI. Enero 2006.)	61
86	Vista del interior del pabellón recinto ferial y deportivo de Tortosa. (Página web del arquitecto http://mariocorea.com/obras/deportiva/pabellon-ferial-y-deportivo/)	61
87	Vista del interior del pabellón recinto ferial de Tortosa. (Associació de Consultors d'Estructures ACE Manuales profesionales VI. Enero 2006.)	62
101	Vista general de la propuesta que no fue realizada. (www.boma.es)	67
102	Planta definitiva del estadio. (www.rcdespanyol.com)	67
103	Vista interior del estadio en la actualidad. (www.boma.es)	68
104	Aspecto bajo la cubierta de la propuesta no realizada. (www.boma.es)	68
120	Vista de pájaro de los pabellones. Son las tres naves de cubierta oscura. (Google Maps)	73
130	Vista interior de uno de los pabellones. (www.boma.es)	75

133 Vista del exterior de la iglesia en el año 2009.(Google Maps)	77
134 Imagen del proyecto de Rogers-Cohen-Barreto-Marchertas. (Rogers,Paul. 1967)	77
135 Planta y secciones transversales de la solución de la cubierta. (Rogers,Paul. 1967)	78
136 Vista interior de la iglesia. (http://www.theknot.com/contests/my-real-wedding/photo/151866/matt-and-anettas-wedding)	78
137 Esquema del pretensado exterior de la cúpula. (Rogers,Paul. 1967)	79
138 Detalle del pretensado del anillo exterior. (Rogers,Paul. 1967)	79
146 Imagen del edificio un mes antes de su inauguración. RUI-WAMBA, JAVIER. http://www.esteyco.es/fitxers/20062007150126.pdf	81
147 Sección longitudinal tipo del edificio. (RUI-WAMBA, JAVIER. Hormigón y Acero. Nº 196)	81
148 Sección transversal explicativa del pretensado. (RUI-WAMBA, JAVIER. Hormigón y Acero. Nº 196)	81
149 Proceso de pretensado de las barras en fase de obra. (RUI-WAMBA, JAVIER. Hormigón y Acero. Nº 196)	82
158 Superposición del Forum con la manzana de la pedrera. (Imagen del autor a partir de Google Maps)	85
170 Vista del interior de la nave del aeropuerto de Madrid. (Google Maps)	89
171 Sección tipo del interior de la nave. (MARTÍNEZ CALZÓN, JULIO; GÓMEZ NAVARRO, MIGUEL. Hormigón y Acero. Nº 249.)	89
172 Las Kipper-Truss, explicadas en sección. A la izquierda, proceso de montaje. (MARTÍNEZ CALZÓN, JULIO; GÓMEZ NAVARRO, MIGUEL. Hormigón y Acero. Nº 249.)	90
173 Proceso de tesado de la cubierta antes de colocar las Kipper-Truss. (MARTÍNEZ CALZÓN, JULIO; GÓMEZ NAVARRO, MIGUEL. Hormigón y Acero. Nº 249.)	90
174 Detalle de unión de los montantes de los ventanales con los de las kipper-truss. (MARTÍNEZ CALZÓN, JULIO; GÓMEZ NAVARRO, MIGUEL. Hormigón y Acero. Nº 249.)	90
178 Vista del Skylon en construcción. (POWELL, KENNETH. An Architecture of Continuity.50 years Powell Moya Partnership. The Architects' Journal 4 Julio 1996, Pág. 54)	93
179 Detalle de las tres agrupaciones de tensores. (MAYNE, ROGER. Skylon Pattern, Festival of Britain, 1951)	94
184 El Skylon en construcción. (http://www.voteforskylon.com/then.php#)	96
186 Esfuerzos de pretensado en los cables. (voteforskylon)	96
187 Detalles del Skylon . (http://www.voteforskylon.com/why.php)	96
207 Sistema de manguito homologado para barras macizas de acero al carbono o de acero inoxidable, de la marca CTT StrongHold®.	103
208 Sistema de manguito homologado para cordones de alambres trellados de la casa Jakob®.	103
210 Diferentes gatos existentes en el mercado (CTT-VSL)	104
211 Tabla de características principales de los gatos (CTT-VSL)	104
212 Características resistentes de los tendones.(CTT-VSL)	105
213 Resistencia de los dos tipos de tendones, así como su área.(CTT-VSL)	105
214 Catálogo de Jakob dónde se explica la composición de los tendones de inox.(Jakob)	105
219 Definición de los radios mínimos de un desviador.(EC-3)	108
225 Ejemplo de pretensado de elementos traccionados. (MARTÍNEZ CALZÓN, J.; GÓMEZ NAVARRO, M. Hormigón y acero, núm.249, pág. 19-43, 2008.)	109

256 Momento de pretensado de los cordones sobre las bancadas de ATEFOR. (Hormigón y Acero nº235)	118
258 Viguetas Rubiera preflex anunciadas el 10 de noviembre de 1971 en el ABC.(ABC)	119
259 Solución de estabilización de edificios mediante atirantado exterior (STEEL CONSTRUCTION).	119
260 Diversas soluciones para un tensegrity a partir de un tetraedro (xozzox).	120
261 Diferentes tipos de Tensegritys realizados con el programa Virtual Tensegrities V1.2 (xozzox).	120
295 Sistema de refuerzo para una viga de madera de un edificio de la colonia Güell. (Brufau i Niubó, Robert. 2010)	133
335 Bradbury Building, atrium with glass roof. (Manual de construcción de Gottgetreu 1885)	149
336 Viga Fink según la Encyclopaedia Britannica, 11th Edition, Volume 4, Part 3.	149

Bibliografía

LIBROS

Varios autores: ARNEDO, ALFREDO; BOLEA, JORDI; BUFÍ, M CARME; CARRASCÓN, SERGIO; ESRICHE, XAVIER; FREIXA, AGUSTÍ; GARCÍA, DAVID; GONZÁLEZ, FÉLIX; GONZÁLEZ, MARCOS; JUANOLA, JOAN JOSEP; LÓPEZ, JUAN CARLOS; LLOP, CARLES; MARIMÓN, FREDERIC; MONTERO, SANTIAGO; PEDRENY, JOAN; REJAT, MIQUEL; REPULLÉS, JUAN RAMÓN; SALOM, BARTOLOMÉ; VAQUERO, JULIO.
Guia per a la comprovació de la resistència al foc d'estructures.
ASCEM. Primera Edició, 2004

Varios autores: ANGUITA, FERRAN; BAQUER, JOSEP; BRUFAU, ROBERT; GARCÍA, DAVID ; GOITIA, JUAN RAMÓN; MAÑÀ, FRUCTUÓS; MASSAGUÉ, ANTONI; VELASCO, JORDI; MATEU, XAVIER; SOCORRES, JOSEP; XERCAVINS, ENRIC.
Aprendiendo estructuras a través de 11 casos inéditos.
Associació de Consultors d'Estructures ACE
Manuales profesionales VI. 1º Edición. Enero 2006

ALONSO, LUIS; SÁNCHEZ, QUIQUE.
Hesperia Tower. Historia de un proyecto.
ELECTA España. Primera Edición, 2006

ARAUJO, RAMÓN.
Construir con Acero. Arquitectura en España 1993-2007.
Publicaciones APTA. 1º Edición, 2010

ARAUJO, RAMÓN; SECO, ENRIQUE.
Construir con Acero. Arquitectura en España. Manuales para la construcción con acero.
Publicaciones ENSIDESA Tomo 5.
1º Edición, 1992

ARGÜELLES ÁLVAREZ, RAMÓN.
Cálculo de Estructuras Metálicas. Eurocódigo-EA-95. Tomos I y II.
Editorial Bellisco. Primera Edición, 2005

ARGÜELLES ÁLVAREZ, RAMÓN.
Calculo Matricial de Estructuras en 1º y 2º orden. Teoría y problemas.
Editorial Bellisco. 1º Edición, Mayo 2005

ARGÜELLES ÁLVAREZ, RAMÓN.
La estructura metálica Hoy. Tomos I a III.
Editorial Bellisco, 1983

B. C. PUNMIA, ASHOK KUMAR JAIN, ARUN KUMAR JAIN.
Limit State Design of Reinforced Concrete.
Firewall Media, 2007

BELENIA, E.I.
Prestressed load-bearing metal structures.
Moscow Mir.
2º Edition, 1977

BRUFAU I NIUBÓ, ROBERT.
Rehabilitar con Acero.
Publicaciones APTA. 1º Edición, 2010

CAPELLÁN MIGUEL, GUILLERMO; MARTÍNEZ APARICIO, JAVIER; ROJO VÉLEZ, EDUARDO.
Guía para el apriete de uniones con tornillos pretensados.
Publicaciones APTA. 1º Edición, 2009

DAVISON, BUICK; OWENS, GRAHAM W.
Steel Designers' Manual SCI (Steel Construction Institute).
Wiley-Blackwell. 7º Edición, 2012

EISCELE, JOHANN; KLOFT, ELLEN.
High Rise Manual, Typology and Design, Construction and technology.
Birkhäuser. First Edition, 1999

ENNEL, HEINO.
Sistemas estructurales.
Gustavo Gili. 1º Edición 7ª tirada, 2012

ESCRIG, FELIX.
Estructuras en tracción. Estructuras Tensadas I.
STAR Structural Architecture.
Cuaderno 5. 4ª Edición, 2005

ESCRIG, FELIX.
Estructuras en tracción. Estructuras Tensadas II.
STAR Structural Architecture.
Cuaderno 6. 1ª Edición, 2002

ESCRIG, FELIX.
Estructuras en tracción. Mallas de barras.
STAR Structural Architecture.
Cuaderno 7. 3ª Edición, 2006

FENOLLOSA CORAL, JOSEP.
Unions Cargolades.
Departament d'Enginyeria Mecànica Edicions UPC. 1ª Edición, 1992

FERNÁNDEZ TROYANO, LEONARDO.
Bridge engineering: a global perspective (Tierra sobre el agua).
Thomas Telford Ltd Publishing. 1ª Edición, 2003

FRAMPTON, KENNETH.
Historia Crítica de la arquitectura moderna.
Gustavo Gili. 6ª Edición, 1993

FREYSSINET, EUGÈNE; GUYON, FRANK;
RUI-WAMBA, JAVIER; FERNÁNDEZ ALBA,
ANTONIO.
Eugène Freyssinet, un ingeniero revolucionario.
Fundación Esteyco. 1ª Edición, Diciembre 2003

GÓMEZ JAÚREGUI, VALENTÍN.
Tensegridad: Estructuras tensegríticas en ciencia y arte.
Universidad de Cantabria. 1ª Edición, 2007

GORMAN, MICHAEL JOHN.
Buckminster Fuller. Design for mobility.
Skira publications. Second Edition, 2005

HERZOG, THOMAS.
Construcciones Neumáticas.
Editorial Gustavo Gili. Barcelona, 1ª Edición, 1977

HEYMAN, JACQUES.
Basic Structural Theory.
Cambridge Univ Pr. 1ª Edición, 2008

HEYMAN, JACQUES.
Elements of Stress Analysis.
Cambridge Univ Pr. 1ª Edición, 1982

HIRSCHFELD, K.
Estática en la construcción.
Editorial Reverté, s.a. 1ª Edición, 1975

J. MURCIA VELA, A. AGUADO DE CEA Y A.
R. MARÍ BERNAT.
Hormigón armado y pretensado.
Ediciones U.P.C. Barcelona, 1996

JACOBSON, REED.
Programación con Microsoft Excel 2000.
McGraw-Hill. Madrid, 1ª Edición revisada, 1999

JONES, PETER
Ove Arup. Master builder of the twentieth century.
Yale. First Edition, 2006

KALTENBACH, FRANK.
Translucent Materials.
Editorial Detail Praxis. First Edition, 2000

KOCH, KLAUS-MICHAEL.
Membrane structures.
Editorial Prestel. 1ª Edición, 2004

KRAUSSE, JOACHIM;
LICHTENSTEIN, CLAUDE.
Your private sky. R. Buckminster Fuller. Discourse.
Lars Müller publishers. First Edition, 1999

KRAUSSE, JOACHIM;
LICHTENSTEIN, CLAUDE.
Your private sky. R. Buckminster Fuller. The art of design science.
Lars Müller publishers. First Edition, 1999

LE RICOLAIS, ROBERT.
Robert Le Ricolais. Visiones y paradojas.
Ea! Ediciones de arquitectura (Fundación COAM)
Gustavo Gili. 1ª Edición, 1997

MAKOWSKI, Z. S.
Estructuras espaciales de acero.
Editorial Gustavo Gili. 1972

MARGOLIUS, IVAN.
Architects + Engineers = Structures.
Wiley-Academy. First edition, May 2002

MIKHAITISHCHEV, V. YA.
Synthesis of prestressed metallic beam systems.
Ukrainian Institute of Hydraulic Engineers,
Rovno. First edition, Enero 1975

MOIX, LLÀTZER.
La ciudad de los Arquitectos.
Crónicas Anagrama. 1º Edición, 1994

MOTOR, REN; PINTON, HERMES.
Tensegrity. Structural System for the future.
Science. 2003

MUTHESIUS, VOLKMAR.
Tú y el acero. Editorial Labor.
1º Edición. Barcelona.

NERDINGER, WINFRIED.
*Frei Otto. Complete works. Lightweight
construction natural design.*
Birkhäuser. First Edition, 2011

NUNZIATA, VINCENZO.
Teoria e pratica delle strutture in acciaio.
Dario Flaccovio Editore. Terza edizione, gennaio
2011

ORTIZ BERROCAL, LUIS.
Resistencia de Materiales.
Ed. McGraw-Hill. Madrid, 2002

ORTIZ BERROCAL, LUIS.
Elasticidad
Universidad Politécnica de Madrid, Escuela
Técnica Superior de Ingenieros Industriales de
Madrid, 1985

P. BEER, FERDINAND; JOHNSTON, E
RUSELL.
Mecánica Vectorial para ingenieros.
McGraw-Hill. 8º Edición, 2008

PETROSKI, H.
La ingeniería es humana.
Cinter. 1º Edición, 2007

POWELL LONDON, KENNETH.
Powell & Moya : twentieth century architects.
RIBA Pub. First Edition, 2009

PUTHLI, R; HERION. S.
Tubular Structures IX. Editorial Balkema.
Balkema. 1998

RAUCK, MAX J. B; VOLKE, GERD; PATURI,
FELIX R.
Historia de la Bicicleta.
Editorial Blume. 1º Edición, 1981

SCHLAICH, JÖRG; BERGERMANN, RUDOLF.
Leicht weit. Light Structures.
Prestel. 1º Edición, 2003

SCHULITZ; SOBEK; HABBERMANN.
Steel Construction Manual.
Birkhäuser Edition detail. First Edition, 2000

SIMÕES DE SILVA, LUÍS; SIMÕES, RUI;
GERVÁSIO, HELENA .
*Design of Steel Structures. Eurocode 3: Design of
steel structures Part 1.1: General rules and rules
for buildings.*
ECCS. First Edition, 2010

SMITH.
Structural Steel Design: LFRD approach.
Wiley. Second Edition, June 1996

SUTHERLAND LYALL.
*Maestros de las estructuras. La ingeniería en las
edificaciones innovadoras.*
Editorial Blume. First Edition, 2003

TIEMANN, HUGH P.
Hierro y acero: (Iron and steel)
Instituto del Hierro y del Acero, 1º Edición,
Madrid 1950

TIMOSHENKO, STEPHEN PROKOFYEVICH
History of Strength of Materials.
Dover Publications, Inc. New York First Edition,
1983

TIMOSHENKO, STEPHEN PROKOFYEVICH
Resistencia de Materiales Tomo I.
Espasa-Calpe. Madrid, 1957

TIMOSHENKO, STEPHEN PROKOFYEVICH
Resistencia de Materiales Tomo II.
Espasa-Calpe. Madrid, 1967

TIMOSHENKO, STEPHEN P. - YOUNG
Teoría de las estructuras.
Urmo S.A. de ediciones. Madrid, 1974

TROITSKY, M.S.; REINHOLD, VAN
NOSTRAND.
Prestressed steel bridges: Theory and design.
New York. 1º Edición, 1990

VOLKWIN MARG.

Konstruktion und bedeutung structure and intention.

Aedes. 2006

WINTER, GEORGE; H. NILSON, ARTHUR.

Proyecto de estructuras de hormigón.

Editorial Reverté. 1º Edición, 1986

VARIOS AUTORES.

Guía de ponencias.

1^{er} Congreso de Consultores de Estructuras.

Associació de Consultors d'Estructures.

1º Edición, 2007

Baltimore & Ohio Railroad, Bollman Truss Bridge, Spanning Little Patuxent River, Savage, Howard County, MD. Historic American.
Engineering Record. Library of Congress.

Borrador Normativa EAE.

Ministerio de Fomento. Mayo 2002

C4/06 SteelWORK. Bemessungstabeln.

SZS Stahlbau Zentrum Schweiz Zürich 2006.

C5/05 SteelWORK. Konstruktionstabellen.

SZS Stahlbau Zentrum Schweiz Zürich. 2006.

Código Técnico en la Edificación. Seguridad Estructural Acero.

Texto modificado por RD 1371/2007, de 19 de octubre (BOE 23/10/2007) y corrección de errores (BOE 25/01/2008). Ministerio de fomento. 2007

Encyclopaedia Britannica.

11th Edition, Volume 4, Part 3.

Eurocódigo 3.1.

Ediciones AENOR. Versión 2008.

Eurocódigo 3.11.

Ediciones AENOR. Versión 2008.

NBE-EA-95. Estructuras de Acero en la Edificación.

Ministerio de Obras Públicas, Transportes y Medio Ambiente. 1995.

Normativa EAE.

Ministerio de Fomento. Mayo 2011.

Prontuario ENSIDESA. Manual para el cálculo de estructuras metálicas.

Ediciones ENSIDESA. Segunda Edición, mayo 1969.

ARTÍCULOS DE REVISTAS ESPECIALIZADAS Y PONENCIAS

BOZZO., LUIS M.

Losa semi-prefabricada pretensada mixta.
Hormigón y Acero. Nº 219.
1º trimestre 2001.

BARAJAS VALDES, ULISES; PORTELA,
GENOCK; STANTON, TERRY; VARELA,
WILMEL; VELÁZQUEZ, GERARDO.
*Método de análisis para vigas pre-flexionadas
basado en estándares de norte-América.*
Revista Internacional de Desastres Naturales,
Accidentes e Infraestructura Civil, Vol 10, No 2.
2010.

BERNABEU LARENA, ALEJANDRO.
*Estrategias de diseño estructural en la arquitectura
contemporánea. El trabajo de Cecil Balmond.*
Departamento de Estructuras de Edificación. Escuela
Técnica Superior de Arquitectura. Universidad
Politécnica de Madrid.
Madrid 2007.

BRUFAU I NIUBÓ, ROBERT.
La roda de bicicleta com a model estructural.
Quaderns d'Arquitectura i Urbanisme.
Numero 250. 2006. Pags 86-91.

BRUFAU I NIUBÓ, ROBERT.
Columnas en el aire.
Geometría y proporción en las estructuras: ensayos en
honor de Ricardo Aroca.
2010-2011.

CHURTICHAGA, JOSEMARÍA DE.
*La estructura veloz. Trayectorias estructurales a
propósito de la obra de Emilio Perez Piñero y Félix
candela.*
Churtichaga+Quadra-salcedo Arquitectos.
Enero 2005.

CRESPO RODRÍGUEZ, PILAR; BELLOD
THOMAS, JUAN LUIS; RUI-WAMBA MARTIJA,
JAVIER.
*Aplicaciones del pretensado en las estructuras
metálicas.*
Hormigón y Acero. Nº 196. 1995.

DÍAZ MORENO, CRISTINA; GARCÍA GRINDA,
EFRÉN.
Esqueletos. No sólo estabilidad, No sólo resistencia.
Revista Arquitectos. Nº185. Enero 2009.

ESCRIG, FELIX.

*Sistemas ligeros autotensados utilizados en la Expo
'92 de Sevilla.*
Hormigón y Acero nº186. 1º trimestre 1993.

ESCRIG, FELIX; VALCÁRCEL, JUAN PÉREZ.
La cúpula autotensada o el triunfo de la levitación.
Hormigón y Acero nº187. 2º trimestre 1993.

GARLOCK, MARIA M.; RICLES, JAMES M.;
SAUSE, RICHARD.
*Experimental Studies of Full-Scale Post tensioned
Steel Connections.*
Journal of Structural Engineering, Vol. 131, No. 3,
March 2005, pp. 438-448, M ASCE.

GÓMEZ JÁUREGUI, VALENTÍN.
*Tensegrity Structures and their Application to
Architecture.*
Tesis doctoral. School of Architecture
Queen's University Belfast
Date of submission: September 2004.

GRIGGS, FRANK.
*Wendel Bollman (1814-1884). A Self-Taught
Engineer.*
Structure Magazine.
February 2006.

HOENDERKAMP, J.C.D; BAKKER, M.C.M;
SNIJDER, H.H.
*Preliminary design of high-rise outrigger braced
shear wall structures on flexible foundations.*
Eindhoven University of Technology, Eindhoven,
The Netherlands.
THE STRUCTURAL DESIGN OF TALL AND
SPECIAL BUILDINGS 13, 73-87 (2004)
Published online in Wiley Interscience

HONGBO LIU, ZHIHUA CHEN, AND XIAODUN
WANG TIANJIN KEY
*Simulation of Pre-Stressing Construction of Suspend-
Dome Considering Sliding Friction Based Large
Curvature Assumption.*
2011 American Scientific Publishers.

HUNG-I WU; BOWMAN, MARK D.
*Examination of post-tensioned steel bridges in
Indiana.*
Joint Transportation Research Program, Indiana
Department of Transportation and Purdue University,
West Lafayette, Indiana, 2000.

SHI, KAIRONG; GUO, ZHENGXING.

Optimization research on stretching of steel roof with orbicular radialized prestressed beam string structure.

Dongnan Daxue Xuebao (Ziran Kexue Ban)/Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 35 (SUPPL.), pp. 55-60. 2005

KLAIBER, F. W.; DUNKER, K. F.; SANDERS Jr., W. W.

Feasibility study of strengthening existing single span steel beam concrete deck bridges.
Engineering Research Institute.
June 1981.

MARTÍN SAINZ, DIEGO.

El Guggenheim Museum de New York. Interpretación del papel de la estructura a través de la colaboración entre Frank Lloyd Wright y Jaroslav J. Polivka.

Tesis doctoral Departamento de Estructuras UPC-ETSAV 2012.

MARTÍNEZ CALZÓN, JULIO; GÓMEZ NAVARRO, MIGUEL.

Torre Espacio. La estructura del edificio.
Hormigón y Acero. Nº 249. Julio-Septiembre 2008.

MURAKAMI, HIDENORI.

Static and dynamic analyzes of tensegrity structures. Part I. Non linear equations of motion.
International Journal of Solids and Structures, Vol. 38, pp. 3599-3613.

MURAKAMI, HIDENORI.

Static and dynamic analyzes of tensegrity structures. Part II. Quasi-statics analysis.
International Journal of Solids and Structures, Vol. 38, pp. 3615-3629.

MUTTONI, AURELIO.

Brücken mit vorgespannter Stahl Unterspannung.
Stahlbau, Pág. 592-597, 2002.

OPPENHEIMER, I. J.; WILLIAM, W. O.

Vibration of an elastic tensegrity structure.
European Journal of Mechanics A/ Solids, Vol. 20, 1023-1031, 2001.

ROGERS, PAUL.

A prestressed Steel Space Frame.
AISC ENGINEERING JOURNAL.
Abril 1967.

RUI-WAMBA, JAVIER.

Pabellón de los descubrimientos, expo'92. Proyecto constructivo y co-dirección de obra, 1989-1991.
Fundación ESTEYCO.
<http://www.esteyco.es/fitxers/20062007150126.pdf>

SCHLAICH, MIKE

The Meseturm in Rostock- A tensegrity tower.
Journal of the international association for shell and spatial structures: IASS. pp. 93-98. 2004

TOCHACEK, MILOSLAV; GENE AMRHEIN, FRANCIS

Which Design Concept for Prestressed Steel?
AISC ENGINEERING JOURNAL.
Enero 1971.

TOCHÁČEK, M.A.; FERJENČÍKB, P.

Further stability problems of prestressed steel structures.
Journal of Constructional Steel Research, 22, 79-86
1992.

VIÑUELA RUEDA, LUIS; MARTÍNEZ SALCEDO, R JOSÉ.

Estructura metálica y fachadas tensadas del nuevo Edificio Terminal.
Hormigón y Acero. Nº 239. Primer trimestre 2006.

WANG, YEHUA; SHEN, ZUYAN; LI, YUANGI.

Experimental study of the mechanical properties of prestressed steel wire at elevated temperatures.
Structures in Fire Proceedings of the Sixth International Conference. pp. 711-718. 2010.

XERCAVINS I VALLS, ENRIC.

La prefabricación en edificios singulares.
Hormigón y Acero. Nº 235. 1º trimestre 2005.

YANG, HAIJUN; ZHANG, AILIN; YAO, LI.

Topology optimization design of prestressed steel structures with displacements constraints.
Yingyong Jichu yu Gongcheng Kexue
Xuebao/Journal of Basic Science and Engineering, 18 (4), pp. 599-608. 2010

YAO, LI; ZHANG, AI-LING; YANG, HAI-JUN
BIJING; GONGYE, DAXUE; XUEBAO.

Discretion variable optimization design of prestressed steel truss with stress constrains.
Journal of Beijing University of Technology. Issue 3.
p.p: 368-374. 2011.

CATÁLOGO BARRAS Y TIRANTES
ESTRUTURALES CTT.

<http://www.ctt-stronghold.com>.

CATÁLOGO FATOR. Ediciones Fator. Versión 2007.

CATÁLOGO GENERAL TYCSA. Trenzas y cables de acero, s.a. Tyrsa. 1º impresión.

Catálogo Jakob. Stainless Solutions, Basic 5.1.
<http://www.jakob.ch/974/>

PROGRAMAS INFORMÁTICOS, HOJAS DE CÁLCULO Y PÁGINAS WEB UTILIZADOS

<i>World.</i> Microsoft Office 2003,	http://translate.google.es/
<i>Excel.</i> Microsoft Office 2003.	http://www.wordreference.com/es/
<i>Power-Point.</i> Microsoft Office 2003.	http://www.softcatala.org/traductor
<i>Autocad 2002.</i> Autodesk.	<i>Wikipedia. La enciclopedia libre.</i>
<i>Robot Structural Analysis Professional 2009.</i>	http://es.wikipedia.org/wiki/Wikipedia:Portada
Autodesk.	<i>COMPENDEX, Engineering Village.</i>
<i>Visual Basic. Net.</i> Microsoft.	http://www.engineeringvillage2.org
<i>Lexicón ECCS.</i> Traductor de idiomas.	<i>Structural Gymnastics for the Olympics</i>
<i>LTBeam 1.0.10.</i> CTICM.	<i>Architectural Record, September 1988 By Darl Rastorfer</i>
	<i>Virtual Tensegrities V1.2 (xozzox)</i>

TRABAJOS DEL AUTOR

Costales Calvo, I. *Atando Cabos. Uniones atornilladas: comparativa CTE-EA95, 1ª parte.* Quaderns d'estructures, Desembre 2007, vol. -, núm. 29, p. 25-66.

Costales Calvo, I. *Atando Cabos. Uniones atornilladas: Comparativa CTE-EA95, 2º parte.* Quaderns d'estructures, Març 2008, vol. -, núm. 30, p. 6-74.

Costales Calvo, I. *Sede de Indra en el 22@ de Barcelona.* Infodomus. Enero 2008.

Brufau i Niubó, R; Costales Calvo, I. *Apuntes optativa Estructuras Metálica.* Temas 43, 44, 45, 47, 48 y 50. Coautor junto a Robert Brufau I Niubó. 2006-2007

Costales Calvo, I. *Hormigón 1999-2009.* Programa escrito en Visual Basic.

Costales Calvo, I. *Sección en T 2009.* Programa escrito en Visual Basic.

Costales Calvo, I. *Metálica 1999-2009.* Programa escrito en Visual Basic.

Costales Calvo, I. *Sección Hueca 1999-2009.* Programa escrito en Visual Basic.

Costales Calvo, I. *Garganta 1999-2009.* Programa escrito en Visual Basic.

Costales Calvo, I. *Diversas hojas de cálculo. PLACA, FINK, CMATRICIAL, METÁLICA.* Hojas de cálculo en Microsoft Excel.

Costales Calvo, I. *Aprender Autodesk Robot Millennium en 3 sesiones.* CURSOS DE FORMACIÓN BOMA.

CLASES Y PONENCIAS IMPARTIDAS

Conferencia sobre la estructura de la cúpula del centro lúdico Las Arenas. Estructuras de Madera. ACE, 2008.

Análisis i Calculo de estructuras con el Robot Millennium. Obras de BOMA, 2004. Exposición en la Associació de Calculistes d'Estructures.

Conferencia "Set Obres d'Arquitectura" en el C.O.A.C. de Lleida. 11 y 12 de Junio 2004, Club d'Arquitectura. Conferencia a cargo de Carles Jaen y Nacho Costales, Arquitectos, sobre su actividad profesional. Visita a siete obras emblemáticas junto a Robert Brufau i Niubó, Dr. Arquitecto, 2004.

Proceso Constructivo para la construcción del Forum 2004. Conferencia en la ACE, 2004.

Uniones Atornilladas. Conferencia sobre el CTE. Universidad de Ingenieros industriales de Barcelona. 2006.

Diccionario Técnico Inglés-Castellano, Castellano-Inglés.

DICCIONARIO INGLÉS CASTELLANO

Active fillers	Masillas activas
Aerials	Antenas
Air spun cables	Cables hilados en el aire (método constructivo)
Allowance	Tolerancia
Aluminium flake	Pintura de aluminio
Anchorage with wires and compound filled socket	Anclaje con alambres y casquillo relleno compuesto
Anchorage	Anclajes
Approach	Enfoque
Assessment	Evaluación
Attainment	Logro
Balcony	Graderías
Banister	Pasamanos
Bare strands	Tendones descubiertos
Bedding	Lechos
Bleeding	Sangrado
Bond	Enlace
Bracing	Arriostramiento
Bundle	Agrupaciones
Clamp	Abrazadera
Coated	Recubiertos
Coil	Bovina
Cold drawn	Trefilado en frío
Cold formed button heads	Cabezas conformadas en frío
Cold profiled	Laminado en frío
Composite	Estructuras mixtas
Conical socket with internal thread and tension rod	Terminal cónico con fileteado interno y tensión de varilla
Continuous hydrophobic materials	Materiales continuos hidrofóbicos
Conversely	Por el contrario
Core	Alma
Cushioned	Funda
Cushioned clamps	Abrazaderas enfundadas
Cutting to length	Corte a medida

Cylindrical socket	Terminal cilíndrico
Cylindrical socket with internal and external thread and nut	Terminal cilíndrico con rosca interna y externa y tuerca
Cylindrical socket with internal thread and tension rod	Terminal cilíndrico con rosca interna y varilla de tensión
Dampers	Amortiguadores
Deflective tensile strength	Resistencia a la tracción de desviación
Edge cables	Cables de borde
Eigenfrequencies	Frecuencias
Eigenmodes	Modos de vibración
Environmental stress cracking	Degradación ambiental
EQU (Equilibrium)	Estado de Equilibrio
Extrude	Extrudirse
Fabric membranes	Tejido arquitectónico
FAT (Fatigue)	Estado de Fatiga
Ferrules and ferrule securing	Casquillos y casquillos de seguridad
Finishing coats	Capas de acabado (pintado)
Frame	Pórtico
Fulfilment	Cumplimiento
Full-locked coil rope	Cordón cerrado completo
GEO (Ground)	Suelo
Girder	Viga maestra
Guard rails	Bandas de protección
Guide rails	Guías de raíles
Hand railing	Pasamanos
Hangers	Péndolas
HDPE	Polietileno de alta densidad
Invar (material)	Invar (material)
Joints	Uniones, empalmes
Lay length	Longitud de paso
Live end anchorage	Terminal directo
Locked coil stay ropes	Bovinas cerradas de cordones de cables

Marked to length	Marcar a medida
Moisture	Humedad
Noeprene pads	Pastillas de neopreno
Notional	Nominales
Open spelter socket	Terminal abierto de acero forjado
Ovalisation (francés)	Desgaste
Overlinear	No lineal
P E (polyethylene)	P E Polietileno
Parametric excitation	Excitación paramétrica
Postgrouted bond socket	Enlace casquillo post-inyectado de Grout
Precamber	Contraflecha preforma
Prestreched	Pre-estirado
Prime coats	Capas de imprimación (pintado)
Profiled	Laminada
Pylons	Torres de alta tensión
Quenched-tempered	Templado y revenido
Reel	Carrete
Rod iron	Varilla de hierro
Rope	Cordón
Saddles	Desviadores o Sillas de montar
Salt fog tests	Pruebas de niebla salada
Sealed	Sellado
Secant modulus	Módulo secante
Shaped wires	Alambres preformados
Sheath	Vaina
Sheathing	Enfundado
SLS	ELS
Smoke stacks	Pilas de humos (chimeneas)
Socketing	Terminal relleno con material fundido
Sockets	Terminales
Soft fillers	Masillas suaves
Spacer tie cables	Espaciador de los cables de atado
Span	Tramo
Spinning loss	Pérdida de hilado
Spiral strand rope	Cordón trenzado en espiral
Stay cable	Tirante
STR (Strength)	Estado de resistencia
Strain	Deformación
Strand	Tendón
Strand wire ropes	Cordones de tendones de alambre

Stranded	Trenzado
Strength	Resistencia
Stress	Tensión
Subsequently	Posteriormente
Surplus paste	Pasta excedente
Suspenders	Tirantes
Suspension bridges	Puentes en suspensión
Swaged fitting	Terminal ajustado
Swaged socket	Terminal prensados
Tension rod system	Sistema de varillas tensionadas
The creep cable	El sobrante del cable
The pouring cone	Cono de vertido
The severeness	Severidad rigurosidad
Thimble	Guardacabos
Threads	Fileteado
Tie-down	Atado amarrado
Tripping	Jaulas
Truss	Cercha
Turn-table	Mesa-torno
Twist or untwist cables	Enrolle o desenrolle los cables
U-bolt grip acc.	Abrazaderas en forma de U
U-bolt wire rope grips	Abrazadera estándar en U para tendones de alambres
ULS	ELU
Unreeling	Desenrollado
UV	Radiación ultravioleta (UV),
Void fillers	Rellenos huecos (protecciones huecas)
Vortex shedding	Generación de vórtices
Wake galloping	Estela del galope
Waterproofing	Estanqueidad, impermeabilización
Watertightness	Hermético (Estanqueidad por presión)
Wedges	Cuñas
Wedges	Cuñas
White blister	Burbujas blancas
Wire	Alambre
Wire rope	Cable
Wire rope end connectors	Terminales para cable
Wrap	Cerrado
Wrapping wire	Envoltorio del alambre
Zinc-aluminium eutectoid	Aluminato de zinc eutectoide

DICCIONARIO CASTELLANO INGLÉS

Abrazadera	Clamp
Abrazadera estándar en U para tendones de alambres	U-bolt wire rope grips
Abrazaderas en forma de U	U-bolt grip acc.
Abrazaderas enfundadas	Cushioned clamps
Agrupaciones	Bundle
Alambre	Wire
Alambres preformados	Shaped wires
Alma	Core
Aluminato de zinc eutectoide	Zinc-aluminium eutectoid
Amortiguadores	Dampers
Anclaje con alambres y casquillo relleno compuesto	Anchorage with wires and compound filled socket
Anclajes	Anchorage
Antenas	Aerials
Arriostramiento	Bracing
Atado amarrado	Tie-down
Bandas de protección	Guardrails
Bovina	Coil
Bovinas cerradas de cordones de cables	Locked coil stay ropes
Burbujas blancas	White blister
Cabezas conformadas en frío	Cold formed button heads
Cable	Wire rope
Cables de borde	Edge cables
Cables hilados en el aire (método constructivo)	Air spun cables
Capas de acabado (pintado)	Finishing coats
Capas de imprimación (pintado)	Prime coats
Carrete	Reel
Casquillos y casquillos de seguridad	Ferrules and ferrule securing
Cercha	Truss
Cerrado	Wrap
Cono de vertido	The pouring cone
Contraflecha preforma	Precamber
Cordón	Rope
Cordón cerrado completo	Full-locked coil rope

Cordón trenzado en espiral	Spiral strand rope
Cordones de tendones de alambre	Strand wire ropes
Corte a medida	Cutting to length
Cumplimiento	Fulfilment
Cuñas	Wedges
Cuñas	Wedges
Deformación	Strain
Degradación ambiental	Environmental stress cracking
Desenrollado	Unreeling
Desgaste	Ovalisation (francés)
Desviadores o Sillas de montar	Saddles
El sobrante del cable	The creep cable
ELS	SLS
ELU	ULS
Enfoque	Approach
Enfundado	Sheathing
Enlace	Bond
Enlace casquillo post-inyectado de Grout	Postgrouted bond socket
Enrolle o desenrolle los cables	Twist or untwist cables
Envoltorio del alambre	Wrapping wire
Espaciador de los cables de atado	Spacer tie cables
Estanqueidad, impermeabilización	Waterproofing
Estela del galope	Wake galloping
Estructuras mixtas	Composite
Evaluación	Assessment
Excitación paramétrica	Parametric excitation
Extrudirse	Extrude
Fileteado	Threads
Frecuencias	Eigenfrequencies
Funda	Cushioned
Generación de vórtices	Vortex shedding
Graderías	Balcony
Guardacabos	Thimble
Guías de raíles	Guide rails
Hermético (Estanqueidad por presión)	Watertightness

Humedad	Moisture
Invar (material)	Invar (material)
Jaulas	Tripping
Laminada	Profiled
Laminado en frío	Cold profiled
Lechos	Bedding
Logro	Attainment
Longitud de paso	Lay length
Marcar a medida	Marked to length
Masillas activas	Active fillers
Masillas suaves	Soft fillers
Materiales continuos hidrofóbicos	Continuous hydrophobic materials
Mesa-torno	Turn-table
Modos de vibración	Eigenmodes
Módulo secante	Secant modulus
Nominales	Notional
P E Polietileno	P E (polyethylene)
Pasamanos	Banister
Pasamanos	Hand railing
Pasta excedente	Surplus paste
Pastillas de neopreno	Noeprene pads
Péndolas	Hangers
Pérdida de hilado	Spinning loss
Pilas de humos (chimeneas)	Smoke stacks
Pintura de aluminio	Aluminium flake
Polietileno de alta densidad	HDPE
Por el contrario	Conversely
Pórtico	Frame
Posteriormente	Subsequently
Pre-estirado	Prestreched
Pruebas de niebla salada	Salt fog tests
Puentes en suspensión	Suspension bridges
Radiación ultravioleta (UV)	UV
Recubiertos	Coated
Rellenos huecos (protecciones huecas)	Void fillers
Resistencia	Strength
Resistencia a la tracción de desviación	Deflective tensile strength

Sangrado	Bleeding
Sellado	Sealed
Severidad rigurosidad	The severeness
Sistema de varillas tensionadas	Tension rod system
No lineal	Overlinear
Tejido arquitectónico	Fabric membranes
Templado y revenido	Quenched-tempered
Tendón	Strand
Tendones descubiertos	Bare strands
Tensión	Stress
Terminal abierto de acero forjado	Open spelter socket
Terminal ajustado	Swaged fitting
Terminal cilíndrico	Cylindrical socket
Terminal cilíndrico con rosca interna y externa y tuerca	Cylindrical socket with internal and external thread and nut
Terminal cilíndrico con rosca interna y varilla de tensión	Cylindrical socket with internal thread and tension rod
Terminal cónico con fileteado interno y tensión de varilla	Conical socket with internal thread and tension rod
Terminal directo	Live end anchorage
Terminal prensados	Swaged socket
Terminal relleno con material fundido	Socketing
Terminales	Sockets
Terminales para cable	Wire rope end connectors
Tirante	Stay cable
Tirantes	Suspenders
Tolerancia	Allowance
Torres de alta tensión	Pylons
Tramo	Span
Trefilado en frío	Cold drawn
Trenzado	Stranded
Uniones, empalmes	Joints
Vaina	Sheath
Varilla de hierro	Rod iron
Viga maestra	Girder

“...Queridos jóvenes, no creáis a los que os digan que he logrado una carrera excepcional porque contaba con sobresalientes dotes de inteligencia, pues no es verdad. Sólo es una excusa que se procuran los perezosos y los blandos. Para hacer lo que he hecho no he necesitado, en ningún momento, una inteligencia excepcional...”

...Ciertamente, he necesitado paciencia, perseverancia y una probidad técnica total para llevar a cabo mis ideas. Quizás, de haber contado con esas dotes intelectuales que tan generosamente suelen aburrirme, habría alcanzado mis objetivos con menos esfuerzo...

...Pero estas virtudes nada tienen que ver con la ciencia ni con la inteligencia, que sólo son herramientas sin ninguna fuerza creadora propia. Una única virtud posee tal fuerza: el amor; pero no un amor ocasional o de pacotilla, sino un amor sin límites por una tarea a la que se entrega la vida entera, sin límites ni reservas...

...Creedme jóvenes, si queréis elevaros por encima de vosotros mismos y de los demás, la manera más segura de conseguirlo consiste en amar vuestro oficio sobre todo y entregaros a él por completo. Este amor os dará la fuerza para vencer el cansancio, la abulia, las tentaciones de la vanidad, de la codicia y hasta del miedo.”

Eugène Freyssinet. “Mi vida, nacimiento del hormigón pretensado”
Conferencia pronunciada por Eugène, el día de su jubileo científico,
21 de Mayo de 1954.



EUROPEAN STANDARD

13 February 2003

UDC
Descriptors:
English version

Eurocode 3 : Design of steel structures

Part 1.11: Design of structures with tension components.

European Committee for Standardisation
© 20xx Copyright reserved to all CEN members Ref. No. EN 1993-1.11 : 20xx. E
Final draft

- 1.1 Scope 5
- 1.2 Normative references 6
- 1.3 Terms and definitions 7
- 1.4 Symbols 8
- 2.1 General 9
- 2.2 Requirements 9
- 2.3 Actions 10
- 2.3.1 Selfweight of tensile components 10
- 2.3.2 Wind actions 11
- 2.3.3 Ice loads 11
- 2.3.4 Thermal actions 11
- 2.3.5 Prestressing 11
- 2.3.6 Rope removal and replacement 11
- 2.3.7 Fatigue loads 12

- 2.4 Design situations and partial factors 12
- 2.4.1 Transient design situation during the construction phase 12
- 2.4.2 Persisting design situations during service 12

- 3.1 Strength of steels and wires 12
- 3.2 Modulus of elasticity 13
- 3.2.1 Tension rod systems (Group A) 13
- 3.2.2 Ropes (Group B) 13
- 3.2.3 Bundles of parallel wires or strands (Group C) 14
- 3.3 Thermal expansion coefficient 14
- 3.4 Cutting to length of tension components Group B 15

ESTANDARD Europeo

13 de febrero de 2003

UDC
Descriptores:
Traducción académica personal a castellano, por Nacho Costales.
No publicar ni distribuir el documento impreso o el archivo digital.
En fondo gris, cambios del EN 1993-1-11:2006/AC

Eurocódigo 3: Diseño de estructuras de acero

Parte 1.11: Diseño de estructuras con componentes en tensión.

Comité Europeo de normalización
© Copyright 20xx reservado a todos los miembros CEN Nº de ref. EN 1993-1.11: 20xx. E
Borrador final

- 1.1 Alcance 5
- 1.2 Referencias normativas 6
- 1.3 Términos y definiciones 7
- 1.4 Notaciones 8
- 2.1 General 9
- 2.2 Requisitos 9
- 2.3 Acciones 10
- 2.3.1 Peso propio de los elementos en tracción 10
- 2.3.2 Acciones del viento 11
- 2.3.3 Cargas de hielo 11
- 2.3.4 Acciones Térmicas 11
- 2.3.5 Pretensado 11
- 2.3.6 Eliminación y sustitución de los cordones 11
- 2.3.7 Cargas de fatiga 12

- 2.4 Situaciones de diseño y factores parciales 12
- 2.4.1 Situación de diseño transitoria durante la fase de construcción 12
- 2.4.2 Situaciones persistentes de diseño durante el servicio 12

- 3.1 Resistencia de aceros y cables 12
- 3.2 Módulo de elasticidad 13
- 3.2.1 Sistemas de varillas tensionadas (grupo A) 13
- 3.2.2 Cordones (Grupo B) 13
- 3.2.3 Agrupaciones de cables paralelos o tendones (Grupo C) 14
- 3.3 Coeficiente de dilatación térmica 14
- 3.4 Corte a longitud de componentes de tensión Grupo B 15

3.5 Lengths and fabrication tolerances 15	3,5 Longitudes y tolerancias de fabricación 15
3.6 Friction coefficients 15	3.6 Coeficientes de fricción 15
4.1 General 15	4.1 General 15
4.2 Corrosion protection of each individual wire 16	4.2 Protección contra la corrosión de de cada alambre 16
4.3 Corrosion protection of the rope / strand / cable interior 16	4.3 Protección contra la corrosión de los cordones / tendones / cable interior 16
4.4 Corrosion protection of the surface of single strands, cables or ropes and components 16	4.4 Protección contra la corrosión de de la superficie de tendones sencillos, cables o cordones y sus componentes 16
4.5 Corrosion protection of bundles of parallel wires or bundles of parallel strands 17	4.5 Protección contra la corrosión de los paquetes de cables paralelos o agrupaciones paralelas de tendones 17
4.6 Corrosion protection measures directly at the structure 17	4.6 Medidas directas de protección de la corrosión en la estructura 17
5.1 General 17	5.1 General 17
5.2 Transient design situations during the construction phase 17	5.2 Situaciones de diseño transitorias durante la fase de construcción 17
5.3 Persistent design situation during service 18	5.3 Situación persistente de diseño durante el servicio 18
5.4 Nonlinear effects from deformations 18	5.4 Efectos no lineales de las deformaciones 18
5.4.1 General 18	5.4.1 General 18
5.4.2 Catenary effects 18	5.4.2 Efectos de la catenaria 18
5.4.3 Effects of deformations on the structure 18	5.4.3 Efectos de deformaciones en la estructura 18
6.1 Tension rod systems 19	6.1 Sistemas de varillas tensionadas 19
6.2 Ropes and prestressing bars 19	6.2 Cordones y pretensado de barras 19
6.3 Saddles 21	6.3 Desviadores 21
6.3.1 Geometrical conditions 21	6.3.1 Condiciones geométricas 21
6.3.2 Slipping of cables round saddles 21	6.3.2 Deslizamiento en los desviadores de los cables 21
6.3.3 Transverse pressure 22	6.3.3 Presión transversal 22
6.3.4 Design of saddles 23	6.3.4 Diseño de desviadores 23
6.4 Clamps 23	6.4 Abrazaderas 23
6.4.1 Slipping of clamps 23	6.4.1 Deslizamiento en las abrazaderas 23
6.4.2 Transverse pressure 23	6.4.2 Presión transversal 23
6.4.3 Design of clamps 23	6.4.3 Diseño de abrazaderas 23
7.1 Serviceability criteria 24	7.1 Criterios de capacidad de servicio 24
7.2 Recommendations for stress limits 24	7.2 Recomendaciones para los límites de tensión 24
8.1 General 25	8.1 General 25
8.2 Measures to limit vibrations of cables 26	8.2 Medidas para limitar las vibraciones de los cables 26
8.3 Estimation of risks 26	8.3 Estimación de riesgos 26
9.1 General 27	9.1 General 27
9.2 Fluctuating axial loads 27	9.2 Fluctuación de las cargas axiales 27
A.1 Scope 28	A.1 Alcance 28
A.2 Basic requirements 28	A.2 Requisitos básicos 28
A.3 Materials 29	A.3 Materiales 29

- A.4 Requirements for tests 29
- A.4.1 General 29
- A.4.2 Main tension elements 30
- A.4.3 Strands and complete cables 30
- A.4.4 Coefficient of friction 30
- A.4.5 Corrosion protection 30

- C.1 Products Group A 32
- C.2 Products Group B 33
- C.3 Wire rope end connectors 34
- C.4 Product Group C 35

1 General.

1.1 Scope.

- (1) This Part 11 of prEN1993-1 gives design rules for structures with tension components made of steel which due to their connections with the structure are adjustable and replaceable.

NOTE: Due to the requirement of adjustability and replaceability such tension components are mostly prefabricated products delivered to site and installed into the structure as a whole.

Tension components that are not adjustable or replaceable, e.g. air spun cables of suspension bridges, are outside the scope of this part though rules of this part may be applicable.

- (2) This part also gives rules for determining the technical requirements for prefabricated tension components for a structure and for assessing their safety, serviceability and durability.

- (3) This part deals with tension components as given in Table 1.1.

Group	Main tensile element	Component
A	Rod (bar)	Tension rod (bar) system, prestressing bar
	Circular wire	Spiral strand rope
	Circular and Z-wires	Full-locked coil rope
B	Circular wire and stranded wire	Strand rope
	Circular wire	Parallel wire strand (PWS)
	Seven wire (prestressing) strand	Bundle of parallel wires (air span)
C		Bundle of parallel strands

NOTE 1 Group A products comprising tension rod systems and bars in general have a single solid round cross section connected to end terminations by threads. They are mainly used as:

- A.4 Requisitos para las pruebas 29
- A.4.1 General 29
- A.4.2 Tensión principal de los elementos 30
- A.4.3 Cordones y cables completos 30
- A.4.4 Coeficiente de fricción 30
- A.4.5 Protección contra la corrosión 30

- C.1 Productos Grupo A 32
- C.2 Productos Grupo B 33
- C.3 Terminales para cordones de alambres 34
- C.4 Productos Grupo C 35

1 General.

1.1 Enfoque.

- (1) Esta parte 11 del prEN1993-1 se definen las reglas de diseño para las estructuras hechas con componentes en tensión de acero, que debido a sus conexiones con la estructura son ajustables y reemplazables.

NOTA: Debido a la exigencia de la capacidad de ajuste y a la posibilidad de reemplazo que tienen los componentes de tensión, hace que generalmente sean productos prefabricados que se entregan “in-situ”, y son instalados en la estructura como un todo.

Los componentes de tensión que no son ajustables o reemplazables, por ejemplo los cables hilados en el aire para puentes colgantes, aunque estén fuera del alcance de esta parte de la norma, sus reglas pueden ser aplicadas.

- (2) Esta parte también define las reglas para la determinación de los requisitos técnicos para la tensión de los componentes prefabricados para una estructura y para evaluar su seguridad, su capacidad de servicio y su durabilidad.

- (3) Esta parte trata con componentes de tensión tal como se indica en la tabla 1.1.

Grupo	Elemento principal de tracción	Componente
A	Varilla (barra)	Sistema de tensión varilla (barra), barra pretensada
	Alambre circular	Cordón trenzado en espiral
	Circular y cables-Z	Cordón cerrado completo
B	Alambre circular y alambres trenzados.	Cordones trenzados
	Alambre circular	Tendón de alambres paralelos (PWS)
	Alambre circular	Agrupaciones de cables paralelos (hilados en el aire)
C	Tendón de siete alambres (pretensado)	Agrupaciones de tendones paralelos

NOTA 1 Los productos del Grupo A lo componen los sistemas de varillas tensionadas y las barras que, generalmente, tienen un único sólido transversal conectado con terminales roscados. Se utilizan principalmente como:

- bracings for roofs, walls, girders
- stays for roof elements, pylons
- incline tensioning for steel-wooden truss and steel structures, space frames

NOTE 2 Group B products comprising spiral strand, ropes, full locked coil ropes and strand ropes are composed of wires which are anchored in sockets or other end terminations.

- Spiral strand ropes are mainly used as
- stay cables for aerials, smoke stacks, masts and bridges
 - carrying cables and edge cables for light weight structures
 - hangers or suspenders for suspension bridges
 - stabilizing cables for cable nets and wood and steel trusses
 - hand-rail cables for banisters, balconies, bridge rails and guardrails
- They are fabricated mainly in the diameter range of 5 mm to ~160 mm.

- Full locked coil ropes are mainly used as
- stay cables, suspension cables and hangers for bridge construction
 - suspension cables and stabilizing cables in cable trusses
 - edge cables for cable nets
 - stay cables for pylons, masts, aerials
- They are fabricated in the diameter range of 20 to ~180 mm.

- Structural wire ropes are mainly used as
- stay cables for masts, aerials
 - hangers for suspension bridges
 - damper / spacer tie cables between stay cables
 - edge cables for fabric membranes
 - rail cables for banister, balcony, bridge and guide rails.

NOTE 3 For Group B see EN 12385-2.

NOTE 4 Group C products comprising bundles of parallel wires and bundles of parallel strands need individual or collective anchoring and individual or collective protection.

Bundles of parallel wires are mainly used as stay cables, main cables for suspension bridges and external tendons.
Bundles of parallel strands are mainly used as stay cables or external tendons for concrete, composite and steel bridges.

- (4) The types of termination dealt with in this part for Group B and C products are
- metal and resin socketing, see EN 13411-4
 - socketing with cement grout
 - ferrules and ferrule securing, see EN 13411-3

- arriostramientos para techos, paredes, vigas
- tirantes para elementos de techo, torres de alta tensión
- tensado inclinado para cerchas de madera-acero y para estructuras de acero, entramados espaciales

NOTA 2 Los productos del Grupo B lo componen tendones en espiral, cordones, cordones cerrados completos y los tendones que están compuestos por cables anclados por casquillos u otro tipo de terminaciones.

- Los cordones trenzados en espiral se utilizan principalmente como
- tirantes para antenas, pilas de humos (chimeneas de hormigón), mástiles y puentes
 - cables portadores y cables de borde para estructuras ligeras
 - péndolas o tirantes para puentes colgantes
 - cables de estabilización para redes de cables y madera y celosías de acero
 - cables para barandillas, balcones, rieles de puente y bandas de protección.
- Están fabricados principalmente en el rango de diámetro de 5 mm a ~ 160 mm.

- Los cordones cerrados completos se utilizan principalmente como
- tirantes, cables de suspensión y péndolas para construcción de puentes
 - cables de suspensión y cables estabilizadores en cerchas de cables
 - cables de borde para redes de cable
 - tirantes para las torres de alta tensión, mástiles, antenas
- Están fabricados en el rango de diámetro de 20 a ~ 180 mm.

- Los cordones de alambres estructurales se usan principalmente como
- cables para mástiles, antenas
 - péndolas para puentes colgantes
 - amortiguador / espaciador de atado de los cables entre los tirantes
 - cables de borde para tejidos arquitectónicos
 - cables de ferrocarril para pasamanos, graderías, puente y guías de raíles.

NOTA 3 Para el Grupo B consulte EN 12385-2.

NOTA 4 Los productos de Grupo C lo componen las agrupaciones de alambres paralelos y las agrupaciones de tendones paralelos que necesitan protección individual o colectiva.

Las agrupaciones de alambres paralelos se utilizan principalmente como tirantes, cables principales para puentes colgantes y tendones exteriores.
Las agrupaciones de tendones paralelos se utilizan principalmente como tirantes o tendones externos para puentes de hormigón, puentes mixtos y puentes de acero.

- (4) Los tipos de terminaciones que se tratan en esta parte para los productos de Grupo B y C son
- terminales rellenos de metal y resina, consulte EN 13411-4
 - terminales rellenos con cemento grout
 - casquillos y casquillos de seguridad, consulte EN 13411-3

- terminales prensados y terminales ajustados
- abrazadera estándar en U para tendones de alambres, consulte EN 13411-5
- anclaje para agrupaciones con cuñas, cabezas conformadas en frío para alambres y tuercas para barras.

NOTA Para la terminología consulte 1.3 y Anexo C.

(1) Esta norma Europea incorpora mediante referencias fechadas y no fechadas, provisiones de otras publicaciones. Estas referencias normativas son citadas en los lugares apropiados en el texto y las publicaciones se enumeran más adelante. Para las referencias fechadas, sus modificaciones posteriores o revisiones de cualquiera de estas publicaciones, se aplican a esta norma Europea sólo cuando se incorporen en la misma, modificaciones o revisiones. Para referencias sin fechas, se aplica la última edición de la publicación mencionada (enmiendas incluidas).

1.2 Referencias Normativas

NOTA Los Eurocódigos fueron publicadas como estándares previos Europeos. Las siguientes normas europeas que se publiquen o que están en preparación, se citan en las cláusulas normativas:

EN 10138 Aceros para Pretensado
Parte 1 Requisitos generales
Parte 2 Alambres
Parte 3 Tendones
Parte 4 Barras

EN 10244 Alambres de acero y productos de alambres – Metales no ferrosos recubiertos con alambres de acero
Parte 1 Requisitos generales
Parte 2 Recubrimientos de zinc y de aleación de zinc
Parte 3 Recubrimientos de aluminio

EN 10264 Alambres de acero y productos de alambre – Alambres de acero para cuerdas
Parte 1 Requisitos generales
Parte 2 Trefilado en frío de acero no aleado de alambre de acero para cuerdas para aplicaciones generales.
Parte 3 Alambre de acero no aleado, trefilado en frío y laminado en frío para aplicaciones de alta tensión
Parte 4 Cables de acero inoxidable

EN 12385 Cordones de alambre de acero – seguridad
Parte 1 Requisitos generales
Parte 2 Definiciones, designación y clasificación
Parte 3 Información del uso y mantenimiento
Parte 4 Cordones trenzados para aplicaciones generales de elevación

- swaged sockets and swaged fitting
- U-bolt wire rope grips, see EN 13411-5
- anchoring for bundles with wedges, cold formed button heads for wires and nuts for bars.

NOTE For terminology see 1.3 and Annex C.

(1) This European Standard incorporates by dated and undated reference provisions from other publications. These normative references are cited at the appropriate places in the text and the publications are listed hereafter. For dated references, subsequent amendments to or revisions of any of these publications apply to this European Standard only when incorporated in it by amendment or revision. For undated references the latest edition of the publication referred to applies (including amendments).

1.2 Normative references

NOTE The Eurocodes were published as European Prestandards. The following European Standards which are published or in preparation are cited in normative clauses:

EN 10138 Prestressing steels
Part 1 General requirements
Part 2 Wire
Part 3 Strand
Part 4 Bars

EN 10244 Steel wire and wire products – Non-ferrous metallic coatings on steel wire
Part 1 General requirements
Part 2 Zinc and zinc alloy coatings
Part 3 Aluminium coatings

EN 10264 Steel wire and wire products – Steel wire for ropes
Part 1 General requirements
Part 2 Cold drawn non alloyed steel wire for ropes for general applications
Part 3 Cold drawn and cold profiled non alloyed steel wire for high tensile applications
Part 4 Stainless steel wires

EN 12385 Steel wire ropes – safety
Part 1 General requirements
Part 2 Definitions, designation and classification
Part 3 Information for use and maintenance
Part 4 Stranded ropes for general lifting applications

Part 10 Spiral ropes for general structural applications	Parte 10 Cordones es espiral para aplicaciones estructurales en general
EN 13411 Terminations for steel wire ropes – safety	EN 13411 terminación para cordones de alambres – seguridad
Part 3 Ferrules and ferrule-securing	Parte 3 Casquillos y casquillos de seguridad
Part 4 Metal and resin socketing	Parte 4 Conexiones rellenas con metal y resina
Part 5 U-bolt wire rope grips	Parte 5 Abrazaderas estándares en U para cordones de alambres
1.3 Terms and definitions	1.3 Términos y definiciones
(1) For the purpose of this European Standard the following definitions apply.	(1) A los efectos de esta norma Europea se aplicarán las siguientes definiciones.
1.3.1 Strand an element of rope normally consisting of an assembly of wires of appropriate shape and dimensions laid helically in the same or opposite direction in one or more layers around a centre	1.3.1 Cordón es un elemento de cuerdas enrolladas que consisten normalmente en un conjunto de alambres de forma y dimensiones adecuadas que se enrollan helicoidalmente en la misma o en dirección opuesta, en una o más capas alrededor de un centro.
1.3.2 Stranded rope an assembly of several strands laid helically in one or more layers around a core (single layer rope) or centre (rotation-resistant or parallel-closed rope)	1.3.2 Cordones trenzados un conjunto de varios tendones arrolladas helicoidalmente en una o más capas alrededor de un centro o núcleo (cordón de una sola capa) o central (cordón resistente a la rotación o cuerda cerrada en paralelo)
1.3.3 Spiral rope an assembly of at least two layers of wires laid helically over a centre, usually around a wire	1.3.3 Cordón en espiral una ensamblaje de por lo menos dos capas de alambres enrollados helicoidalmente sobre un centro, normalmente alrededor de un alambre
1.3.4 Spiral strand rope spiral rope comprising only round wires	1.3.4 Cordón trenzado espiral cordón en espiral que comprende una sólo ronda de cables
1.3.5 Full-locked coil rope spiral rope having an outer layer of full lock (Z-shaped) wires	1.3.5 Cordón cerrado completo cordón en espiral que tiene una capa externa de cables de bloqueo completo (en forma de Z)
1.3.6 Fill factor f the ratio of the sum of the nominal metallic cross sectional areas of all the wires in a rope (A) and the circumscribed area (A _c) of the rope based on its nominal diameter (d)	1.3.6 Factor de relleno f la proporción de la suma de las secciones nominales metálicas seccionadas de todos los cables en un cordón (A) y el área circunscrita (A _c) del cordón basada en su diámetro nominal (d)
1.3.7 Spinning loss factor k reduction factor for rope construction included in the breaking force factor K	1.3.7 Factor de Pérdida de enrollado k factor de reducción para la construcción de cordones incluido en el factor de fuerza de rotura K

1.3.8

Breaking force factor (K)

an empirical factor used in the determination of minimum breaking force of a rope and obtained from the product of fill factor (f) for the rope class or construction, spinning loss factor (k) for the rope class or construction and the constant $\pi/4$

$$K = \frac{\pi \cdot f \cdot k}{4}$$

NOTE K-factors for the more common rope classes and constructions are given in the appropriate part of EN 12385.

1.3.9

Minimum breaking force (F_{min})

specified value in kN, below which the measured breaking force (F_{min}) is not allowed to fall in a prescribed breaking force test and normally obtained by calculation from the product of the square of the nominal diameter (d) [mm], the rope grade (R_r) [N/mm²] and the breaking force factor (K)

$$F_{min} = \frac{d^2 \cdot R_r \cdot K}{1000}$$

1.3.10

Rope Grade (R_r)

a level of requirement of breaking force which is designated by a number (e.g. 1770 [N/mm²], 1960 [N/mm²])

NOTE This does not imply that the actual tensile strength grades of the wires in the rope are necessarily of this grade.

1.3.11

Unit weight (w)

value of self weight of rope (w) [kN/(m mm²)] related to the metallic cross section (A_m) [mm²] and the unit length [m] taking account of the weight densities of steel and the corrosion protection system

1.3.12

cable

main tension component in a structure (e.g. a stay cable bridge) which may consist of a rope, strand or bundles of parallel wires or strands

1.4 Symbols

(1) For the purpose of this standard the following symbols apply.
Draft note: Will be added later.

1.3.8

Factor de fuerza de rotura (K)

un factor empírico utilizado en la determinación de la fuerza mínima de rotura de un cordón y que está obtenida por el producto de factor de relleno (f) para la clase de cordón o construcción, factor de pérdida de enrollado (k) para la clase o construcción del cordón y la constante $\pi/4$

$$K = \frac{\pi \cdot f \cdot k}{4}$$

NOTA Los factores K para las clases de cordón y para las construcciones más comunes, se dan en la parte apropiada de EN 12385.

1.3.9

Mínima fuerza de rotura (F_{min})

valor especificado en kN, por debajo de la cual la fuerza de rotura medida (F_{min}) no está permitida a caer, en una prueba de fuerza de rotura prescrita y que normalmente está obtenida por el cálculo desde el producto del cuadrado del diámetro nominal (d) [mm], el grado del cordón (R_r) [N/mm²] y el factor de resistencia de rotura (K)

$$F_{min} = \frac{d^2 \cdot R_r \cdot K}{1000}$$

1.3.10

Grado del Cordón (R_r)

un nivel de exigencia para la fuerza de rotura, que es designado por un número (por ejemplo, 1770 [N/mm²], 1960 [N/mm²])

NOTA Esto no implica que los grados de resistencia a tracción actuales de los alambres del cordón, sean necesariamente de este grado.

1.3.11

Peso unitario (w)

valor del peso propio del cordón (w) [kN/(m mm²)] relacionados con la sección transversal metálica (A_m) [mm²] y la unidad de longitud [m] teniendo en cuenta las densidades de peso de acero y el sistema de protección de la corrosión

1.3.12

cable

componente principal tensión en una estructura (por ejemplo, un puente atirantado) que puede consistir en un cordón, tendón o paquetes de alambres paralelos o tendones

1.4 Notaciones

(1) A los efectos de esta norma se aplican los siguientes símbolos.
NOTA borrador: Se agregarán más tarde.

2 Basis of Design

2.1 General

- (1) The design of structures with tensile components shall be in accordance with the general rules given in EN 1990.
- (2) The supplementary provisions for tensile components given in this chapter should be applied.
- (3) As durability is a main concern for the design of tension components the following distinction according to exposure classes may be applied:

fatigue action	Corrosion action	
	not exposed to external climate	Exposed to external climate (rain)
no significant fatigue action	Class 1	Class 2
mainly axial fatigue action	Class 3	Class 4
axial and lateral fatigue actions (wind and rain)	--	Class 5

- (4) It is assumed that the connections of tensile components to the structure are such that the components are replaceable and adjustable.

2.2 Requirements

- (1) The following limit states should be considered in choosing tensile components:

1. ULS: Fracture of the component by reaching the design tension resistance taking account of durability, see section 6.

NOTE: The design tension resistance is determined from testing including durability provisions.

2. SLS: Limitation of stress levels and strain levels in the component for controlling the durability behaviour, see section 7.

NOTE Because of the dominant durability aspect serviceability checks may be relevant and may cover ULS-verifications.

3. Fatigue: Limitation of stress ranges from axial load fluctuations as well as oscillations from wind or wind-rain, see sections 8 and 9.

NOTE Due to the model uncertainties concerning the excitement mechanisms and the fatigue resistance of cables the fatigue check also presupposes a SLS-check, see section 7.

- (2) Depending on the type and system of the structure, and the effects of possible detension of a tensile component below a minimum stress (e.g. uncontrolled stability or fatigue or damages to structural or non structural parts), the tensile components are mostly preloaded by deformations

2 Base de diseño

2.1 General

- (1) El diseño de estructuras con componentes de tracción será de conformidad con las reglas generales dadas en EN 1990.
- (2) Las disposiciones complementarias para componentes de tracción dadas en este capítulo, deben ser aplicadas.
- (3) Como la durabilidad es una preocupación principal para el diseño de componentes de tensión, se puede aplicar la siguiente distinción según a las clases de la exposición:

acción de fatiga	Acción de la corrosión	
	no expuesto a clima externo	Expuesto a clima externo (lluvia)
ninguna acción de fatiga significativa	Clase 1	Clase 2
principalmente acción de fatiga axial	Clase 3	Clase 4
acciones de fatiga axial y lateral (viento o viento y lluvia)	--	Clase 5

- (4) Se supone que las conexiones de los componentes de tracción a la estructura son reemplazables y ajustables.

2.2 Requisitos

- (1) Los siguientes Estados límite deben considerarse en la elección de componentes de tracción:

1. ELU: Fractura del componente para llegar a la resistencia de tensión de diseño habida cuenta de la durabilidad, consulte la sección 6.

NOTA: La resistencia de tensión de diseño se determina a partir de pruebas incluyendo las disposiciones de la durabilidad.

2. ELS: La limitación de los niveles de tensión y los niveles de deformación en el componente para controlar el comportamiento de durabilidad, consulte la sección 7.

NOTA Debido a la capacidad de servicio de aspecto dominante durabilidad, los controles pueden ser relevantes y pueden cubrir verificaciones de ELU.

3. Fatiga: Limitación de rangos de tensión de las fluctuaciones de carga axial, así como de oscilaciones del viento o de lluvia-viento, consulte las secciones 8 y 9.

NOTA Debido a las incertidumbres del modelo relativas a los mecanismos de excitación y a la resistencia a la fatiga de los cables, la comprobación de la fatiga también presupone una comprobación de ELS, consulte la sección 7.

- (2) Dependiendo del tipo y del sistema de la estructura, y los efectos de la posible destensado de un componente de tracción por debajo de una tensión mínima (p. ej. estabilidad incontrolada o fatiga o daños a las partes estructurales o no estructurales), los componentes de tracción están

imposed to the structure (prestressing).

As a consequence the permanent actions are composed of actions from gravity loads "G" and prestress "P", that shall be considered as a single permanent action "G+P" to which the relevant partial factors γ_{ci} should be applied, see section 5.

NOTE For other materials and ways of construction other rules for combination of "G" and "P" may apply.

(3) Any attachments to prefabricated tensile components as saddles or clamps shall be designed for ultimate limit states and serviceability limit states using the hypothetical occurrence of breaking strength or proof strength of cables as actions, see section 6. For fatigue see EN 1993-1-9

NOTE Fatigue action on the ropes is controlled by the minimum radius in the saddle or anchorage area.

2.3 Actions

2.3.1 Self weight of tensile components

(1) The characteristic value of self weight of tensile components and their attachments shall be determined from the cross-sectional make up and the density of the materials unless data are given in the relevant part of EN 12385.

(2) For ~~spiral strands, locked coil strands or structural wire ropes~~ spiral strand ropes, fully locked coil ropes or circular wire strand ropes the following approximate expression for the nominal self weight g_k may be used:

$$g_k = w \cdot A_m \quad (2.1)$$

where A_m is the metallic cross-section in mm^2
 w [$\text{kN}/(\text{m mm}^2)$] is the unit weight that takes the weight densities of steel and of the corrosion protection system into account, see Table 2.2

(3) A_m may be determined from

$$A_m = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot f$$

Where:

d is the external diameter of rope or strand, including sheathing for corrosion protection if used
 f is the fill-factor, see Table 2.2

precargados en su mayoría por deformaciones impuestas a la estructura (pretensado).

Como consecuencia las acciones permanentes están compuestas por las acciones de cargas de gravedad "G" y de pretensado "P", que se considerarán como una única acción permanente "G+P" para los factores pertinentes parciales γ_{Gi} que deben aplicarse, consulte la sección 5.

NOTA Para otros materiales y para otras formas de construcción, pueden aplicarse otras reglas para la combinación de "G" y "P".

(3) Cualquier añadido a los componentes prefabricados de tensión, como desviadores o abrazaderas, se diseñarán para los estados límites últimos y estados límite de servicio, mediante el hipotético suceso de tensión de rotura o de la prueba de tensión de los cables como acciones, consulte la sección 6. Para la fatiga consulte EN 1993-1-9

NOTA La acción de fatiga en los cordones es controlada por el radio mínimo en el desviador o el área del anclaje.

2.3 Acciones

2.3.1 Peso propio de los componentes de tracción

(1) El valor característico del peso propio de los componentes de tracción y sus añadidos se determinará desde su sección transversal y la densidad de los materiales a excepción de los datos se dan en la parte pertinente del EN 12385.

(2) Para tendones de cordones en espiral, cordones cerrados completos o tendones de cordones de alambres circulares, se puede utilizar la siguiente expresión aproximada para calcular el peso propio g_k :

$$g_k = w \cdot A_m \quad (2.1)$$

donde A_m es el área de la sección transversal metálica en mm^2
 w [$\text{kN}/(\text{m mm}^2)$] es el peso unitario que considera las densidades de peso del acero y del sistema de protección de corrosión considerada, consulte la tabla 2.2

(3) A_m puede determinarse a partir de

$$A_m = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot f$$

Donde:

d es el diámetro externo de cordón o tendón, incluyendo el revestimiento de protección contra la corrosión si se utiliza
 f es el factor de relleno, consulte la tabla 2.2

		Factor de relleno f						peso unitario w·10 ⁻⁴ kN/ m·mm ²
		Cables del núcleo + 1 Capa de alambres- z	Cables del núcleo + 2 Capas de alambres-z	Cables del núcleo + ≥2 Capas de alambres-z				
				Número de capas de alambre alrededor del núcleo de alambre				
		1	2	3-6	>6			
1	Cordones trenzados en espiral		0,77	0,76	0,75	0,73		
2	Cordones cerrados completos	0,81		0,84	0,88			0,83
3	Tendones de cordones de alambre con CWR	0,56						0,93

(4) Para cordones de alambres paralelos o tendones de cordones paralelos puede determinarse la sección transversal metálica mediante

$$A_m = n \cdot a_m (2.3)$$

donde n es el número de alambres idénticos o tendones de los cuáles se constituye el cordón.

a_m es la sección transversal de un alambre (derivado de su diámetro) o un tendón (pretensado) (derivado de la norma adecuada)

(5) Para el Grupo de componentes de tensión C, debe determinarse el peso propio desde el peso de acero de cables individuales o tendones y el peso de la protección contra la corrosión (HDPE (polietileno de alta densidad), cera, etc..)

2.3.2 Acciones de viento

- (1) Los efectos de viento que se tienen en cuenta, incluirán:
- los efectos estáticos del viento de arrastre de los cables, consulte EN 1991-1-4, incluyendo desviaciones y el posible resultado de los efectos de flexión cerca de los extremos del cable.
 - excitación aerodinámica y otras excitaciones debidas a posibles oscilaciones de los cables, consulte la sección 8.

2.3.3 Cargas de hielo

- (1) Para la carga de hielo véase anexo B EN 1993-3-1.

		Fill factor f					unit weight $w \cdot 10^{-4}$ kN/ m·mm ²		
		Core wires + 1 layer z- wires	Core wires + 2 layer z- wires	Core wires + >2 layer z- wires	Number of wire layers around core wire				
					1	2		3-6	>6
1	Spiral strand ropes				0,77	0,76	0,75	0,73	0,83
2	Full locked coil ropes	0,81	0,84	0,88					0,83
3	Strand wire ropes with CWR				0,56				0,93

(4) For parallel wire ropes or parallel strand ropes the metallic cross section may be determined from

$$A_m = n \cdot a_m (2.3)$$

where n is the number of identical wires or strands of which the rope is constituted

a_m is the cross section of a wire (derived from its diameter) or a (prestressing) strand (derived from the appropriate standard)

(5) For group C tension components the self weight should be determined from the steel weight of individual wires or strands and the weight of the corrosion protection (HDPE, wax etc.)

2.3.2 Wind actions

- (1) The wind effects taken into account shall include:
- the static effects of wind drag on the cables, see EN 1991-1-4, including deflections and possible resulting bending effects near the ends of the cable,
 - aerodynamic and other excitation leading to possible oscillation of the cables, see section 8.

2.3.3 Ice loads

- (1) For ice loading see Annex B to EN 1993-3-1.

2.3.4 Thermal actions

- (1) The thermal actions to be taken into account shall include the effects of differential temperatures between the cables and the rest of the structure.
- (2) For a cable in a structure exposed to weather conditions the actions from differential temperature according to EN 1991-1-5 should be used.

2.3.5 Prestressing

- (1) The preloads in cables shall be determined such, that when all the permanent actions are applied, the structure adopts the required geometric profile and stress distribution.
- (2) To ensure this objective, facilities for prestressing and for adjustment of the cables shall be provided and the characteristic value of the preload shall be taken as required to achieve the objective of (1) at the limit state under consideration.
- (3) If adjustment of the cables is not provided allowance shall be made, in calculating the design values of the total effects of the permanent actions and preload for the range of error that may occur in the prestressing together with any errors that may arise in the precamber of the structure.

NOTE From a sensitivity check tolerances may be derived.

2.3.6 Rope removal and replacement

- (1) The replacement of any one rope should be taken into account in the design in a transient design situation.

NOTE The National Annex may define the transient loading conditions and partial factors for replacement.

- (2) A sudden removal of any one rope should be taken into account in the design in an accidental design situation.

NOTE 1 The National Annex may define where such an accidental design situation applies and also give the protection aims and loading conditions.

NOTE 2 In the absence of a more exact analysis the dynamic effect of a sudden removal may conservatively be allowed by using the design effect

$$E_d = k (E_{d2} - E_{d1}) \quad (2.4)$$

where $k = 1,5$ to $2,0$

2.3.4 Acciones térmicas

- (1) Las acciones térmicas a tener en cuenta deberán incluir los efectos de las temperaturas diferenciales entre los cables y el resto de la estructura.
- (2) Para un cable en una estructura expuesta a condiciones meteorológicas debe considerarse las acciones diferenciales de temperatura según EN 1991-1-5.

2.3.5 Pretensado

- (1) La precarga en cables será también determinada de tal manera, que cuando se aplican todas las acciones permanentes, la estructura adopta el necesario perfil geométrico y de distribución de tensiones.
- (2) Para garantizar este objetivo, se proporcionarán instalaciones para pretensado, para el ajuste de los cables y el valor característico de la precarga se tomarán según sea necesario para alcanzar el objetivo de (1) en el estado de límite que se considere.
- (3) Si el ajuste de los cables no está previsto se dejará una holgura, en el cálculo de los valores de diseño de los efectos totales de las acciones permanentes y la precarga para el rango de error que puede producirse en el pretensado junto con todos los errores que puedan surgir en la preforma (contraflecha) de la estructura.

NOTA De una verificación sensible pueden obtenerse las tolerancias.

2.3.6 Eliminación y sustitución de los cordones

- (1) La sustitución de cualquier cordón debe tenerse en cuenta en el diseño de una situación diseño transitoria.

NOTA El anexo nacional podrá definir las condiciones de las cargas transitorias y los factores parciales para el reemplazo.

- (2) Debe tenerse en cuenta en el diseño una eliminación inesperada de cualquier cordón en una situación de diseño accidental.

NOTA 1 El anexo nacional podrá definir tanto cuando una situación accidental de diseño se aplica y también dar los objetivos de protección y las condiciones de carga.

NOTA 2 En ausencia de un análisis más exacto, el efecto dinámico de una eliminación inesperada de una manera conservadora podrá admitirse con el efecto de diseño siguiente

$$E_d = k (E_{d2} - E_{d1}) \quad (2.4)$$

donde $k = 1,5$ a $2,0$

E_{d1}	representa los efectos de diseño con todos los cables intactos;
E_{d2}	representa los efectos de diseño con el cable relevante eliminado.
2.3.7 Cargas de fatiga	
(1)	Para cargas de fatiga véase EN 1991.
2.4 Diseño situaciones y factores de parcial	
2.4.1 Situación de diseño transitoria durante la fase de construcción	
(1)	Para la fase de construcción el factor parcial para cargas permanentes (G+P) puede ser adaptado a la situación de diseño especial y el modelo de estado de límite.
NOTA:	El anexo nacional puede definir los factores parciales γ_G para la fase de construcción. Los valores recomendados para γ_G son.
$\gamma_G = 1,10$	para un período de tiempo corto (sólo unas pocas horas) para el tramo del primer filamento en las instalaciones de tendón por tendón
$\gamma_G = 1,20$	para el tramo de otros tendones
$\gamma_G = 1,00$	para efectos favorables.
2.4.2 Situaciones persistentes de diseño durante el servicio	
(1)	Para la evaluación de los ELU, ELS y para los factores parciales de fatiga γ_M pueden ser dependientes de
- el rigor de las condiciones de ensayo para las pruebas de calificación	
- las medidas para suprimir los efectos flectores con las incertidumbres del modelo.	
NOTA	Indicaciones para los valores de γ_M se muestran en la sección 6.
3 Material	
3.1 Resistencia del acero y de los cables	
(1)	Los valores característicos de f_y y f_u para aceros y $f_{0.2}$ o $f_{0.1}$ y f_u para cables se tomarán de las especificaciones técnicas pertinentes
NOTA 1	Para aceros véase EN1993-1-1 y EN1993-1-4.
NOTA 2	Para alambres, véase EN 10264, parte 1, a la parte 4.
NOTA 3	Para cordones, véase EN 12385, la parte 4 y la parte 10.
NOTA 4	Para terminaciones véase EN 13411-3.

E_{d1}	represents the design effects with all cables intact;
E_{d2}	represents the design effects with the relevant cable removed.
2.3.7 Fatigue loads	
(1)	For fatigue loads see EN 1991.
2.4 Design situations and partial factors	
2.4.1 Transient design situation during the construction phase	
(1)	For the construction phase the partial factor for permanent loads (G+P) may be adapted to the particular design situation and limit state model.
NOTE:	The National Annex may define partial factors γ_G for the construction phase. Recommended values γ_G are.
$\gamma_G = 1,10$	for short time period (only a few hours) for the instalment of first strand in strand by strand installations
$\gamma_G = 1,20$	for the instalment of other strands
$\gamma_G = 1,00$	for favourable effects.
2.4.2 Persistent situations during service	
(1)	For the assessment of ULS, SLS and fatigue partial factors γ_M may be dependant on
- the severeness of the test conditions for qualification tests	
- the measures to suppress bending effects with model uncertainties.	
NOTE	Indications for γ_M values are given in section 6.
3 Material	
3.1 Strength of steel and wires	
(1)	The characteristic values f_y and f_u for steels and $f_{0.2}$ or $f_{0.1}$ and f_u for wires shall be taken from the relevant technical specifications.
NOTE 1	For steels see EN1993-1-1 and EN1993-1-4.
NOTE 2	For wires see EN 10264, Part 1 to Part 4.
NOTE 3	For ropes see EN 12385, Part 4 and Part 10.
NOTE 4	For terminations see EN 13411-3.

NOTE 5 For strands see EN 10138-3.

NOTE 6 The National Annex may give a maximum value f_u for durability reasons. The following values are recommended:

- steel wires	round wires:	nominal tensile grade:	1770 N/mm ²
	Z-wires:	nominal tensile grade:	1570 N/mm ²
- stainless steel wires:	round wires:	nominal tensile grade:	1450 N/mm ²

3.2 Modulus of elasticity

3.2.1 Tension rod systems (Group A)

(1) The modulus of elasticity for tension rod systems may be taken as $E = 210000 \text{ N/mm}^2$; for tension rod systems made of stainless steels see EN 1993-1-4.

(1) The modulus of elasticity for locked coil strands, bundles of strands, bars and wires should be derived from tests.

NOTE 1 The modulus of elasticity can depend on the stress level and whether the cable is subject to first loading or repeated loading.

NOTE 2 The modulus of elasticity for locked coil strands, strands or bundles of strands, bars and wires is multiplied with the metallic cross section A_m to obtain the tension stiffness of the cable.

(2) The modulus of elasticity used for structural analysis for persistent design situations during service should be obtained for each cable type and diameter by measuring the secant modulus after a sufficient number (at least 5) load cycles between F_{inf} and F_{sup} to get stable values. Herein F_{inf} is the minimum cable force under characteristic permanent and variable actions. F_{sup} is the maximum cable force under characteristic permanent and variable actions.

(3) For short test samples (sample length $\leq 10 \times$ lay length) a smaller creep than for long cables should be expected.

NOTE 1 In the absence of more accurate values this effect may be taken into account in cutting to length by applying an additional shortening of 0,15 mm/m.

NOTE 2 Notional values of module of elasticity for first estimations when test results are not available are given in Table 3.1. For further information see EN 10138.

Table 3.1: Notional values of module of elasticity E_Q in the range of variable loads Q

NOTE 5 Para tendones véase EN 10138-3.

NOTE 6 El Anexo Nacional puede dar un valor máximo de f_u por razones de durabilidad. Se recomiendan los siguientes valores:

-cables de acero	cables redondos:	grado de tensión nominal:	1770 N/mm ²
	alambres-Z:	grado de tensión nominal:	1570 N/mm ²
-cables de acero inoxidable	cables redondos:	grado de tensión nominal:	1450 N/mm ²

3.2 Módulo de elasticidad

3.2.1 Sistemas de varillas tensionadas (Grupo A)

(1) El módulo de elasticidad para sistemas de varillas tensionadas puede tomarse como $E=210000 \text{ N/mm}^2$; para sistemas de varillas tensionadas de aceros inoxidables, consulte EN 1993-1-4.

(1) El módulo de elasticidad para bovinas cerradas de cordones de cables, haces de tendones, barras y alambres deben obtenerse mediante pruebas.

NOTE 1 El módulo de elasticidad puede depender del nivel de tensión y de si el cable está sometido a únicamente a la primera carga o a repetidas cargas.

NOTE 2 El módulo de elasticidad para bovinas cerradas de cordones de cables, tendones o agrupaciones de tendones, barras y alambres, se multiplicará por la sección metálica A_m para obtener la rigidez de tensión del cable.

(2) El módulo de elasticidad utilizado para el análisis estructural para situaciones de diseño persistente durante el servicio, debería de ser obtenido para cada tipo de cable y diámetro midiendo el módulo secante después de aplicar un ciclo de cargas suficiente (por lo menos 5) comprendidas entre F_{inf} y F_{sup} para obtener los valores estables. En el presente documento F_{inf} es la fuerza de cable mínimo bajo las características acciones permanentes y variables. F_{sup} es la fuerza máxima de cable bajo las acciones características permanentes y variables.

(3) Para las muestras de ensayo corto (longitud de muestra $\leq 10 \times$ longitud de paso) debe de ser previsto un menor sobranste que para cables de gran longitud.

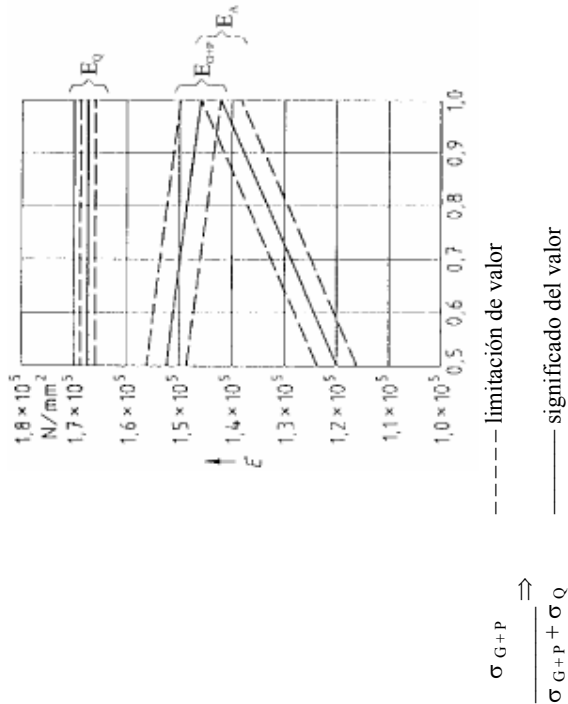
NOTE 1 En ausencia de valores más precisos, este efecto puede tenerse en cuenta en el corte a medida mediante la aplicación de una reducción adicional de 0,15 mm/m.

NOTE 2 Una primera estimación de los valores de módulo de elasticidad, cuando no se disponga de resultados de pruebas, se dan en la tabla 3.1. Para más información véase EN 10138.

Tabla 3.1: Los valores notacionales del módulo de elasticidad E_Q en el rango de variable carga Q

	Componente con Alta resistencia a la tensión	E ₀ [kN/mm ²]	
		Alambres de acero	Alambres inoxidables
1	Cordón trenzado en espiral	150 ± 10	130 ± 10
2	Cordón cerrado completo	160 ± 10	-
3	Cordones de tendones de alambre con CWR	100 ± 10	90 ± 10
4	Cordones de tendones de alambre con CF	80 ± 10	-
5	Agrupaciones de alambres paralelos	205 ± 5	-
6	Agrupaciones de tendones paralelos	195 ± 5	-

NOTA 3 Los valores nominales de para el módulo de elasticidad E para el diseño de cordones cerrados completos para puentes, se dan en la figura 3.1. Estas estimaciones se aplican a ciclos de carga y de descarga de entre el 30% y 40% de la fuerza de rotura calculadora F_{uk}.



σ_{G+P} \Rightarrow $\frac{\sigma_{G+P} + \sigma_Q}{\sigma_Q}$ \Rightarrow σ_Q

--- limitación de valor
— significado del valor

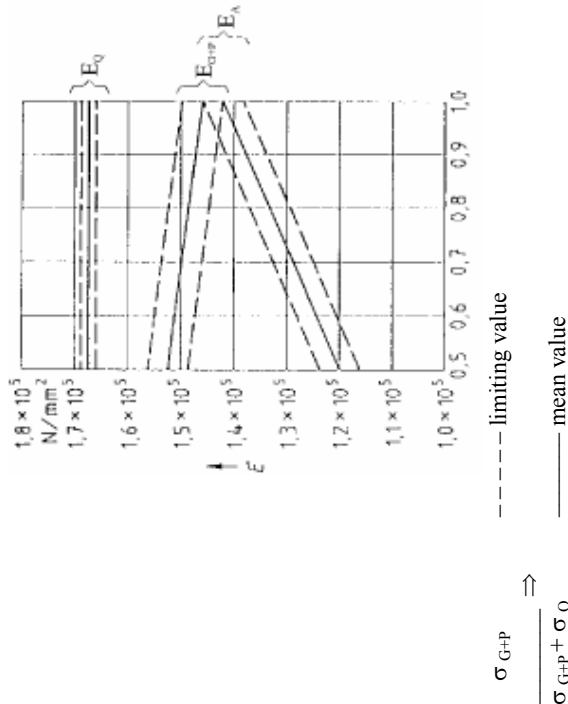
σ_{G+P} tensión bajo acciones permanentes características
 σ_Q tensión máxima bajo las acciones de característica variable
 E_Q módulo de elasticidad para situaciones de diseño persistentes durante el servicio
 E_{G+P} módulo de elasticidad para un análisis adecuado para situaciones de diseño transitorias, durante la fase de construcción hasta la carga permanente G+P
 E_A módulo de elasticidad para un corte a medida

Figura 3.1: Valores nominales de módulo de elasticidad E para el diseño de cordones cerrados completos para puentes.

NOTA 4 Como en los cables no pre-estirados del grupo B que presentan deformaciones elásticas

	High strength tension component	E ₀ [kN/mm ²]	
		Steel wires	Stainless steel wires
1	Spiral strand ropes	150 ± 10	130 ± 10
2	Full locked coil ropes	160 ± 10	-
3	Strand wire ropes with CWR	100 ± 10	90 ± 10
4	Strand wire ropes with CF	80 ± 10	-
5	Bundle of parallel wires	205 ± 5	-
6	Bundle of parallel strands	195 ± 5	-

NOTE 3 Notional values for the modulus of elasticity E for the design of full locked coil ropes for bridges are given in Figure 3.1. These estimations apply to cyclic loading and unloading between 30 % and 40 % of the calculative breaking strength F_{uk}.



σ_{G+P} \Rightarrow $\frac{\sigma_{G+P} + \sigma_Q}{\sigma_Q}$ \Rightarrow σ_Q

--- limiting value
— mean value

σ_{G+P} stress under characteristic permanent actions
 σ_Q maximum stress under characteristic variable actions
 E_Q modulus of elasticity for persistent design situations during service
 E_{G+P} modulus of elasticity for an appropriate analysis for transient design situations during construction phase up to permanent load G+P
 E_A modulus of elasticity for cutting to length

Figure 3.1: Notional values of modulus of elasticity E for the design of full locked coil ropes for bridges.

NOTE 4 As non prestretched cables of group B exhibit both elastic and permanent deformations

in the first loading it is recommended to prestretch such cables before or after installation by cyclic loading by up to $0,45\sigma_{uk}$. For cutting to length cables should be prestretched, with a precision depending on adjustment possibilities.

NOTE 5 For Figure 3.1 the following assumptions apply:

- the lay length is above $10 \times$ the diameter
 - the minimum value of stress is 100 N/mm^2
- The minimum value of stress is the lower bound of the elastic range.

3.2.3 Bundles of parallel wires or strands (Group C)

- (1) The modulus of elasticity for bundles of parallel wires and strands may be taken from EN 10138 or Table 3.1.

3.3 Thermal expansion coefficient

- (1) The thermal expansion coefficient shall be taken as

$$\alpha_T = 12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1} \text{ for steel wires} \quad (3.1)$$

$$\alpha_T = 16 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1} \text{ for stainless steel wires}$$

3.4 Cutting to length of tension components Group B

- (1) Strands may be marked to length only for cutting at a prescribed cutting load.
- (2) For an exact cutting to length the following data should be considered:

- measured values of the elongation between σ_A and σ_{G+P} after cyclic loading according to 3.2.2(2)
- difference between design temperature (normally 10°) and ambient temperature when cutting to length if the length is measured by temperature invariant measurement devices like fixed marks, invar measure tapes etc.
- long term cable creep under loads
- additional elongation of cable after installation of cable clamps
- setting of the pouring cone after cooling of molten metal and after initial load is applied.

NOTE The cable creep and cone setting will take place after a certain time and loading in the structure, so that higher loads may be needed during erection as the cable creep has not finished yet.

3.5 Lengths and fabrication tolerances

- (1) The total length and all measuring points for the attachment of saddles and clamps should be

y permanentes en la primera carga, se recomienda un pre-estirado de cada cable antes o después de la instalación por carga cíclica de hasta $0,45\sigma_{uk}$. Para un corte de longitud de los cables deben ser pre-estirados, con una precisión que dependerá de las posibilidades de ajuste.

NOTA 5 Para la figura 3.1 se aplican los siguientes supuestos:

- la longitud de paso está por encima de $10 \times$ el diámetro
 - el valor mínimo de la tensión es 100 N/mm^2
- El valor mínimo de la tensión es el límite inferior del rango elástico.

3.2.3 Agrupaciones de cables paralelos o tendones (Grupo C)

- (1) El módulo de elasticidad para las agrupaciones de cables paralelos y tendones se puede tomar de EN 10138 o de la tabla 3.1.

3.3 Coeficiente de dilatación térmica

- (1) El coeficiente de dilatación térmica se tomará como

$$\alpha_T = 12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1} \text{ para alambres de acero}$$

$$\alpha_T = 16 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1} \text{ para alambres de acero inoxidable (3.1)}$$

3.4 Corte a medida de componentes de tensión del Grupo B

- (1) Los tendones pueden marcarse a medida sólo para cortarse con la carga de corte prescrita.
- (2) Para un corte a medida exacto deben considerarse los siguientes datos:

- los valores de la elongación medidos entre σ_A y σ_{G+P} después de la carga cíclica de acuerdo con 3.2.2(2)
- la diferencia entre la temperatura de diseño (normalmente de 10°) y la temperatura ambiente cuando se hace el corte a medida, si la longitud es medida por dispositivos de medición invariante como marcas fijas, cintas de medida de invar, etc.
- el sobrante a largo plazo del cable bajo la acción de cargas
- la elongación adicional del cable después de la instalación de las abrazaderas
- la configuración del cono de vertido después de la refrigeración de metal fundido, y después de la aplicación de la carga inicial.

NOTA El sobrante del cable y la configuración del cono se llevará a cabo después de un determinado tiempo y a una determinada carga en la estructura, por lo que pueden ser necesarias cargas más altas durante la erección, cuando el sobrante del cable no ha terminado todavía.

3.5 Longitudes y tolerancias de fabricación

- (1) La longitud total y la de todos los puntos de medición para la inserción de desviadores y

abrazaderas, deben marcarse en virtud de precarga definida.
NOTA Las marcas de control adicionales permiten una comprobación posterior de la longitud exacta después de que se hayan instalado las partes.

(2) Las tolerancias de fabricación se considerarán después de pre-estirarse y de la carga y de carga cíclica.

(3) Cuando las estructuras son sensibles a las desviaciones de valores geométricos nominales (por ejemplo, por sobrante), deberían de proporcionarse ajustes a los dispositivos.

3.6 Coeficientes de fricción.

(1) Para la fricción entre cables de cordón cerrado completo y los elementos añadidos de acero (abrazaderas, desviadores, herrajes) debe determinarse el coeficiente de fricción en pruebas. En ausencia de pruebas se podrá utilizar un $\mu = 0,1$.

(2) Para otros tipos de cables dónde el coeficiente de fricción debería determinarse mediante pruebas, véase el Anexo A.

4 Durabilidad para alambres y cordones/tendones

4.1. Disposiciones generales

(1) A causa de la crucial importancia de la seguridad de la protección contra la corrosión de los cordones con clases de exposición 2, 4 y 5, de acuerdo con la tabla 2.1, la barrera de protección de la corrosión de un cable debe estar integrada por las siguientes medidas:

1. La protección individual frente a la corrosión de cada alambre
2. La protección frente a la corrosión del interior del cordón con relleno interior para evitar el ingreso de humedad.
3. La protección frente a la corrosión de superficie del cordón
- (2) Los elementos en tensión del grupo C según el cuadro 1.1 deben tener dos barreras de protección de corrosión independiente con una interfaz o relleno interior entre las barreras.
- (3) En abrazaderas y anclajes, deben aplicarse medidas de corrosión adicionales en la estructura para evitar la penetración de agua.
- (4) También se deben observar las reglas básicas de transporte, almacenamiento y manipulación.

NOTA Consulte el Anexo B.

marked under defined preload.
NOTE Additional control markings allows for a later check of exact length after parts have been installed.

(2) The fabrication tolerances shall be considered after prestretching and cyclic loading and unloading.

(3) When structures are sensitive to deviations from nominal geometrical values (e.g. by creep), adjusting devices should be provided.

3.6 Friction coefficients

(1) For the friction between full locked coil cables and steel attachments (clamps, saddles, fittings) the friction coefficient should be determined from tests. In the absence of tests $\mu=0,1$ may be used.

(2) For other types of cables the friction coefficient should be determined from tests, see Annex A.

4 Durability for wires and ropes/strands

4.1. General

(1) Because of the crucial importance of corrosion protection for the safety of ropes with exposure classes 2, 4 and 5 according to Table 2.1 the corrosion protection barrier of a cable should be composed of the following measures:

1. Corrosion protection of each individual wire
2. Corrosion protection of the rope interior with inner filler to avoid the ingress of moisture.
3. Corrosion protection of rope surface
- (2) The tension components of group C according to Table 1.1 should have two independent corrosion protection barriers with an interface or inner filler between the barriers.
- (3) At clamps and anchorages additional corrosion measures should be applied at the structure to prevent water penetration.
- (4) Also basic rules for transport, storage and handling should be observed.

NOTE See Annex B.

4.2 Corrosion protection of each individual wire

- (1) All steel wires of group B and C should be coated with zinc or zinc alloy.
 - (2) For group B zinc or zinc alloy coating for round wires should be in accordance with EN 10264-2, class A. Shaped wires should comply with EN 10264-3, class A.
- NOTE** Z-shaped wires generally are heavy galvanized with a coating thickness up to 300g/m² to allow for thickness reduction on sharp corners.
- (3) Zinc-aluminised wires (Zn95Al5) provide much improved corrosion protection than heavy galvanizing with the same coating thickness. Round and Z-shaped wires can be coated with a Zn95Al5 basis weight.
 - (3) For group C wires should comply with EN 10138.

4.3 Corrosion protection of the rope/strand/cable interior

- (1) All interior voids of the cables should be filled with an active or passive inner filling that should not be displaced by water, heat or vibration.

NOTE 1 Active fillers are suspensions of zinc in polyurethane-oil.

NOTE 2 Passive inner fillers can be permanent elastic-plastic wax or aluminium flake in hydrocarbon resin.

NOTE 3 Inner filling applied during stranding of cable can extrude when cable is loaded (bleeding).

NOTE 4 When selecting the appropriate inner filling any possible incompatibility with other corrosion protection components applied to the cable later, should be checked.

- (1) After the installation of the cables and the erection of the structure in general an additional corrosion protection on ropes and cables need to be applied to compensate for damaging of the initial corrosion protection and for the expense of zinc.

NOTE This protection may consist of polyethylene sheathing or zinc loaded paint. For polyethylene, the minimum thickness is equal to the strand outer diameter divided by 15 and shall not be less than 3 mm.

The following minimum layer thicknesses may be applied to paints:

4.2 Protección de corrosión individual de cada alambre

- (1) Todos los alambres de acero del Grupo B y C deben estar recubiertos con zinc o con aleación de zinc.
- (2) Para el Grupo B el recubrimiento de zinc o de la aleación de zinc para alambres, debe estar en conformidad con EN 10264-2, clase A. Los elementos con forma de alambre deben cumplir con EN 10264-3, clase A.

NOTA Cables en forma de Z están generalmente fuertemente galvanizados con un espesor de recubrimiento mayor a 300g/m² para resolver la reducción de espesor en esquinas anguladas.

- (3) Alambres de zinc-aluminizado (Zn95Al5) ofrecen una protección mejorada a la corrosión que la fuerte galvanización con el mismo grosor de recubrimiento. Los alambres redondos y en forma de Z pueden ser recubiertos con una Zn95Al5 básica pesada.

- (3) Para el grupo C los alambres deben cumplir con EN 10138.

4.3 Protección contra la corrosión del cordón/tendón/cable interior

- (1) Todos los huecos interiores de los cables deberán ser rellenos con un llenado interno activo o pasivo que no debería ser desplazado por el agua, el calor o la vibración.

NOTA 1 Las masillas activas son suspensiones de zinc en poliuretano-aceite.

NOTA 2 Las masillas pasivas interiores pueden ser de cera elasto-plástica permanente o de pintura de aluminio en resina de hidrocarburo.

NOTA 3 El relleno interno aplicado durante enrollado de cable puede extruirse cuando cable se carga (sangrado).

NOTA 4 Cuando se selecciona el llenado interno apropiado debe comprobarse cualquier posible incompatibilidad con otros componentes de protección de corrosión que se aplicarán más tarde al cable.

- (1) Después de la instalación de los cables y de la erección de la estructura en general, debe aplicarse una protección de corrosión adicional sobre los cordones y cables para compensar los daños por la protección de corrosión inicial y por el gasto del zinc.

NOTA Esta protección puede consistir en revestimiento de polietileno o pintura cargada de zinc. Para el polietileno, el espesor mínimo es igual al diámetro exterior del tendón dividido entre 15 y será por lo menos mayor de 3 mm.

Se pueden aplicar los siguientes mínimos espesores de capa en pinturas:

- 2 capas de imprimación, Poliuretano con polvo de zinc de 50µm cada una
- 2 capas de acabado, Poliuretano con hierro de mica, 1250µm cada una
- (2) La elección de los cables con alambres de acero inoxidable y con terminaciones de acero inoxidable sin protección adicional contra la corrosión, deben cumplir con la clase de resistencia a la corrosión pertinente.

NOTA 1 El anexo nacional puede especificar las clases de resistencia de la corrosión para el acero inoxidable.

NOTA 2 El aluminio de zinc eutectoide de cables recubiertos con Zn95Al5 proporciona un máximo de 3 veces mayor resistencia en comparación con alambres recubiertos de zinc pesado bajo condiciones iguales.

Nota de proyecto: A coordinarse con EN 1993-1-4 / EN ISO 12944-2.

4.5 Protección de corrosión de de las agrupaciones de cables paralelos o de tendones paralelos

(1) Los cables formados por tendones de alambres paralelos, normalmente deben ser enfundados con un tubo de acero o de polietileno que se ajuste a las normas pertinentes en lo referente al espacio entre el interior de la vaina y el cable, rellenado a continuación con una protección adecuada de compuestos anticorrosión o de lechada de cemento grout.

(2) Alternativamente se pueden revestir directamente con polietileno extruido o con un revestimiento epoxi a través de los tendones individuales o cables.

(3) Las vainas utilizadas para enfundar los tendones deben ser completamente impermeables al agua en las conexiones de los anclajes. Las uniones deberán diseñarse de manera que, cuando la vaina es sometida a la tensión, no se rompa.

(4) Los rellenos de los huecos deben ser

- material continuo hidrófobo sin detrimento de interacción con los principales elementos de tracción.

NOTA 1 Los materiales continuos hidrófobos son dosificadores suaves como la grasa, la cera o la resina suave, o bien masillas duras como el cemento si su idoneidad se demuestra por medio de exámenes. La elección de materiales podrá figurar en el Anexo Nacional.

- Circulación de aire seco o nitrógeno.

NOTA 2 La protección contra la corrosión de los cables principales de puentes de suspensión requiere un enfoque especial. Después de compactar el cable principal en un área transversal tan pequeño como sea posible, el cable tiene una envoltura estrecha con suaves alambres

- 2 prime coats, Polyurethane with zinc dust 50µm each
- 2 finishing coats, Polyurethane with iron mica, 1250µm each
- (2) The choice of cables with stainless steel wires and stainless steel terminations without additional corrosion protection should comply with the relevant corrosion resistance class.

NOTE 1 The National Annex may specify the corrosion resistance classes for stainless steel.

NOTE 2 The zinc-aluminium eutectoid of Zn95Al5-coated wires provides an up to 3 times better resistance compared with heavy zinc coated wires under equal conditions.

Draft Note: To be coordinated with EN 1993-1-4 / EN ISO 12944-2.

4.5 Corrosion protection of bundles of parallel wires or bundles of parallel strands

(1) Cables formed as parallel wire strands should normally be sheathed using steel or polyethylene tube complying to relevant standards with the space between the inside of the sheath and the cable then filled with a suitable corrosion protection compound or cement grout.

(2) Alternatively polyethylene sheathing extruded directly or epoxy coating over the individual strands or cables may be used.

(3) The sheaths used for sheathed strand should be made completely impermeable to water at the connections to the anchorages. The joints shall be designed so that they do not break, when the sheath is subjected to tension.

(4) Void fillers should be

- continuous hydrophobic material with no detrimental interaction with the main tensile elements.

NOTE 1 Continuous hydrophobic materials are soft fillers as grease, wax or soft resin or hard fillers as cement if their suitability is proved by tests. The choice of materials may be given in the National Annex.

- circulation of dry air or nitrogen.

NOTE 2 Corrosion protection of main cables of suspension bridges requires a special approach. After compacting the main cable into a cross-sectional area as small as possible the cable gets a close wrapping with tensioned galvanized soft wire laid in a suitable paste sufficient to fill

completely the voids between the outer cable wires and the wrapping wire. After removal of the surplus paste from outside of the wrapping wire the zinc coated surface is cleaned and subsequently painted. Special treatment is required for suspension bridge cable anchorages where the wrapping wire is removed. Dehumidification of the air around the wires is a common method of protection.

4.6 Corrosion protection measures directly at the structure

- (1) Provision should be taken to prevent rain water running down the cable from entering at clamps, saddles and anchorages.
- (2) Therefore the transitions cable/component shall be sealed carefully with permanent elastic material. Also gaps between clamps should be sealed as well.

5 Structural analysis of cable structures

5.1 General

- (1) The analysis should be made for the relevant design situations
 1. for the transient construction phase
 2. for the persistent service conditions after completion of the construction for the limit states considered.

5.2 Transient design situations during the construction phase

- (1) The confectioning of cables, the geometry of the structure, and the construction process with prestressing shall be planned such, that the conditions for prestress and selfweight satisfy the following conditions:
 - attainment of the required geometric form
 - attainment of a permanent stress situation that satisfied the serviceability and ultimate limit state conditions for all design situations.
- (2) For complying with control measures (e.g. measurements of shape, gradients, deformations frequencies or forces) all calculations should be carried out with characteristic values of permanent loads, imposed deformations and any imposed action step by step to achieve the final required permanent stage.

galvanizados tensados sentados en una adecuada pasta suficiente para llenar completamente los vacíos entre los alambres del cable exterior y el envoltorio del alambre. Después de quitar la pasta excedente desde fuera del alambre de ajuste de la superficie con recubrimiento de zinc, se limpia y posteriormente se pinta. Es necesario un tratamiento especial para los anclajes de los cables de los puentes colgantes donde se quita el envoltorio de los alambres. Un método común de protección es la deshumidificación del aire alrededor de los cables.

4.6 Medidas directas de protección frente a la corrosión en la estructura

- (1) Se debe prevenir evitar que el agua de lluvia corriendo por el cable entre en abrazaderas, desviadores y anclajes.
- (2) Por lo tanto las transiciones del cable/componente será sellado cuidadosamente con material elástico permanente. También las separaciones entre abrazaderas deben de ser selladas de la misma manera.

5 Análisis de las estructuras de cable

5.1 General

- (1) En el análisis se debe prever las situaciones pertinentes de diseño
 1. para la fase transitoria de construcción
 2. para las condiciones persistentes de servicio, después de la terminación de la construcción, para los estados límite considerados.

5.2 Situaciones de diseño transitorias durante la fase de construcción

- (1) La confección de los cables, la geometría de la estructura y el proceso de construcción con el pretensado deberá ser previsto como tal, para que las condiciones de pretensado y de peso propio cumplan las siguientes condiciones:
 - consecución de la forma geométrica necesaria
 - consecución de una situación de tensión permanente que cumpla la capacidad de servicio y las condiciones de estado límite último para todas las situaciones de diseño.
- (2) Para cumplir con las medidas de control (por ejemplo, las mediciones de forma, gradientes, frecuencias de deformaciones o fuerzas) todos los cálculos deben llevarse a cabo con valores característicos de cargas permanentes, deformaciones impuestas y cualquier acción impuesta paso a paso, para alcanzar la fase final permanente requerida.

(3) Cuando las deformaciones de los efectos de la acción no lineal son significativos durante la construcción, estos efectos serán tenidos en cuenta, consulte 5.4.

(4) Donde los Estados límite últimos durante el pretensado son controlados por efectos diferenciales de las acciones "G" y "P" (por ejemplo, por los elementos de hormigón), el factor parcial $\gamma_P = 1,00$ deberían aplicarse a "P".

5.3 Situación persistente de diseño durante el servicio

(1) Para cualquier situación de diseño persistente durante la fase de servicio, las acciones permanentes "G" de gravedad y de precarga o pretensado "P", se combinarán en una única acción permanente "G + P" correspondiente a la forma permanente de la estructura.

(2) Para la verificación del límite de capacidad de servicio la acción "G + P" se incluirá en la combinación pertinente de acción; para la verificación de los Estados Límite Últimos ELU (EQUILIBRIO o RESISTENCIA) (consulte EN 1990) las acciones permanentes "G + P" se multiplicarán por el factor parcial $\gamma_{G\sup}$, cuando los efectos de la acción permanente y de las acciones de la variables sean desfavorables. En caso de que las acciones permanentes "G + P" sean favorables, deben ser multiplicadas con el factor parcial $\gamma_{G\inf}$

(3) Cuando los efectos de las deformaciones de la acción no lineal no son significativos durante el servicio estos efectos se tendrán en cuenta, consulte 5.4.

5.4 Efectos no lineales de las deformaciones

5.4.1 General

(1) Para las estructuras con componentes en tensión, los efectos de las deformaciones de los efectos catenaria y de los acortamientos y de los alargamientos de los componentes incluidos en el sobranste, deberán tenerse en cuenta.

5.4.2 Efectos catenaria

(1) Los efectos de la catenaria pueden tenerse en cuenta al aplicar a cada cable o a un segmento de cable el módulo eficaz

$$E_t = \frac{E}{1 + \frac{w^2 \cdot \ell^2 \cdot E}{12 \cdot \sigma^3}} \quad (5.1)$$

E es el módulo de elasticidad del cable

w es la unidad de peso de acuerdo con la Tabla 2.2

ℓ es el tramo horizontal del cable

σ es la tensión en el cable. Para situaciones de acuerdo con 5.3 es σ_{G+P}

(3) When nonlinear action effects from deformations are significant during construction these effects shall be taken into account, see 5.4.

(4) Where ultimate limit states during prestressing are controlled by differential effects of the action "G" and "P" (e.g. for concrete parts), the partial factor $\gamma_P = 1,00$ should be applied to "P".

5.3 Persistent design situation during service

(1) For any persistent design situation during the service phase the permanent actions "G" from gravity and preloads or prestressing "P" shall be combined in a single permanent action "G + P" corresponding to the permanent shape of the structure.

(2) For the verification of serviceability limit states the action "G + P" shall be included in the relevant combination of action; for the verification of the ultimate limit states EQU or STR (see EN 1990) the permanent actions "G+P" shall be multiplied with the partial factor $\gamma_{G\sup}$, when the effects of permanent action and of variable actions are unfavourable. In case the permanent actions "G + P" are favourable they should be multiplied with the partial factor $\gamma_{G\inf}$

(3) When nonlinear action effects from deformations are significant during service these effects shall be taken into account, see 5.4.

5.4 Nonlinear effects from deformations

5.4.1 General

(1) For structures with tension components the effects of deformations from catenary effects and shortening and lengthening of the components including creep shall be taken into account.

5.4.2 Catenary effects

(1) Catenary effects may be taken into account by applying to each cable or segment of cable the effective modulus

$$E_t = \frac{E}{1 + \frac{w^2 \cdot \ell^2 \cdot E}{12 \cdot \sigma^3}} \quad (5.1)$$

E is the modulus of elasticity of the cable

w is the unit weight according to Table 2.2

ℓ is the horizontal span of the cable

σ is the stress in the cable. For situations according to 5.3 it is σ_{G+P}

5.4.3 Effects of deformations on the structure

- (1) For the application of 2nd order analysis deformations due to variable loads should refer to the initial geometrical form of the structure required for the permanent loading corresponding to "G + P" for a given temperature T₀.
- (2) For the 2nd order calculations for serviceability limit states and for sublinear behaviour in ultimate limit states the characteristic load combination may be applied to determine the action effects.
- (3) For 2nd order calculations for overlinear behaviour of structures in ultimate limit states the required permanent geometrical form of the structure at the reference temperature T₀ may be associated with the stress situation from "γ_g (G+P)" and design values of variable actions γ_Q·Q_{k1} + γ_Q·ψ₂·Q_{k2} may be applied together with appropriate assumptions for imperfections of the structure.

6 Ultimate limit state

6.1 Tension rod systems

- (1) Tension rod systems should be designed for ULS according to EN 1993-1-1 or EN 1993-1-4 depending on the steel used.

6.2 Ropes and prestressing bars

- (1) For the ultimate limit state it shall be verified that

$$\frac{F_{ED}}{F_{Rd}} \leq 1 \quad (6.1)$$

where F_{Ed} is the design value of the axial rope force
F_{Rd} is the design value of tension resistance.

- (2) The design value of the tension resistance F_{Rd} shall be determined from the characteristic value of the breaking strength F_{uk} and the characteristic value of their proof strength F_k.

$$F_{Rd} = \min \left\{ \frac{F_{uk}}{1,5 \cdot \gamma_R}, \frac{F_k}{\gamma_R} \right\} \quad (6.2)$$

where

F_{uk} is the characteristic value of the breaking strength,
F_k is the characteristic value of the 0,2% proof strength F_{0,2k} or of the 0,1% proof strength
F_{0,1k} determined according to the requirement of the standard relevant for the tension

5.4.3 Efectos de las deformaciones en la estructura

- (1) Para la aplicación de las deformaciones en análisis en 2º orden debidas a las cargas variables deberán referirse a la forma geométrica inicial de la estructura necesaria para la carga permanente correspondiente a "G + P" para una determinada temperatura T₀.
- (2) Para los cálculos en 2º orden, para los estados límites de servicio y para los comportamientos en los estados límites últimos, la combinación característica de la carga, puede aplicarse para determinar los efectos de la acción.
- (3) Para los cálculos en 2º orden para el comportamiento no lineal de las estructuras en estados límites últimos, la forma geométrica permanente requerida de la estructura a la temperatura de referencia T₀ puede estar asociada con la situación de tensión de "γ_g (G+P)" y de los valores de las acciones variables de diseño γ_Q·Q_{k1} + γ_Q·ψ₂·Q_{k2} podrán aplicarse junto con suposiciones apropiadas de imperfecciones de la estructura.

6 Estados límites últimos

6.1 Sistemas de varillas tensionadas

- (1) Los sistemas de varillas tensionadas deben estar diseñados para los ELU con arreglo a EN 1993-1-1 o EN 1993-1-4 dependiendo del acero utilizado.

6.2 Cordones y barras pretensadas

- (1) Para los estados límites últimos deberá ser verificado

$$\frac{F_{ED}}{F_{Rd}} \leq 1 \quad (6.1)$$

donde F_{Ed} es el valor de diseño de la fuerza axial del cordón
F_{Rd} es el valor de diseño de resistencia.

- (2) El valor de diseño de la resistencia de tensión F_{Rd} se determinará del valor característico de la fuerza de rotura F_{uk} y el valor característico de su tensión de prueba F_k

$$F_{Rd} = \min \left\{ \frac{F_{uk}}{1,5 \cdot \gamma_R}, \frac{F_k}{\gamma_R} \right\} \quad (6.2)$$

donde

F_{uk} es el valor característico de la fuerza de rotura,
F_k es el valor característico de la 0,2% prueba fuerza F_{0,2k} o del 0,1% de fuerza prueba
F_{0,1k} determinado de acuerdo con el requisito de la norma pertinente para el componente de tensión, por ejemplo, mediante el ensayo para cordones o por cálculo para las barras,

component, e.g. by testing for ropes or by calculation for bars,
 γ_R is the partial factor.

NOTE 1 F_{uk} corresponds to the characteristic value of the ultimate tensile strength.

NOTE 2 Table 6.1 gives information on the proof strength F_k relevant for the tension component.

Table 6.1: Groups of tension components and relevant proof strength

Group	Relevant strand	Characteristic value of the proof strength F_k
A	EN 10138-1	F0,1k *)
B	EN 10264	F0,2k
C	EN 10138-1	F0,1k
*) For prestressing bars see EN 1993-1-1 and EN 1993-1-4		

NOTE 3 F_k is not directly related to ULS. By the check against F_k it is verified that the rope will remain elastic even when the actions attain their design value. For ropes (e.g. full locked coil ropes)

Where $F_k \geq \frac{F_{uk}}{1,50}$ this check is not relevant.

NOTE 4 By tests on delivery it is demonstrated that the experimental values F_{uke} and F_{ke} satisfy the requirement

$F_{uke} > F_{uk}$,
 $F_{ke} > F_k$,

see EN 12385, Part 1.

NOTE 5 The partial factor γ_R may be determined in the National Annex. It may be dependent on whether or not measures are applied at the rope ends to reduce bending moments from cable rotations, see 7.1(2). The values for γ_R in Table 6.2 are recommended.

Table 6.2: Recommended γ_R - values

Detailing measures to suppress bending stresses ahead of anchorage	γ_R
Yes	0,90
No	1,00

γ_R es el factor parcial.

NOTA 1 F_{uk} corresponde al valor característico de la resistencia a la tracción última.

NOTA 2 La tabla 6.1 proporciona información sobre la prueba relevante de fuerza F_k para el componente de tensión.

Tabla 6.1: Grupos de componentes de tensión y prueba relevante de fuerza

Grupo	Tendón relevante	Valor característico de la tensión de prueba F_k
A	EN 10138-1	F 0,1 k *)
B	EN 10264	F0,2 k
C	EN 10138-1	F0,1 k
*) Para barras pretensadas ver EN 1993-1-1 y EN 1993-1-4		

NOTA 3 F_k no está relacionado directamente con los ELU. Para la verificación de F_k se debe comprobar que el cordón seguirá siendo elástico, incluso cuando las acciones alcancen su valor de diseño. Para cordones (por ejemplo para el cordones cerrados completos)

Donde $F_k \geq \frac{F_{uk}}{1,50}$ esta comprobación no es relevante.

NOTA 4 Mediante presentación de exámenes se demuestra que los valores experimentales F_{uke} y F_{ke} satisfacen el requisito

$F_{uke} > F_{uk}$,
 $F_{ke} > F_k$,

consulte EN 12385, Parte 1.

NOTA 5 El factor parcial γ_R podrá ser determinado en el Anexo Nacional. Puede depender de si se aplican o no medidas en los extremos de los cordones para reducir los momentos de flexión de rotaciones del cable, véase 7.1(2). Se recomienda usar los valores de γ_R de la tabla 6.2.

Tabla 6.2: Valores recomendados γ_R

Medidas detalladas para suprimir la flexión por delante del anclaje	γ_R
Sí	0,90
No	1,00

(3) For prestressing bars and group C tension components the characteristic value of the calculative breaking strength should be determined from

$$F_{uk} = A_m \cdot f_{uk} \quad (6.3)$$

where

A_m is the metallic cross-section, see 2.3.1
 F_{uk} is the characteristic value of the tensile strength of rods, wires or (prestressing) strands of which the tension component is constituted according to the relevant standard

(4) For group B tension components F_{uk} should be calculated as

$$F_{uk} = F_{min} \cdot k_e \quad (6.4)$$

where F_{min} is determined according to EN 12385-2 as

$$F_{min} \geq \frac{K \cdot d^2 \cdot R_r}{1000} [KN] \quad (6.5)$$

where K is the minimum breaking force factor taking account of the spinning loss,
 d is the nominal diameter of the rope
 R_r is the rope grade
 k_e is given in Table 6.3 for some types of end terminations

NOTE K, d, R_r are specified for all ropes in the EN 12385-2.

Table 6.3: Loss factors k_e

Type of termination	Loss factor k_e
Metal filled socket	1.0
Resin filled socket	1.0
Ferrule-secured eye	0.9
Swaged socket	0.9
U-bolt grip	0.8 *)
*) For U-bolt grip a reduction of preload is possible.	

6.3 Saddles

6.3.1 Geometrical conditions

(1) In order to reduce the characteristic breaking resistance of strand or rope by no more than 3%, the saddle should be proportioned as shown in Figure 6.1. Where the following conditions are satisfied stresses due to curvature of wires may be neglected in the design.

(3) Para pretensado de barras y de los componentes de tensión del grupo C debe determinar el valor característico de la fuerza de rotura calculada mediante

$$F_{uk} = A_m \cdot f_{uk} \quad (6.3)$$

donde

A_m es la sección transversal metálica, ver 2.3.1
 F_{uk} es el valor característico de la resistencia a la tracción de las varillas, alambres o tendones pretensados, de los cuales el componente de tensión está constituido de acuerdo al tendón pertinente

(4) Para los componentes de tensión del grupo B, F_{uk} debe calcularse según

$$F_{uk} = F_{min} \cdot k_e \quad (6.4)$$

donde F_{min} se determinará según EN 12385-2 como

$$F_{min} \geq \frac{K \cdot d^2 \cdot R_r}{1000} [KN] \quad (6.5)$$

donde K es la fuerza mínima de rotura teniendo en cuenta la pérdida de hilado,
 d es el diámetro nominal de los cordones
 R_r es el grado del cordón
 k_e se da en la tabla 6.3 para algunos tipos de terminales

NOTA K, d, R_r se especifican para todos los cordones en la EN 12385-2.

Tabla 6.3: Factores de Pérdida k_e

Tipo de terminación	Factor de pérdida k_e
Terminal relleno de metal	1.0
Terminal relleno de resina	1.0
Casquillo de seguridad Ojal	0.9
Terminales prensados	0.9
Abrazaderas en forma de U	0.8 *)
*) Para las Abrazaderas en forma de U es posible una reducción en la precarga.	

6.3 Desviadores

6.3.1 Condiciones geométricas

(1) A fin de reducir la resistencia característica de rotura del tendón o cordón por no más de 3%, el desviador debe ser dispuesto como se muestra en la figura 6.1. Donde las condiciones siguientes, satisfacen las tensiones debidas a la curvatura de los alambres y pueden dejarse de lado en el diseño.

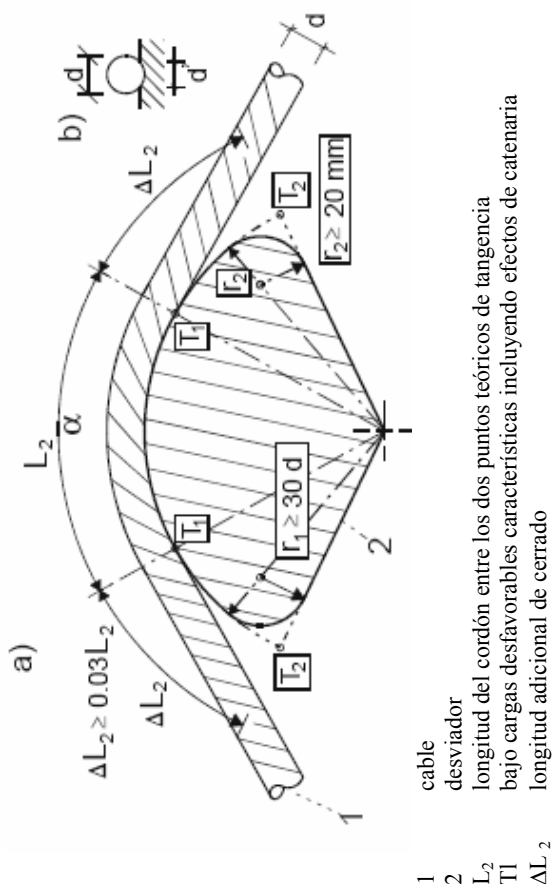


Figure 6.1: Radii of saddle and definition of bedding

(2) The radius of the saddle should be $r_1 \geq 30d$ or $r_1 \geq 400\phi$, whichever is greater, where ϕ is the diameter of wire.

(3) The radius may be reduced to $r_1 \geq 20 \cdot d$ when the bedding of the rope on at least 60% of the diameter is performed by soft metal or spray zinc coating with a minimum thickness of 1 mm.

(4) Smaller radii may be used for spiral ropes where justified by tests.

NOTE The position of the points T_1 and T_2 should be determined for the relevant load cases taking the movement of bearings and cables (catenary) into account.

6.3.2 Slipping of cables round saddles

(1) To ensure that slip does not occur it shall be verified that for the highest value of the ratio

$$\max \left\{ \frac{F_{Ed1}}{F_{Ed2}} \right\} \quad (6.6)$$

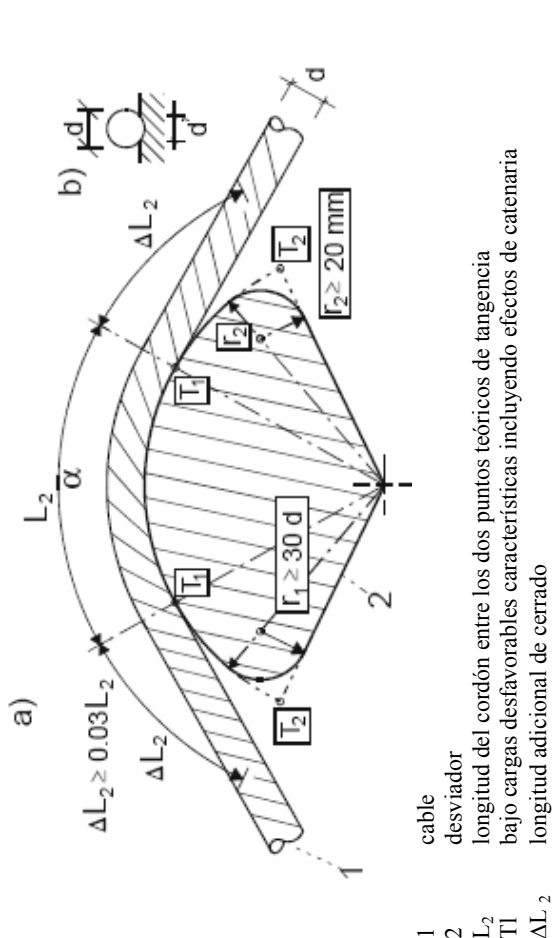


Figura 6.1: Radio del desviador y definición del lecho.

(2) El radio del desviador debe de ser $r_1 \geq 30d$ o $r_1 \geq 400\phi$, el más restrictivo, donde ϕ es el diámetro de alambre.

(3) El radio podrá reducirse a $r_1 \geq 20 \cdot d$ cuando los lechos del cordón en al menos el 60% del diámetro, se realice con un espesor mínimo de 1 mm con metal blando o recubrimiento de spray de zinc.

(4) Pueden ser utilizados radios más pequeños para cordones en espiral cuando esté justificado por medio de pruebas.

NOTA La posición de los puntos T_1 y T_2 debe determinarse para los casos de carga pertinentes teniendo en cuenta la circulación de rodamientos y cables (catenaria).

6.3.2 Deslizamiento de cables redondos en los desviadores

(1) Para garantizar que no se produzcan deslizamientos, deberá ser verificado el valor más alto de la relación siguiente

$$\max \left\{ \frac{F_{Ed1}}{F_{Ed2}} \right\} \quad (6.6)$$

where F_{Ed1} and F_{Ed2} are the design values of the greater and smaller force in the cable on either side of the saddle

the following equation is satisfied:

$$\max \left\{ \frac{F_{Ed1}}{F_{Ed2}} \right\} \leq e^{\left\{ \frac{\mu\alpha}{\gamma_{M,fr}} \right\}} \quad (6.7)$$

where μ is the coefficient of friction between cable and saddle
 α is the angle in radians, of the cable passing over the saddle
 $\gamma_{M,fr}$ is the partial factor for friction.

NOTE the partial factor $\gamma_{M,fr}$ may be given in the National Annex. The value $\gamma_{M,fr} = 1,65$ is recommended.

(2) If (1) is not satisfied, an additional radial force F_r should be provided by clamps such that

$$\frac{F_{Ed1} - \frac{k \cdot F_r \cdot \mu}{\gamma_{M,fr}}}{F_{Ed2}} \leq e^{\left\{ \frac{\mu\alpha}{\gamma_{M,fr}} \right\}} \quad (6.8)$$

where k is normally taken as 1,0 but may be taken as 2,0 if full friction can be guaranteed at both the saddle grooves and the clamp itself and F_r should not exceed the resistance of the cable to clamping forces, see 6.3.3

$\gamma_{M,fr}$ is the partial factor for friction resistance

(3) In determining F_r from preloaded bolts the following effects should be considered:

- long term creep
- reduction of diameter if tension is increased
- compaction/bedding down of cable or ovalisation
- reduction of preload in clamp bolts by external loads
- differential temperature.

6.3.3 Transverse pressure

(1) The transverse pressure q due to the radial clamping force F_r should be limited to

donde F_{Ed1} y F_{Ed2} son los valores de diseño de la mayor y la menor fuerza en el cable a ambos lados del desviador.

se ha de satisfacer la siguiente ecuación:

$$\max \left\{ \frac{F_{Ed1}}{F_{Ed2}} \right\} \leq e^{\left\{ \frac{\mu\alpha}{\gamma_{M,fr}} \right\}} \quad (6.7)$$

donde μ es el coeficiente de fricción entre el cable y el desviador
 α es el ángulo en radianes, del cable pasando sobre el desviador
 $\gamma_{M,fr}$ es el factor parcial de fricción.

NOTA el factor parcial $\gamma_{M,fr}$ podrá figurar en el Anexo Nacional. Se recomienda el valor $\gamma_{M,fr} = 1,65$.

(2) Si no se satisface (1), debe ser proporcionada una fuerza adicional F_r por las abrazaderas, tal que

$$\frac{F_{Ed1} - \frac{k \cdot F_r \cdot \mu}{\gamma_{M,fr}}}{F_{Ed2}} \leq e^{\left\{ \frac{\mu\alpha}{\gamma_{M,fr}} \right\}} \quad (6.8)$$

donde k normalmente se considera como 1,0 pero podrá adoptarse como 2,0 si puede garantizarse la fricción completa en las ranuras del desviador y en la abrazadera por sí mismos y F_r no debe superar la resistencia del cable a las fuerzas de sujeción, consulte 6.3.3

$\gamma_{M,fr}$ es el factor parcial para la resistencia por fricción

(3) Para determinar F_r de tornillos pretensados, deben considerarse los siguientes efectos:

- largo de la terminación sobrante
- reducción del diámetro si se aumenta la tensión
- compactación/lechos hacia abajo de cable o desgaste
- reducción de precarga de los tornillos de la abrazadera por cargas externas
- temperatura diferencial.

6.3.3 Presión transversal

(1) La presión transversal q debida fuerza radial de la sujeción F_r debe limitarse a

$$\frac{q_{Ed}}{q_{Rd}} \leq 1 \quad (6.9)$$

Where $q_{Rd} = \frac{F_r}{d/L}$ with $0.6d \leq d' \leq d$, see Figure 6.1b)

$q_{Rd} = \frac{q_{Rk,r}}{\gamma_{M,bed}}$ limit value of transverse pressure determined from tests

$\gamma_{M,bed}$ is the partial factor.

NOTE For calculating q the pressure from F_{Ed1} need not be considered as it is limited by the rules in 6.3.1.

(2) In the absence of tests values for q_{Rk} the limit values of transverse pressure q_{Rk} are given in Table 6.4.

NOTE 1 The limit values q_{Rk} in combination with $\gamma_M = 1.00$ would lead to a reduction of the breaking strength of the cable by no more than 3%.

Table 6.4: Limit values q_{Rk}

Type of cable	Limit pressure q_{Rk} [N/mm ²]	
	Steel clamps and saddles	Cushioned clamps and saddles
Full locked coil rope	40	100
Spiral strand rope	25	60

NOTE 2 Cushioned clamps have a layer of soft metal or spray zinc coating with a minimum thickness of 1 mm.

6.3.4 Design of saddles

(1) Cable saddles should be designed for a cable force of k times the characteristic breaking strength F_{uk} of the cables.

NOTE The factor k may be specified in the National Annex. The value $k = 1.05$ is recommended.

$$\frac{q_{Ed}}{q_{Rd}} \leq 1 \quad (6.9)$$

Donde $q_{Rd} = \frac{F_r}{d/L}$ con $0.6d \leq d' \leq d$, véase el cuadro 6.1b)

$q_{Rd} = \frac{q_{Rk,r}}{\gamma_{M,bed}}$ valor límite de la presión transversal determinada a partir de pruebas

$\gamma_{M,bed}$ es el factor parcial.

NOTA Para el cálculo de la presión q de F_{Ed1} no deben considerarse las normas 6.3.1.

(2) En ausencia de pruebas de valores para q_{Rk} los límites de los valores de presión transversal q_{Rk} se dan en la Tabla 6.4.

NOTA 1 El límite de los valores q_{Rk} en combinación con $\gamma_M = 1.00$ conduciría a una reducción de la fuerza de rotura del cable por no más de un 3%

Tabla 6.4: Límite de los valores q_{Rk}

Tipo de cable	Presión Límite q_{Rk} [N/mm ²]	
	Abrazaderas de acero y desviadores	Abrazaderas enfundadas y desviadores
Cordón cerrado completo	40	100
Tendón trenzado en espiral	25	60

NOTA 2 Las abrazaderas enfundadas tienen una capa de metal blando o un recubrimiento con spray de zinc con un espesor mínimo de 1 mm.

6.3.4 Diseño de desviadores

(1) Los desviadores de los cables deben ser diseñados para una fuerza de cable k veces la resistencia característica a la rotura F_{uk} de los cables.

NOTA El factor k puede especificarse en el Anexo Nacional. Se recomienda $k = 1.05$.

6.4 Clamps

6.4.1 Slipping of clamps

(1) Where clamps shall transmit longitudinal forces to a cable and the parts are not mechanically keyed together, slipping shall be prevented by verifying

$$F_{Ed,fr} = \frac{(E_{Ed, \perp} + F_r) \mu}{\gamma_{M,fr}} \quad (6.10)$$

Where

F_{Ed} is the component of external design load parallel to the cable

$F_{Ed, \perp}$ is the component of the external design load perpendicular to the cable

F_r is the clamping force considered that may be reduced by items in 6.3.2(3)

μ is the coefficient of friction

$\gamma_{M,fr}$ is the partial factor for friction

NOTE The partial factor $\gamma_{M,fr}$ may be determined in the National Annex. The partial factor $\gamma_{M,fr}$ = 1,65 is recommended.

6.4.2 Transverse pressure

(1) For $F_{Ed, \perp}$ or $F_{Ed} + F_r$ (whichever is greater) the transverse pressure should be limited according to 6.3.3.

6.4.3 Design of clamps

(1) Clamps and their fittings, anchoring secondary elements (e.g. hangers) on a main cable (e.g. a suspension cable) shall be designed as for end terminations for the secondary element for a hypothetical force equivalent to the characteristic value of the proof strength F_k of the secondary element clamped, see Figure 6.2.

6.4 Abrazaderas

6.4.1 Deslizamiento de las abrazaderas

(1) Cuando las abrazaderas deberán de transmitir fuerzas longitudinales a un cable, y las partes no están mecánicamente codificadas juntas, el deslizamiento deberá evitarse mediante la comprobación de

$$F_{Ed,fr} = \frac{(E_{Ed, \perp} + F_r) \mu}{\gamma_{M,fr}} \quad (6.10)$$

Donde

F_{Ed} es el componente de diseño externo carga paralelo al cable

$F_{Ed, \perp}$ es el componente de la carga de diseño externo perpendicular al cable

F_r se considera la fuerza de sujeción que podrá reducirse por elementos de 6.3.2(3)

μ es el coeficiente de fricción

$\gamma_{M,fr}$ es el factor parcial de fricción

NOTA El factor parcial $\gamma_{M,fr}$ podrá determinarse en el Anexo Nacional. El factor parcial $\gamma_{M,fr}$ recomendado es de 1,65.

6.4.2 Presión Transversal

(1) Para $F_{Ed, \perp}$ o $F_{Ed} + F_r$ (la que sea mayor) la presión transversal debe ser limitada según 6.3.3. y

6.4.3 Diseño de abrazaderas

(1) Las abrazaderas y sus accesorios, anclando elementos secundarios (por ejemplo, péndolas) sobre un cable principal (por ejemplo un cable de suspensión) deberán ser diseñadas como para las terminaciones finales para el elemento secundario, para una hipotética fuerza equivalente para el valor característico de la prueba de resistencia F_k del elemento secundario abrazado, véase figura 6.2.

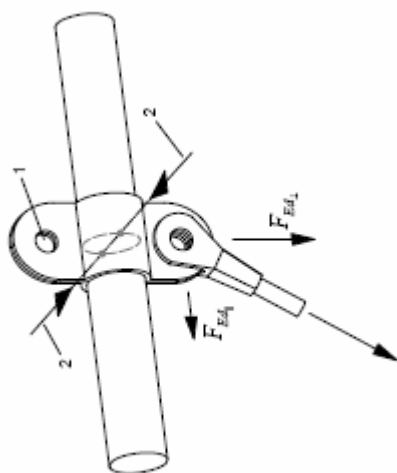


Figure 6.2: Clamp

NOTE F_k is not directly related to ULS. By the use of F_k capacity design (see EN-1993-1-1, 1.5.8) is applied.

7 Serviceability limit states

7.1 Serviceability criteria

- (1) The following serviceability criteria should be considered.
 1. Deformations or vibrations of the structure that may influence the design of the structure
 2. The behaviour of high strength tension components themselves that are related to their elastic behaviour and durability
 - (2) Limits for deformations or vibrations may result in stiffness requirement governed by the structural system, the dimensions and the preloading of high strength tension components, and by the slipping resistance of attachments.
 - (3) Limits to retain elastic behaviours and durability are related to maximum and minimum values of stresses for serviceability load combinations.
 - (4) Bending stresses in the anchorage zone may be reduced by constructive measures (e.g. neoprene pads for transverse loading).

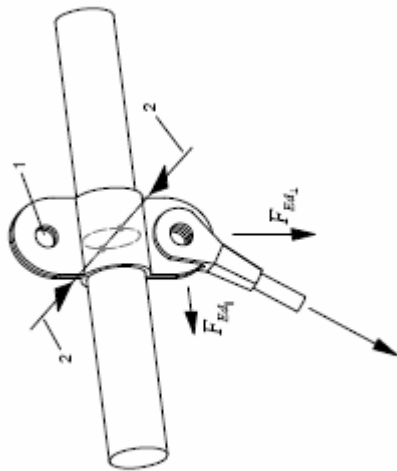


Figure 6.2: Abrazadera

NOTE F_k no está relacionado directamente con los ELU. Se aplica mediante el uso de la capacidad de diseño F_k (consulte EN-1993-1-1, 1.5.8).

7 Estados de límite de servicio

7.1 Criterios de capacidad de servicio

- (1) Deben considerarse los siguientes criterios de capacidad de servicio.
 1. Las deformaciones o vibraciones de la estructura que pueden influir en el diseño de la estructura
 2. El comportamiento propio de los elementos de alta resistencia a la tensión que estén relacionados con su comportamiento elástico y con la durabilidad
 - (2) Los límites para las deformaciones o para las vibraciones pueden resultar un requisito de rigidez gobernado por el sistema estructural, las dimensiones y la precarga de componentes de alta resistencia a la tensión y por la resistencia del deslizamiento de lo elementos añadidos.
 - (3) Los límites para conservar comportamientos elásticos y para la durabilidad están relacionados con los valores máximo y mínimo de tensiones para combinaciones de carga de servicio.
 - (4) Las tensiones del momento en la zona de anclaje podrán reducirse mediante medidas constructivas (por ejemplo, pastillas de neopreno para la carga transversal).

7.2 Recommendations for stress limits

- (1) Stress limits may be introduced for rare load combinations for the following purposes:
- to keep stresses in the elastic range for the relevant design situations during construction and in the service phase,
 - to limit strains controlling the durability behaviour and also cater for uncertainty in the fatigue design to sections 8 and 9,
 - to cover ULS verifications for linear and sublinear (non linear) structural response to actions.

- (2) Stress limits may be related to the breaking strength

$$\sigma_{uk} = \frac{F_{uk}}{A_m} \quad (7.1)$$

see equation (6.3).

NOTE 1 The National Annex may give values for stress limits f_{const} and f_{SLs} . Recommended values for stress limits f_{const} are given in Table 7.1 for the construction phase and for stress limits f_{SLs} in Table 7.2 for service conditions.

Table 7.1: Stress limits f_{const} for the construction phase

Conditions for erection using strand by strand installation	f_{const}
First strand for only a few hours	0,60 σ_{uk}
After instalment of other strands	0,55 σ_{uk}

NOTE 2 The stress limits follow from

$$f_{const} = \frac{\sigma_{uk}}{1,50 \cdot \gamma_R \gamma_F} = \frac{0,66 \cdot \sigma_{uk}}{\gamma_R \gamma_F} \quad (7.2)$$

with $\gamma_R \times \gamma_F = 1,0 \times 1,10 = 1,10$ for short term situations
 $\gamma_R \times \gamma_F = 1,0 \times 1,20 = 1,20$ for long term situations

Table 7.2: Stress limits for service conditions

Model uncertainty for fatigue	f_{SLs}
Fatigue design including bending stresses *)	0,50 σ_{uk}
Fatigue design without bending stresses	0,45 σ_{uk}
*) Bending stresses may be reduced by detailing measures, see 7.1(2).	

7.2 Recomendaciones para los límites de tensiones

- (1) Los límites de tensión podrán introducirse para combinaciones poco comunes de carga, para los siguientes propósitos:
- para mantener las tensiones en el rango elástico para las situaciones de diseño pertinentes durante la construcción y en la fase de servicio,
 - limitar las deformaciones controlando el comportamiento de la durabilidad y también atender a la incertidumbre del diseño de fatiga para las secciones 8 y 9,
 - para cubrir las verificaciones de ELU para respuesta estructural lineal y sublineal (no lineal) de las acciones.

- (2) Los límites de tensión pueden estar relacionados con la fuerza de rotura

$$\sigma_{uk} = \frac{F_{uk}}{A_m} \quad (7.1)$$

consulte la ecuación (6.3).

NOTA 1 El Anexo Nacional puede dar valores para límites de tensión de f_{const} y de f_{SLs} . Los valores recomendados para los límites de tensión f_{const} se especifican en la tabla 7.1 para la fase de construcción y en la tabla 7.2 para condiciones de servicio para límites de tensión f_{SLs} .

Tabla 7.1: Límites de tensión f_{const} para la fase de construcción

Condiciones para la erección mediante la instalación tendón por tendón	f_{const}
Primer tendón por sólo unas horas	0,60 σ_{uk}
Después de la instalación de los otros tendones	0,55 σ_{uk}

NOTA 2 Los límites de tensión se desprenden de

$$f_{const} = \frac{\sigma_{uk}}{1,50 \cdot \gamma_R \gamma_F} = \frac{0,66 \cdot \sigma_{uk}}{\gamma_R \gamma_F} \quad (7.2)$$

con $\gamma_R \times \gamma_F = 1,0 \times 1,10 = 1,10$ para situaciones de corto plazo
 $\gamma_R \times \gamma_F = 1,0 \times 1,20 = 1,20$ para situaciones de largo plazo

La tabla 7.2: Límites de tensión para condiciones de servicio

Modelo con incertidumbres por fatiga	f_{SLs}
Diseño de fatiga incluyendo tensiones de momentos*)	0,50 σ_{uk}
Diseño de fatiga sin tensiones de momentos	0,45 σ_{uk}
*) La Tensión causada por los momentos, podrá reducirse con medidas detalladas, ver 7.1(2).	

NOTE 3 The stress limits follow from

$$f_{ELSt} = \frac{\sigma_{uk}}{1,50 \cdot \gamma_R \gamma_F} = \frac{0,66 \cdot \sigma_{uk}}{\gamma_R \gamma_F} \quad (7.3)$$

with $\gamma_R \times \gamma_F = 0,9 \times 1,48 = 1,33$ with consideration of bending stresses
 $\gamma_R \times \gamma_F = 1,0 \times 1,48 = 1,48$ without consideration of bending stresses
 where $\gamma_F \sim \gamma_Q = 1,50 \sim 1,48$

NOTE 4 The stress limit $f_{SLs} = 0,45 \cdot \sigma_{uk}$ is used for testing, see Annex A.

8 Vibrations of cables

8.1 General

(1) For cables exposed to climatic conditions (e.g. for stay cables) the possibility of wind-induced vibrations during and after erection and their significance on the safety should be checked.

(2) Dynamic wind forces acting on the cable may be caused by

- buffeting (from turbulence in the on-coming air flow)
- vortex shedding (from von Karman vortices in the wake behind the cable)
- galloping (self induction)
- wake galloping (fluid-elastic interaction of neighbouring cables)
- interaction of wind, rain and cable

NOTE Galloping is not possible on a cable with a circular cross section for symmetry reasons. This phenomenon may arise on cables with shapes altered, due to ice, dust, helical shapes of cable etc.

Forces due to c), d) and e) are a function of the motion of the cable (feedback) and due to ensuing aero elastic instability lead to vibrations of large amplitudes starting at a critical wind speed. As the mechanism of dynamic excitation is not yet sufficiently modelled to make reliable predictions measures should be provided to limit unforeseen vibrations.

(3) Cable vibrations may also be caused by dynamic forces acting on other parts of the structure (girder, pylon).

NOTE This phenomenon is often referred to as "parametric excitation" and is responsible for vibrations of large amplitudes in case of overlapping between stay eigenfrequencies and structure eigenfrequencies.

NOTE 3 Los límites de tensión se desprenden de

$$f_{ELSt} = \frac{\sigma_{uk}}{1,50 \cdot \gamma_R \gamma_F} = \frac{0,66 \cdot \sigma_{uk}}{\gamma_R \gamma_F} \quad (7.3)$$

con $\gamma_R \times \gamma_F = 0,9 \times 1,48 = 1,33$ con consideración de tensiones de momentos
 $\gamma_R \times \gamma_F = 1,0 \times 1,48 = 1,48$ sin consideración de tensiones de momentos
 donde $\gamma_F \sim \gamma_Q = 1,50 \sim 1,48$

NOTE 4 Los límites de las tensiones $f_{ELS} = 0,45 \cdot \sigma_{UK}$ son usados en pruebas, véase Anexo A.

8 Vibraciones de cables

8.1 General

(1) Para cables expuestos a condiciones climáticas (por ejemplo, para tirantes) la posibilidad de vibraciones inducida por el viento durante y después de su erección y su importancia relativa a la seguridad, debe comprobarse.

(2) Las fuerzas dinámicas del viento que actúan sobre el cable pueden ser causadas por

- azotes (de las turbulencias en la dirección contraria del flujo)
- generación de vórtices (a partir de vórtices de von Karman en la estela detrás del cable)
- galope (auto inducción)
- estela del galope (interacción fluido elástico de cables vecinos)
- interacción del viento, la lluvia y el cable

NOTE El galope no es posible en un cable de sección transversal circular por razones de simetría. Este fenómeno puede surgir en los cables con formas alteradas, debido al hielo, polvo, formas helicoidales de cable etc.

Las fuerzas debidas a c), d) y e) son función del movimiento del cable (retroalimentación) y debidas a la subsiguiente inestabilidad elástica aérea que conducen las vibraciones de grandes amplitudes comenzando a una velocidad de viento crítica. Como el mecanismo de excitación dinámica no es todavía suficientemente modelada para hacer fiables las predicciones, deberían proporcionarse medidas para limitar las vibraciones imprevistas.

(3) Las vibraciones del cable también pueden ser causadas por las fuerzas dinámicas actuando en otras partes de la estructura (viga, torres de alta tensión).

NOTE Este fenómeno se conoce a menudo como "excitación paramétrica" y es responsable de las vibraciones de grandes amplitudes en caso de solape entre frecuencias del tirante y las frecuencias de la estructura.

8.2 Measures to limit vibrations of cables

- (1) Cable structures should be monitored for excessive wind induced vibrations either by visual inspection or other methods that allow a more accurate determination of the involved amplitudes, modes and frequencies and the accompanying wind and rain characteristics.
- (2) Provisions should be made in the design of a cable structure to enable implementation of vibration-suppressing measures during or after erection if unforeseen vibrations occur.
- (3) Such measures are:
 - a) modification of cable surface (aerodynamic contour)
 - b) additional damping (e.g. by damping devices)
 - c) stabilizing cables (e.g. by tie-down cables with appropriate connections)

8.3 Estimation of risks

NOTE The complexity of the physical phenomena involved means it is not always possible to assess the risk of cable vibration. Conversely, economic constraints prohibit specifying “unnecessary” preventive measures. The following rules are guides intended to help to reach a trade-off.

- (1) Rain-wind instability must systematically be prevented by design precautions; this involves cable stays with texturing.
- (2) The risk of vibration increases with cable stay length. Short cable stays (less than ~~about~~ 70 – 80 m) generally involve no risk, other than of parametric resonance in the case of a particularly unstable structure (poorly shaped and flexible deck). There is therefore generally no need to make provisions for dampers on short cable stays.
- (3) For long cable stays (more than 80 m), it is recommended that dampers be installed to obtain a damping ratio to critical greater than 0,5 %. It might be possible to dispense with dampers on the back span cable stays if the spans are so short that there is likely no major displacement of anchorages.
- (4) The risk of parametric resonance should be assessed at the design stage by means of a detailed study of the eigenmodes of the structure and cable stays, involving the ratio of angular frequencies and anchorage displacement for each mode.
- (5) Everything should be done to avoid overlapping of frequencies, i.e. situations where the cable stay's frequency of excitation Ω is close to (within 20 % of) the structure's frequency ω_n or $2\omega_n$. If necessary, stability cables can be used to offset the modal angular frequencies of the cable

8.2 Medidas para limitar las vibraciones de cables

- (1) Las estructuras de cables deben ser monitoreadas frente a las vibraciones de viento excesivo inducidas por inspección visual, o por otros métodos que permitan una determinación más exacta de las amplitudes involucradas, modos y frecuencias y las características de viento y la lluvia que lo acompañen.
- (2) Deben hacerse provisiones en el diseño de una estructura de cable para permitir la aplicación de medidas de supresión de vibración durante o después de la erección, si se producen vibraciones imprevistas.
- (3) Dichas medidas son:
 - a) modificación de superficie de cable (contorno de aerodinámica)
 - b) amortiguaciones adicionales (por ejemplo, mediante dispositivos de amortiguación)
 - c) estabilización de cables (por ejemplo, mediante amarrado de cables con conexiones adecuadas)

8.3 Estimación de riesgos

NOTA La complejidad de los fenómenos físicos involucrados significa que no siempre es posible evaluar el riesgo de vibración del cable. Por el contrario, las limitaciones económicas prohíben específicamente medidas preventivas innecesarias. Las reglas siguientes son guías destinadas a contribuir a alcanzar un equilibrio.

- (1) La inestabilidad lluvia-viento ha de evitarse sistemáticamente por las precauciones de diseño; esto implica tirantes con textura.
- (2) El riesgo de vibración aumenta con la longitud del tirante. Tirantes cortos (menos de 70-80 m) por lo general no implican ningún riesgo, distintos de los de resonancia paramétrica en el caso de una estructura particularmente inestable (pobremente formada y de tablero flexible). Por lo tanto generalmente no hay necesidad de hacer provisión de amortiguadores en tirantes cortos.
- (3) Para tirantes largos (más de 80 m), se recomienda que se instalen amortiguadores para obtener un coeficiente de amortiguamiento crítico mayor que 0,5%. Es posible prescindir de amortiguadores en los tirantes en el tramo posterior, si los vanos son tan cortos que no es probable ningún desplazamiento principal de los anclajes.
- (4) El riesgo de resonancia paramétrica debe evaluarse en la etapa de diseño por medio de un estudio detallado de los modos de vibración de la estructura de los tirantes, que implican la relación entre las frecuencias angulares y desplazamiento de anclaje para cada modo.
- (5) Debe hacerse todo lo posible para evitar la superposición de las frecuencias, es decir, situaciones donde la frecuencia de excitación del tirante Ω esté cerca a (entre el 20% de) la frecuencia de la estructura ω_n o $2\omega_n$. Si es necesario, pueden utilizarse cables de estabilidad para

compensar las frecuencias angulares modales de los tirantes.

(6) Para garantizar que los usuarios se sientan seguros, la amplitud de la vibración del tirante debe limitarse usando un criterio de respuesta. Por ejemplo, con una velocidad de viento moderado de 15m/s la amplitud de la vibración del tirante no excederá $L/500$, donde L es la longitud del cable.

9 Fatiga

9.1 General

(1) La resistencia de la fatiga de los componentes de tensión con arreglo a las clases 3, 4 ó 5 de la tabla 2.1, se determinará mediante las acciones de fatiga EN 1991 y la categoría apropiada de detalle estructural.

(2) El fallo por fatiga de los sistemas de cable normalmente se produce en, o se rigen por los efectos en los anclajes, desviadores o abrazaderas. La categoría eficaz debe determinarse preferentemente mediante pruebas representativas de la configuración actual utilizada y que reproduzca cualquier efecto de flexión o de tensión transversal probable al que ocurra en la práctica. La evaluación de la prueba debe llevarse a cabo de acuerdo a EN 1990 – Anexo D.

9.2 Cargas axiales fluctuantes

(1) En ausencia de las pruebas descritas en 9.1(2) anterior, se pueden utilizar curvas de fuerza de fatiga de acuerdo con la figura 9.1 y la categoría de fatiga de detalle deben ser tomadas como dada en la versión 9.1 de la tabla.

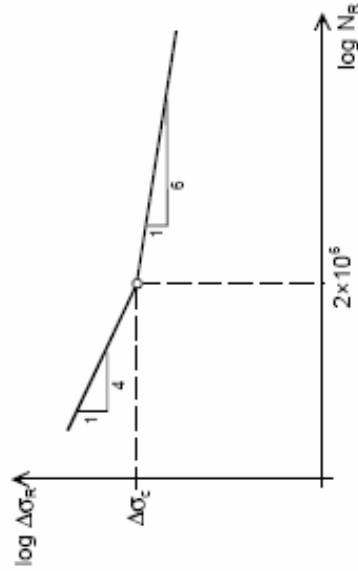


Figura 9.1: Curvas de fuerza de fatiga para componentes en tensión

stays.

(6) To ensure that users feel safe, the amplitude of cable stay vibration should be limited using a response criterion. E.g. with a moderate wind velocity of 15m/s the amplitude of cable stay vibration shall not exceed $L/500$, where L is the cord length.

9 Fatigue

9.1 General

(1) The fatigue endurance of tension components according to classes 3, 4 or 5 to Table 2.1 shall be determined using the fatigue actions from EN 1991 and the appropriate category of structural detail.

(2) Fatigue failure of cable systems usually occurs at, or is governed by the effects at anchorages, saddles or clamps. The effective category should preferably be determined from tests representing the actual configuration used and reproducing any flexural effect or transverse stresses likely to occur in practice. The test evaluation should be carried out according to EN 1990 – Annex D.

9.2 Fluctuating axial loads

(1) In the absence of the tests described in 9.1(2) above, fatigue strength curves according to Figure 9.1 may be used and the fatigue category of detail be taken as given in Table 9.1.

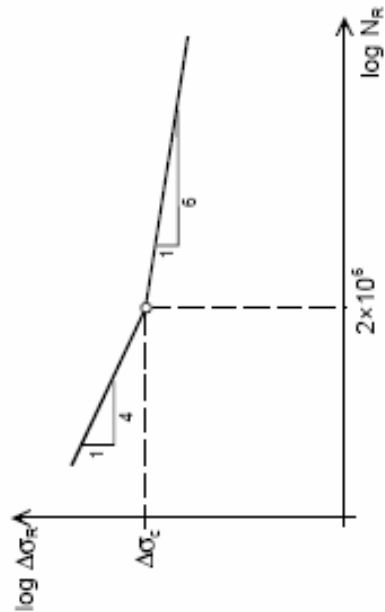


Figure 9.1: Fatigue strength curves for tension components

Tabla 9.1: Detalle de categorías para la resistencia a la fatiga de acuerdo a las curvas de fuerza de fatiga para tendones EN 1993-1-9

Grupo	Elemento de tensión		Categoría de detalle $\Delta\sigma_c$ [N/mm ²]
A	1	Barra de pretensado	105
	2	Cordón cerrado completo con terminales rellenos de metal o resina	150
B	3	Tendones en espiral con terminales rellenos de metal o resina	150
	4	Alambres paralelos con terminales rellenos con epoxi	160
C	5	Agrupaciones de tendones paralelos	160
	6	Agrupaciones paralelas	160

NOTA Las categorías de fatiga en la tabla 9.1 se refieren a las clases de exposición 3 y 4, de acuerdo con la tabla 2.1 y a la acción de fatiga principalmente axial. Para la fatiga axial y lateral son necesarias medidas constructivas adicionales para las acciones (clase 5 de la exposición de acuerdo con la tabla 2.1) con el fin de reducir al mínimo la flexión destaca en la zona de anclaje.

(2) Las categorías dadas en (1) no son válidas, a menos que se apliquen las siguientes condiciones:

- a) cables con terminales que cumplan con los requisitos básicos en el anexo A
- b) el diseño de cables, desviadores y abrazaderas que cumplan con 6
- c) se eviten graves oscilaciones aerodinámicas de cables, consulte 8
- d) se proporcione una adecuada protección contra la corrosión, ver 4.

(3) Para las evaluaciones de la fatiga, consulte EN 1993-1-9.

ANEXO A

A.1 Alcance

(1) El presente anexo proporciona los requisitos para los componentes de tensión y sus terminaciones que se utilizan en edificios y obras de ingeniería civil.

(2) Los requisitos dependen del uso particular de la tensión del componente prefabricado (condición ambiental y carga).

(3) Los siguientes tipos de componentes prefabricados de tensión se incluyen

- Grupo A: sistemas de varillas tensionadas, barras
- Grupo C: agrupaciones de alambres paralelos, agrupaciones de barras, agrupaciones de tendones paralelos

A.2 Requisitos básicos

(1) Los componentes de tensión deben cumplir con los siguientes puntos básicos a considerar:
1. la resistencia y ductilidad de los sistema de cable y sus terminaciones incluyendo la durabilidad,

2. la resistencia a la fatiga a la fluctuación de la carga axial además de la tensión de la flexión y

Tabla 9.1: Detail categories for fatigue strength according to the strand fatigue strength curves in EN 1993-1-9

Group	Tension element		Detail category $\Delta\sigma_c$ [N/mm ²]
A	1	Prestressing bars	105
	2	Fully locked coil rope with metal or resin socketing	150
B	3	Spiral strands with metal or resin socketing	150
	4	Parallel wire strands with epoxy socketing	160
C	5	Bundle of parallel strands	160
	6	Bundle of parallel	160

NOTE The fatigue categories in Table 9.1 refer to exposure classes 3 and 4 according to Table 2.1 and to mainly axial fatigue action. For axial and lateral fatigue actions (exposure class 5 according to Table 2.1) additional constructive measures are required in order to minimise bending stresses in the anchorage zone.

(2) The categories given in (1) are not valid unless the following conditions apply:

- a) cables with sockets comply with the basic requirements in Annex A
- b) the design of cables, saddles and clamps complies with 6
- c) serious aerodynamic oscillations of cables are prevented, see 8
- d) adequate protection against corrosion is provided, see 4.

(3) For fatigue assessments see EN 1993-1-9.

ANEXO A

A.1 Scope

(1) This Annex gives the product requirements for tension components and their terminations to be used for buildings and civil engineering works.

(2) The requirements depend on the particular use of the prefabricated tension component (environmental and loading condition).

(3) The following types of prefabricated tension components are included

- Group A: tension rod systems, bars
- Group C: bundles of parallel wires, bundles of bars, bundles of parallel strands

A.2 Basic requirements

(1) Tension components should comply with the following basic points to be considered:
1. strength and ductility of the cable system and its terminations including durability,

2. fatigue resistance to axial load fluctuation plus bending stresses and angular deviations caused by catenary effects, wind forces and erection imperfections,

- desviaciones angulares causadas por efectos de catenaria, fuerzas del viento y las imperfecciones en la erección,
3. condiciones estables de rigidez axial y flexión del sistema de cable,
 4. la resistencia a cualquier acción de corrosión, incluidos los efectos ambientales sobre las barreras de la corrosión en el sistema de cable y, en particular en la región de los anclajes,
 5. la resistencia al desgaste en cualquier contacto entre piezas de acero.
- (2) Las terminaciones y los anclajes de los componentes en tensión deberán diseñarse de tal forma que
1. la resistencia final del componente de tensión se alcance antes de cualquier rendimiento bruto o se producirá otra deformación permanente del anclaje o de los elementos de rodamiento.
 2. su resistencia a la fatiga es superior a la de los componentes,
 3. las instalaciones están disponibles para proporcionar un ajuste adecuado de la longitud del componente para cumplir los requisitos para las tolerancias geométricas, precarga etc.
 4. suficiente articulación se proporciona en el anclaje para atender a la imperfección de la fabricación y de la erección,
 5. los componentes de tensión son reemplazables.
- (3) Estos requisitos deberán cumplirse por
- una adecuada selección de materiales como cables, alambres, aceros, protección de los materiales,
 - adecuada composición y forma de construcción en vistas de la fuerza, la rigidez, la ductilidad y durabilidad así como solidez para la fabricación, el transporte, la manipulación y la instalación,
 - control de calidad de la terminación de conexión para garantizar una alineación exacta de cable.
- (4) El cumplimiento de los requisitos se comprobará mediante las pruebas iniciales para el sistema y de pruebas durante la gestión de la calidad.

A.3 Materiales

- (1) Todos los materiales utilizados deben cumplir con las especificaciones técnicas europeas pertinentes.
- (2) La adecuación del sistema de protección a la corrosión incluyendo la durabilidad de los materiales de relleno y de la protección, debe justificarse mediante pruebas apropiadas.

NOTA Las pruebas pueden demostrar las siguientes funciones básicas:

- protección contra agentes agresivos (químicos, degradación ambiental, Radiación ultravioleta (UV), impactos mecánicos)
- estanqueidad por presión (flexibilidad y durabilidad cuando se dobla de cable)
- durabilidad del color (si es necesario)

3. stable condition of axial and flexural stiffness of the cable system,
 4. resistance to any corrosion action including environmental effects on corrosion barriers in the cable system and in particular in the region of anchorages,
 5. resistance to fretting at any contact between steel parts.
- (2) Terminations and anchorages of the tension components shall be designed such that
1. the ultimate resistance of the tension component would be reached before any gross yielding or other permanent deformation of the anchoring or any bearing elements would occur,
 2. their fatigue resistance exceeds that of the components,
 3. facilities are available for providing adequate adjustment of the component length to meet the requirements for preload, geometrical tolerances etc.,
 4. sufficient articulation is provided in the anchorage to cater for manufacturing and erection imperfection,
 5. the tension components are replaceable.
- (3) These requirements shall be met by
- appropriate choice of materials as wires, strands, steels, protective materials,
 - adequate make up and form of construction in view of strength, stiffness, ductility and durability as well as robustness for manufacturing, transport, handling and installation,
 - quality control of termination fitting to ensure accurate alignment of cable.
- (4) The fulfilment of the requirements shall be verified by initial tests for the system and test during the quality management.

A.3 Materials

- (1) All materials used should comply with the relevant European technical specifications.
- (2) The suitability of the corrosion protection system including the durability of filler and protection materials should be proved by appropriate testing.

NOTE The testing may prove the following basic functions:

- protection against aggressive agents (chemicals, environmental stress cracking, UV, mechanical impacts)
- watertightness (flexibility and durability when cable bends)
- durability of colour (if required)

A.4 Requeriments for tests

A.4.1 General

- (1) The following tests on wire, strands, bars and complete cables shall ensure that they perform as required.
- (2) $F_{0,1k}$ and $F_{uk,e}$ (see 6.2) should be determined in a static tension tests. If necessary for cutting to length (see 3.4) and structural analysis (see 5) the test should follow the expected stress history of the cable in the structure for measuring all relevant data.
- (3) To determine the fatigue strength curve (if necessary) a sufficient number of axial tests should be done at $\sigma_{sup} = 0,45\sigma_{uk}$ (see 7.2(2)) with different values of ΔF (force controlled, not Δl), see Table A.4.1.

Table A.4.1:Severity classes for fatigue load

Type of test	Fatigue loading before fracture test
1 (class 3 and 4)	$\sigma_{sup} = 0,45\sigma_{uk}$ $\Delta\sigma$ according to $\Delta\sigma_c$ given in Table 9.1 $\Delta\alpha = 0$ $n = 2 \times 10^6$ cycles
2 axial and flexural test (class 5)	$\sigma_{sup} = 0,45\sigma_{uk}$ $\Delta\sigma$ according to $\Delta\sigma_c$ given in Table 9.1 $\Delta\alpha = 0 - 10$ milliradians (0 - 0,7 degrees) $n = 2 \times 10^6$ cycles

- (4) If the tension component is used for a structure under fatigue loading and the fatigue resistance is verified according to 9.2(2) at least one test with each diameter should be carried out. It should be checked that in an axial test with $\sigma_{sup} = 0,45\sigma_{uk}$ and $\Delta\sigma = 1,25\Delta\sigma_k$ (see Table 9.1) after $2 \cdot 10^6$ cycles the number of broken wires is $< 2\%$ of all wires. No failure shall occur in the anchorage material or in any component of the anchorage during the fatigue tests. No failure is acceptable for bars.
- (5) If the round out radius at the entrance of the cable in the socket is less than 30d the tests (2) and (3) have to be done as axial and flexural tests with the expected angle $\Delta\alpha_c$.
- (6) After fatigue loading, the test specimen shall be reloaded and shall develop a minimum tensile force equal to 92% of the actual tensile strength of the cable or 95% of the minimum ultimate tensile strength of the cable, whichever is greater. The strain at resistance must be $\geq 1,5\%$.
- (7) Fatigue tests in accordance with EN 10138 should be performed with single strands, wires or

A.4 Requisitos para las pruebas

A.4.1 General

- (1) Los siguientes exámenes en alambres, tendones, barras y cables completos se realizarán según sea necesario.
- (2) $F_{0,1k}$ y $F_{uk,e}$ (ver 6.2) deberían determinarse en unas pruebas estáticas de tensión. Si es necesario para el corte a medida (ver 3.4) y para el análisis estructural (véase 5) la prueba debe seguir el historial de la tensión que se espera del cable en la estructura para medir todos los datos pertinentes.
- (3) Para determinar la curva de fuerza de fatiga (si es necesario) debería realizarse un número suficiente de ensayos axiales en $\sigma_{sup} = 0,45\sigma_{uk}$ (véase 7.2(2)) con diferentes valores de ΔF (fuerza controlada, no Δl), véase el cuadro A.4.1.

Tabla A.4.1:Clases de intensidad para la carga de fatiga

Tipo de prueba	Carga antes de la prueba de fractura de fatiga
1 (clases 3 y 4)	$\sigma_{sup} = 0,45\sigma_{uk}$ $\Delta\sigma$ según $\Delta\sigma_c$ dado en la tabla 9.1 $\Delta\alpha = 0$ $n = 2 \times 10^6$ ciclos
2 ensayo axial y de flexión (clase 5)	$\sigma_{sup} = 0,45\sigma_{uk}$ $\Delta\sigma$ según $\Delta\sigma_c$ dado en la tabla 9.1 $\Delta\alpha = 0 - 10$ miliradianes (0 - 0,7 grados) $n = 2 \times 10^6$ ciclos

- (4) Si se utiliza la componente de la tensión para una estructura bajo carga de fatiga y la resistencia a la fatiga se ha verificado de acuerdo con 9.2(2), debe llevarse a cabo al menos una prueba con cada diámetro. Debe comprobarse que en una prueba de axial con $\sigma_{sup} = 0,45\sigma_{uk}$ y $\Delta\sigma = 1,25\Delta\sigma_k$ (véase la tabla 9.1) después de un número de $2 \cdot 10^6$ ciclos, el número de cables rotos es $< 2\%$ de todos los alambres. Ningún fallo deberá ocurrir en el material de anclaje o en cualquier componente del anclado durante las pruebas de fatiga. No se acepta ningún fallo para las barras.
- (5) Si el redondeo exterior del radio a la entrada del cable en el terminal es menor de 30d, las pruebas (2) y (3) tienen que llevarse a cabo como pruebas axiales y de flexión con el ángulo esperado $\Delta\alpha_c$.
- (6) Después de la carga de fatiga, el elemento de prueba deberá ser recargado y deberá desarrollar una fuerza de tracción mínima igual al 92% de la fuerza real de resistencia a la tracción del cable o al 95% de la fuerza de resistencia a la tracción mínima final del cable, la que sea mayor. La deformación en resistencia debe ser $\geq 1,5\%$
- (7) Los ensayos de fatiga de conformidad con EN 10138 deben realizarse con tendones simples,

bars on samples taken from each manufactured length of prestressing steel.

A.4.2 Main tension elements

A.4.2.1 Wires

- (1) Wires after zinc coating if applicable should be tested in an approved testing machine.

A.4.2.2 Strands

- (1) Tests should be carried out for tensile strength, 0,1% proof force and elongation according to EN 10138.
- (2) Deflective tensile strength: the reduction of tensile strength should be less than 20%.

A.4.2.3 Bars

- (1) Tests should be carried out for tensile strength, 0,1% proof force and elongation according to EN 10138.

A.4.3 Strands and complete cables

- (1) If different sizes of one type of strand / rope are used at least 3 representative tests are required. Cables shall be tested with all load-bearing appurtenances and the test load be applied in the same way as in the structure.

A.4.4 Coefficient of friction

- (1) If the coefficient of friction between strands and surfaces of saddles, clamps etc. is determined by testing

- the effects of axial loads on the diameter of the strands,
- the creeping effects from transverse preloading (on filler material and zinc coating including possible ovalisation)

shall be taken into account.

- (2) In the evaluation of the test results due account shall be taken of the fact, that friction can be beneficial or adverse to an effect being considered.

alambres o barras en muestras tomadas de cada longitud manufacturada de acero pretensado.

A.4.2 Elementos de tensión principal

A.4.2.1 Alambres

- (1) Alambres después de ser recubiertos con zinc, en su caso debe ser probado en una máquina de prueba aprobada.

A.4.2.2 Tendones

- (1) Las pruebas deben llevarse a cabo para la resistencia a la tracción, 0,1% prueba de fuerza y elongación según EN 10138.
- (2) Resistencia a la tracción de desviación: la reducción de la resistencia a la tracción debería ser inferior al 20%.

A.4.2.3 Barras

- (1) Deben llevarse a cabo las pruebas para la resistencia a la tracción, 0,1% prueba de fuerza y elongación según EN 10138.

A.4.3 Tendones y cables completos

- (1) Si se utilizan diferentes tamaños de un tipo de tendón / cordón, al menos 3 pruebas representativas serán requeridas. Los cables se ensayarán con todos los accesorios de carga y la prueba de carga debe aplicarse de la misma manera como en la estructura.

A.4.4 Coeficiente de fricción

- (1) Si el coeficiente de fricción entre tendones y superficies de desviadores, abrazaderas etc. se determina mediante pruebas

- los efectos de las cargas axiales en el diámetro de las tendones,
- los efectos sobrantes de precarga transversal (sobre el material de relleno y recubrimiento de zinc, incluyendo posible desgaste)

deberán tenerse en cuenta.

- (2) En la evaluación de los resultados de la prueba, deberá tenerse en cuenta el hecho de que la fricción puede ser beneficiosa o adversa para un efecto que se está estudiando.

A.4.5 Corrosion protection

A.4.5.1 Waterproofing

- (1) To prove the durability of the cable system a test set up with “accelerated ageing” for a complete sample of the lower end of the cable with all anchoring devices stay pipe etc. should be established in which cycles of axial loads and bending and temperature cycles can be simulated.

NOTE For test details see National Annex.

A.4.5.2 Corrosion protection barriers

NOTE For test details, e.g. salt fog tests, see National Annex.

ANNEX B [Informative]- Transport, storage, handling

- (1) Spiral strands and full locked coil cables are supplied in either coils or on reels.

- (2) The minimum reeling diameter should not be below 30 times the rope diameter of full locked coil ropes, 24 times the rope diameter of spiral strand ropes and 16 times the diameter of stranded ropes to prevent possible tripping of the wire.

NOTE The minimum diameter depends on the protection system, storage time and temperature.

Caution for unreeling at temperatures below 5 °C.

- (3) If cables are stored in coils each coil should be properly ventilated (no direct ground contact) to prevent any formation of white blister which may be caused by condensation water.

- (4) Cables must be handled with utmost care when being installed. Coils require a turn-table for horizontal dereeling.

- (5) The following general rules shall be observed:

- remove serving not before cable has been installed,
- have a bending radius not smaller than $30 \cdot \text{cable diameter}$,
- do not bend cables, do not pull across sharp edges,
- neither twist or untwist cables (observe cable marking line).

A.4.5 Protección contra la corrosión

A.4.5.1 Estanqueidad

- (1) Para demostrar la durabilidad del sistema de cables, debe establecerse una prueba de “envejecimiento acelerado”, donde pueden ser simulados los ciclos de cargas axiales y ciclos de flexión y la temperatura, para un ejemplo completo del extremo inferior del cable, con todos los dispositivos de anclaje, tubería del tirante, etc.

NOTA Para obtener detalles de prueba véase anexo nacional.

A.4.5.2 Barreras de protección frente a la corrosión

NOTA Para obtener detalles de la prueba, por ejemplo pruebas de niebla salada, ver anexo nacional.

ANEXO B [Informativo]- Transporte, almacenaje, manejo

- (1) Los tendones en espiral y los cordones compactados se suministran en bobinas o en carretes.

- (2) El diámetro mínimo de enrollado no debe estar por debajo de 30 veces el diámetro si se trata de un cordón compactado, 24 veces el diámetro si se trata de tendones trenzados en espiral y de 16 veces el diámetro para cordones estándares, para evitar posibles jaulas en el alambre.

NOTA El diámetro mínimo depende del sistema de protección, tiempo de almacenamiento y de la temperatura.

Se ha de tener precaución especial para desenrollado a temperaturas inferiores a 5 °C.

- (3) Si los cables se almacenan en bobinas, cada bobina debe estar adecuadamente ventilada (no ha de haber ningún contacto directo con el suelo) para prevenir cualquier formación de burbujas blancas que puede ser causadas por el agua de condensación.

- (4) Los cables deben tratarse con sumo cuidado cuando se están instalando. Las bobinas requieren una mesa-torno para su desenrollado horizontal.

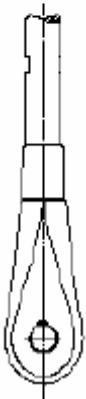
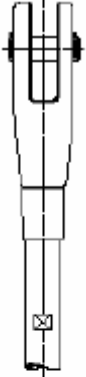
- (5) Deberán observarse las normas generales siguientes:

- quitar el servicio no antes de que se ha instale el cable,
- tener un radio de curvatura no menor de 30 veces el diámetro del cable,
- no doblar los cables, no estirar transversalmente los extremos sueltos,
- no enrollar o desenrollar los cables (observar la línea de marcado del cable).

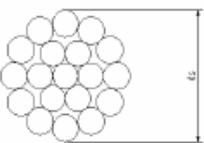
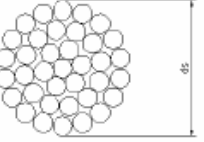
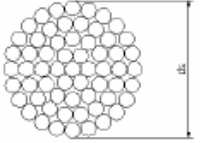
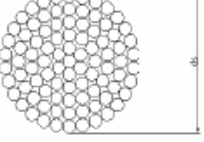
Annex C [informative] - Glossary

NOTE See EN 12385, Part 2.

C.1 Products Group A

Tension rod system	
	


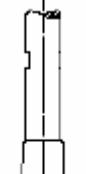
C.2 Products Group B

Spiral strand rope				
				
	Construction	1 x 19	1 x 37	1 x 61
	Diameter d _s [mm]	3 to 14	6 to 36	20 to 40
	Strand	1	1	1
	Wire per strand	19	37	61
Outer wire per strand		12	18	24
	Nominal metallic area factor C	0.6	0.59	0.58
	Breaking force factor K	0.525	0.52	0.51

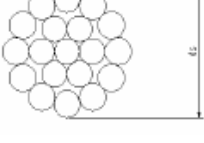
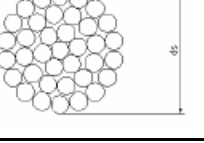
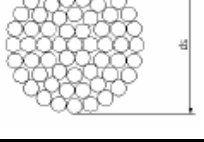
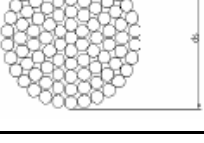
Anexo C [informativo] - Glosario

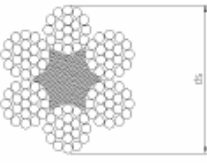
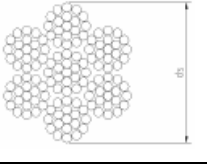

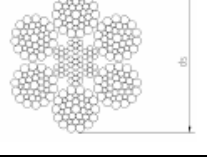
NOTA Consulte EN 12385, parte 2.



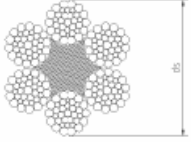

C.1 Productos Grupo A

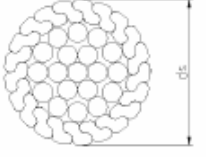
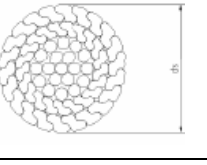
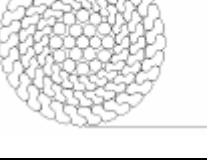
Sistemas de varillas tensionadas	
	




C.2 Productos Grupo B

Cordón trenzado en espiral				
				
	Construcción	1 x 19	1 x 37	1 x 61
	Diámetro d _s [mm]	3 a 14	6 a 36	20 a 40
	Tendón	1	1	1
	Alambre por Tendón	19	37	61
Alambre exterior por tendón		12	18	24
	Área metálico nominal factor C	0.6	0.59	0.58
	Fuerza de rotura factor K	0.525	0.52	0.51

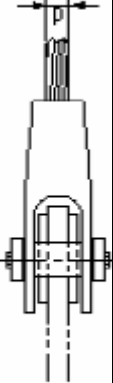
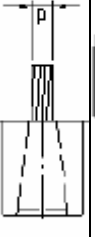

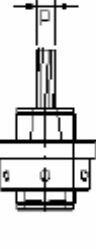
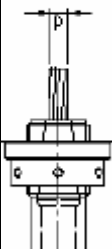
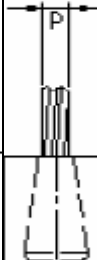
Strand rope				
				
Construction	6 x 19-CF	6 x 19-CWS	6 x 36WS-CF	6 x 36WS-CWR
Diameter d_s [mm]	6 to 40	6 to 40	6 to 40	6 to 40
Strand	6	6	6	6
Wire per strand	18	18	36	36
Outer wire per strand	12	12	14	14
Nominal metallic area factor C	0.357	0.414	0.393	0.455
Breaking force factor K	0.307	0.332	0.329	0.355

Tendón				
				
Construction	6 x 19-CF	6 x 19-CWS	6 x 36WS-CF	6 x 36WS-CWR
Diameter d_s [mm]	6 a 40	6 a 40	6 a 40	6 a 40
Tendón	6	6	6	6
Alambre por Tendón	18	18	36	36
Alambre exterior por tendón	12	12	14	14
Área metálico nominal factor C	0.357	0.414	0.393	0.455
Fuerza de rotura factor K	0.307	0.332	0.329	0.355

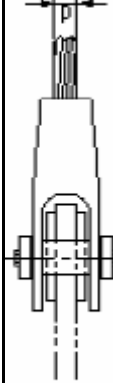
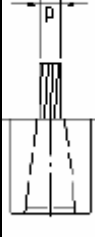

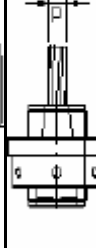
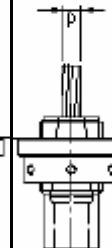
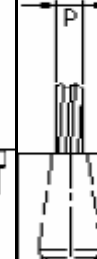
Full locked coil rope				
				
Construction	1 layer Z-wires	2 layer Z-wires	≥ 3 layer Z-wires	
Diameter d_s [mm]	20 to 40	25 to 50	40 to 180	
Tolerance d	+5%	+5%	+5%	
Nominal metallic area factor C	0.636	0.660	0.700	
Breaking force factor K	0.585	0.607	0.643	
NOTE: Nominal metallic factor and breaking force factor acc EN 12385-2				

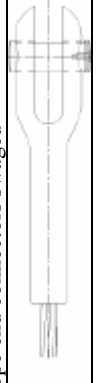
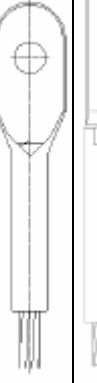

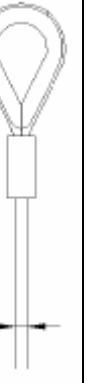
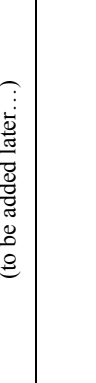
Cordón de bobina bloqueado completa				
				
Construction	1 capa Cables-Z	2 capas Cables-Z	≥ 3 capas Cables-Z	
Diameter d_s [mm]	20 a 40	25 a 50	40 a 180	
tolerancia d	+5%	+5%	+5%	
Área metálico nominal factor C	0.636	0.660	0.700	
Fuerza de rotura factor K	0.585	0.607	0.643	
NOTA El factor nominal metálico y el factor de rotura acc EN 12385-2				


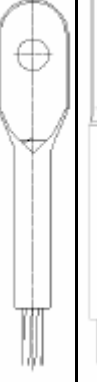


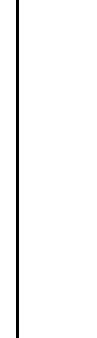
C.3 Wire rope end connectors

Wire rope end connectors – Metal or resin socketing acc. EN 13411-4	
Open spelter socket	
Cylindrical socket	
Conical socket with internal thread and tension rod	
Cylindrical socket with external thread and nut	
Cylindrical socket with internal and external thread and nut	
Cylindrical socket with internal thread and tension rod	

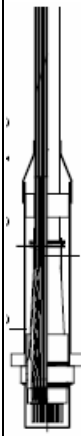
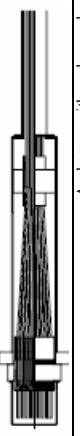


C.3 Terminales para Cordones

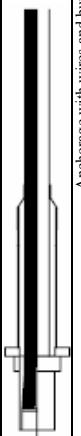

Terminales para Cordones – Terminal con metal o resina fundida EN 13411-4	
Terminal abierto de acero forjado	
Terminal cilíndrico	
Terminal cónico con fileteado interno y tensión de varilla	
Zócalo cilíndrico con rosca externa y la nuez	
Terminal cilíndrico con rosca interna y externa y tuerca	
Terminal cilíndrico con rosca interna y varilla de tensión	

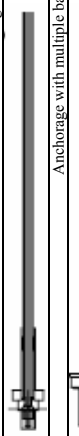

Wire rope end connectors swaged	
Open swaged socket	
Closed swaged socket	
Swaged fitting with thread	
Thimble with swaged aluminum ferrule acc. EN 13411-3	
U-bolt grip acc. EN 13411-5	
(to be added later...)	

Terminales de alambres prensados	
Terminal abierto prensado	
Terminal cerrado prensado	
Terminal ajustado fileteado	
Guardacabos con casquillo de aluminio prensado EN 13411-3	
Abrazaderas en forma de U EN 13411-5	
(será añadido más tarde...)	

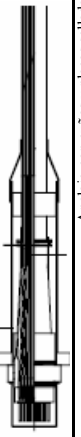
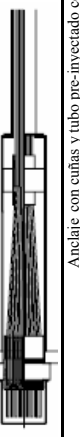
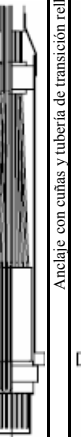
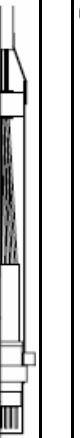
C.4 Product Group C

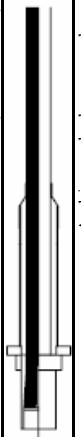

Bare strands, P E- or epoxy-coated strands	
Live end anchorage	
Anchorage with wedges and postgrouted bond socket – bare strands, PE- or epoxy-coated strands	
Anchorage with wedges and sealing plates – PE-coated strands	
Anchorage with wedges and pregrouted pipe – PE-coated strands	
Anchorage with wedges and wax filled transition pipe – PE-coated strands	

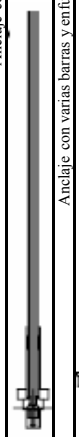

Bars	
Live end anchorage	
Anchorage with wires and compound filled socket	
Anchorage with wires and button heads filled with epoxy resin	

Bars	
Live end anchorage	
Anchorage with single bar	
Anchorage with multiple bars and steel sheathing, grouted	

C.4 Productos Grupo C

Tendones descubiertos, cables recubiertos de polietileno o epoxi	
Terminal directo	
Anclajes con cuñas y enlace casquillo post-inyectado de grout – Tendones descubiertos, tendones recubiertos con Polietileno o epoxy	
Anclaje con cuñas y placas selladas – tendones recubiertos de Polietileno	
Anclaje con cuñas y tubo pre-inyectado con grout – tendones recubiertos de Polietileno	
Anclaje con cuñas y tubería de transición relleno de cera – tendones recubiertos de Polietileno	

Barras	
Terminal directo	
Anclaje con alambres y casquillo relleno compuesto	
Anclaje con alambres y capuchones de cabezas rellenos con resina epoxi	

Barras	
Terminal directo	
Anclaje con barra única	
Anclaje con varias barras y enfundado de acero inyectado con grout	

Prestressed steel structures: historical and technological analysis.

A. Masullo

Marigliano, Napoli, Italy

V. Nunziata

Stadio Nunziata, Palma Campania, Napoli, Italy

ABSTRACT: This paper deals with the historical development of the technique of prestressing; from prestressed concrete (P.C.) to prestressed steel (P.S.). The latter is described in terms of its realization. In addition, several Italian cases are reviewed, which have adopted this technique and finally some experimental work is presented which shows the advantages that the widespread use of P.S. can bring to the sphere of the construction sector.

1 INTRODUCTION

Although seemingly recent, prestressed steel is a material whose origins date back a long way. The adoption of the technique of prestressing is attributed to Paxton, who in 1851, utilized this technique for the realization of Crystal Palace (fig. 1), unaware of the great discovery he had made.

Pretensado de estructuras de acero: análisis histórico y tecnológico. TRADUCCIÓN IGNACIO COSTALES

R. Masullo

Marigliano, Nápoles, Italia

V. Nunziata

Estadio Nunziata, Palma de Campania, Nápoles, Italia

RESUMEN: Este artículo se refiere a la evolución histórica de la técnica de pretensado; de hormigón pretensado (H.P.) para acero pretensado (A.P.). Este último se describe en términos de su realización. Además, se revisan varios casos italianos que han adoptado esta técnica y finalmente algunos trabajos experimentales que se presentaron y que muestran las ventajas que puede aportar el uso generalizado de A.P. a la esfera del sector de la construcción.

1 INTRODUCCIÓN

Aunque aparentemente reciente, el acero pretensado es un material cuyos orígenes remontan un largo camino. La adopción de la técnica de pretensado se atribuye a Paxton, quien en 1851, utilizó esta técnica para la realización de Crystal Palace (fig. 1), inconsciente del gran descubrimiento había hecho.



Figure 1. Crystal Palace.

Koenen was the first to propose prestressing steel bars. He suggested doing this in 1907, before applying concrete, in order to avoid the formation of cracks and thus stumbled across the innovation of reinforced concrete (R.C.). Unfortunately however, his attempts failed because at that time the phenomena of flange and shrinkage were unknown. In fact, the real "father" of prestressing is Eugène Freyssinet (fig.2), who in 1928 defined prestressing as a technique which consists in subjecting a material, in his case reinforced concrete, to loads which produce stresses opposed to those in operation, through the use of cables which have first been laid in the stressed mass.

The reasons which gave rise to this material may be found in the mechanical characteristics of concrete which, in fact, shows great ability to absorb forces of compression but a low resistance to tension which is allowed to be absorbed by the metallic reinforcement. The latter, in its turn, under the effect of tension tends to lengthen and, on account of the phenomenon of bonding, pulls the concrete along with it.



Figura 1. Palacio de cristal.

Koenen fue el primero en proponer pretensar barras de acero. Sugirió hacer esto en 1907, antes de aplicarse en el hormigón, a fin de evitar la formación de grietas y tropezó así a través de la innovación de hormigón armado (H.A.). Sin embargo, por desgracia sus intentos fracasaron debido a que en ese momento eran desconocidos los fenómenos de fluencia y contracción. De hecho, el verdadero "padre" de pretensado es Eugène Freyssinet (fig.2), que en 1928 define el pretensado como una técnica que consiste en someter un material, en su caso hormigón armado, para cargas que producen tensiones que se oponen a las de la operación, mediante el uso de cables que primero se hayan establecido en la masa tensionada.

Las razones que dieron origen a este material pueden encontrarse en las características mecánicas del hormigón que, de hecho, muestra gran habilidad para absorber las fuerzas de compresión, pero una baja resistencia a la tensión que está permitida para ser absorbida por el refuerzo metálico. Este último, a su vez, bajo el efecto de tensión tiende a prolongar y, por el fenómeno de enlace, extrae el hormigón junto con ella.



Figura 2. Eugène Freyssinet.

En consecuencia, si los esfuerzos de tensión son altos, el hormigón se fisura. Las grietas no desestabilizan la estructura pero podrían conducir a una posible deformación adicional y exponer al refuerzo al peligro de oxidación, que a su vez produce una reducción de su propia resistencia. Se puede deducir que H.A. puede tolerar cargas hasta el límite de fisuración. A diferencia de H.A., el acero es un material que tiene alta resistencia a la tensión y a la compresión. Como consecuencia de ello, haciendo una comparación entre pretensado de acero y hormigón armado, podemos inmediatamente observar que en primer lugar esta técnica además plantea la calidad y la resistencia a las características de



Figure 2. Eugène Freyssinet.

Consequently, if the stresses of tension are high, the concrete will crack. The cracks do not destabilize the structure but could lead to possible further deformation and expose the reinforcement to the danger of oxidation which in turn produces a reduction of its own resistance. It can be deduced that R.C. can tolerate loads up until the cracking limit. Unlike R.C., steel is a material which has high resistance both to tension and to compression. As a consequence, by making a comparison between prestressed steel and reinforced concrete, we can immediately note that in the first place, this technique further raises both the quality and the resistance to tension and

compression characteristics of the steel (the technique actually manages to create a state of co-action in which the tensions and deformations are opposed to those induced by the loads which will subsequently act upon the structure). In the second place however, it raises the resistance to tension of reinforced concrete which is, in fact, negligible.

1.1 The technologies.

The technique for realizing prestressed steel is achieved through external cables. Here too we notice a further difference with reinforced concrete, which employs different techniques for its realization:

- 1 Bond cables (fig. 3), in which the reinforcements are anchored due to bonding between steel and concrete;
- 2 Sliding cables (fig. 4), in which the reinforcements are placed within plastic sheaths, allowing them to slide.

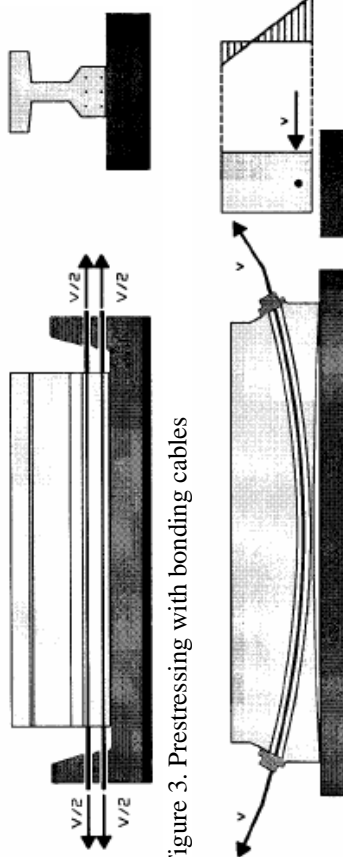


Figure 3. Prestressing with bonding cables

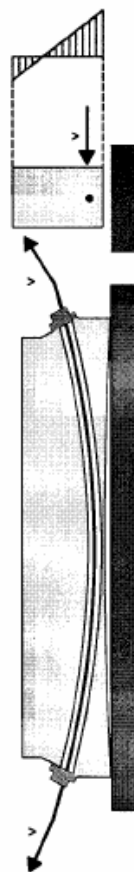


Figure 4. Prestressing with sliding cables.

compresión y tensión del acero (la técnica realmente consigue crear un estado de co-acción en el que las tensiones y deformaciones se oponen a aquellos inducidos por las cargas que posteriormente deberán actuar sobre la estructura). En segundo lugar, plantea la resistencia a la tensión de hormigón armado que es, de hecho, insignificante.

1.1 Las tecnologías.

La técnica para la realización de acero pretensado se logra a través de cables externos. Aquí también se observa una diferencia adicional con hormigón armado, que emplea diferentes técnicas para su realización:

- 1 Cables adherentes (fig. 3), en el que están anclados los refuerzos debido a la vinculación efectiva entre acero y hormigón;
- 2 Cables no adherentes (fig. 4), en el que los refuerzos se colocan dentro de las vainas plásticas, permitiéndoles su deslizamiento.

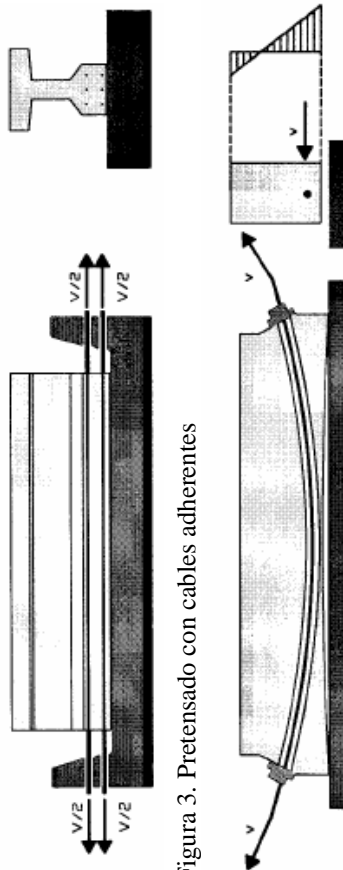


Figura 3. Pretensado con cables adherentes



Figura 4. Pretensado con cables de deslizamiento.

As has already been stated, a steel beam adopts prestressing with external cables (fig. 5), which foresees the use of a type of steel with elevated mechanical characteristics ($f_{ptk} = 1800 \text{ N/mm}^2$) and which is available on the market in the form of stabilizing seven-thread strands, spiraled around a central thread with a pitch of 12-16 times the diameter. Normal steel of type Fe 430 and Fe510 is used.

This procedure requires a preliminary phase of preparation which includes the following operations:

- 1 Preparation of the girder through the insertion of contrast elements to the cable which define the passage along the girder (deflectors);
- 2 Formation of the cable;
- 3 Placing the cables in position and their subsequent anchoring;
- 4 Applying tension to the reinforcements with jacks and tightening them;
- 5 Eventual re-tightening;

All this must be done with maximum care and requires a specialized workforce.

Como ya se ha señalado, una viga de acero se pretensa mediante cables externos (fig. 5), con un uso de un tipo de acero de elevadas características mecánicas ($f_{ptk} = 1800 \text{ N/mm}^2$) y que está disponible en el mercado en forma tendones de siete cordones, enrollados alrededor de un hilo central con un tono de 12-16 veces el diámetro. Se utiliza el acero normal clase Fe 430 o Fe510.

Este procedimiento requiere una fase preliminar de preparación que incluye las siguientes operaciones:

- 1 Preparación de la viga a través de la inserción de elementos de contraste en el cable que definen el paso a lo largo de la viga (desviadores);
- 2 Formación del cable;
- 3 Colocación de los cables en posición y su anclaje posterior;
- 4 Aplicación de tensión a los refuerzos con conectores y endurecimiento de ellos;
- 5 Eventual re-tensado;

Todo esto debe hacerse con el máximo cuidado y requiere una mano de obra especializada.

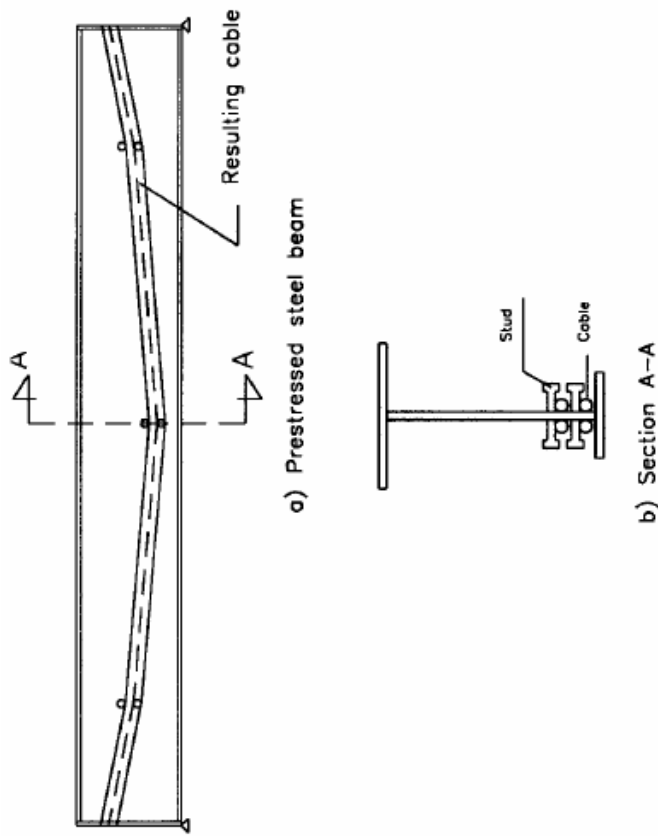


Figura 5. Técnica de pretensado con cables externos.

La primera operación a llevar a cabo es distinguir la línea del cable resultante y, a continuación, posicionar los desviadores, compuestos de conectores simétricos que definen la línea de los cables en sí mismos cuya línea baricéntrica es conocida como el "cable resultante". Técnicamente, los desviadores se llevan a cabo a través de conectores simétricos con respecto al alma de la viga. Los conectores están limitados en un extremo para mantener el cable en posición y están soldados al alma. Su número depende de la longitud de la viga y las tensiones en juego (fig.6).

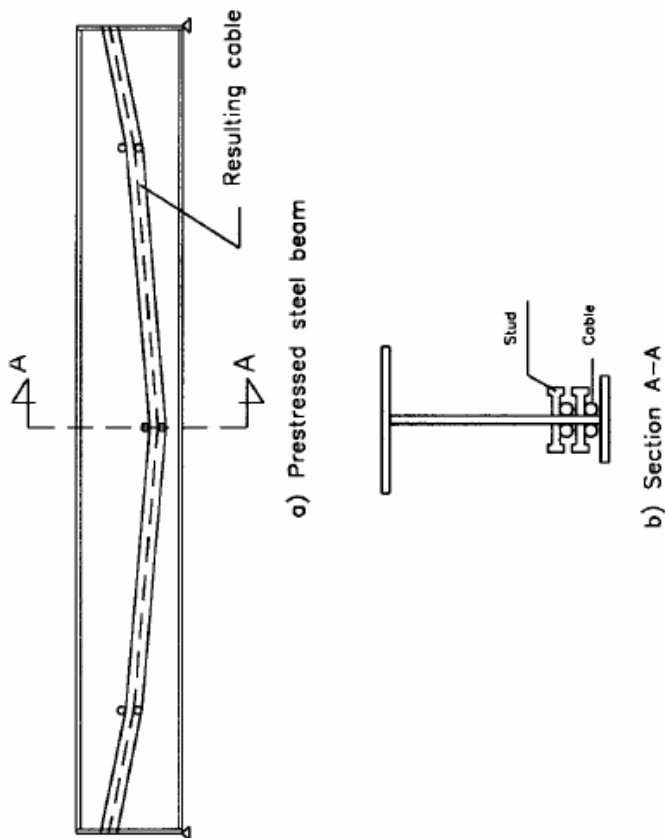


Figure 5. Technique of prestressing with external cables.

The first operation to carry out is to single out the line of the resulting cable and then to position the contrasts, made up of symmetrical studs which define the line of the cables themselves whose barycentric line is known as the "resulting cable". Technically, the contrasts are realized through symmetrical studs with regard to the web of the girder. The studs are capped at one end to keep the cable in position and are welded to the web. Their number depends on the length of the girder and the stresses in play (fig.6).

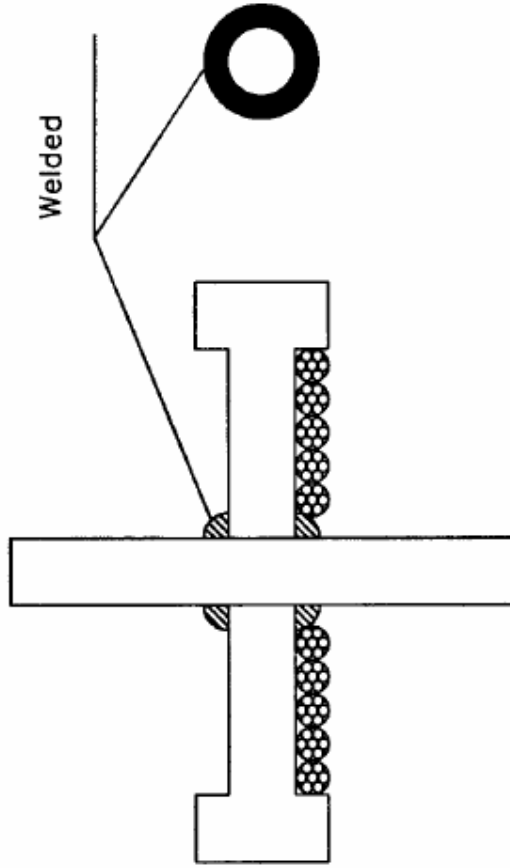


Figura 6. Detalles del perno deflector.

Una vez que esta operación se ha completado, la siguiente etapa es la colocación de los cables. Durante esta operación los tendones se colocan simétricamente en relación al alma y se dejan libremente para ejecutar alrededor de los desviadores que hayan sido engrasados o lubricados para evitar la fricción.

El tendón, que está resuelto en acero de alta resistencia es más susceptible por naturaleza a la corrosión que el acero normal, y por lo tanto, está protegido contra este riesgo. La protección se realiza a través de planchas de zinc (tendón galvanizado) o mediante envoltura (tendón enfundado) que consiste en la colocación del tendón (a menudo revestido de zinc) en una vaina de polietileno de alta densidad en el que puede deslizarse libremente debido a la presencia de grasa o de cera que también actúan como protección contra la corrosión. Con esta

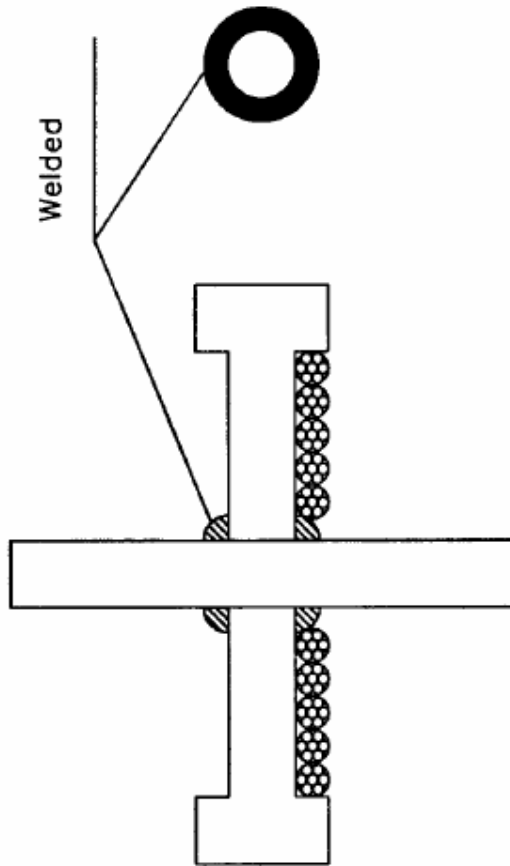


Figure 6. Details of the deflector stud.

Once this operation is completed, the next stage is the formation of the cables. During this operation the strands are laid symmetrically in relation to the web and are freely left to run around the deflectors which have been greased or lubricated to avoid friction.

The strand, which is made of high tensile steel is more susceptible by nature to corrosion than normal steel and is therefore protected against this risk. The protection is done through zinc-plating (galvanized strand) or through sheathing (sheathed strand) which consists in placing the strand (often zinc-plated) in a high density polyethylene sheath in which it can slide freely due to the presence of grease or wax which also act as protection against corrosion. With this technique it is also possible to replace strands which turn out to be unsuitable.

Protection against corrosion can also be obtained by using a sheath of HDPE into which the strands are inserted. The sheath will subsequently be injected with cement paste as occurs with reinforced concrete.

The next phase is anchoring which is the most delicate phase of the entire operation. A very simple system of anchoring is shown in figure 7. It is made up of :

- A rigid plate
- blockings
- steel stiffeners.

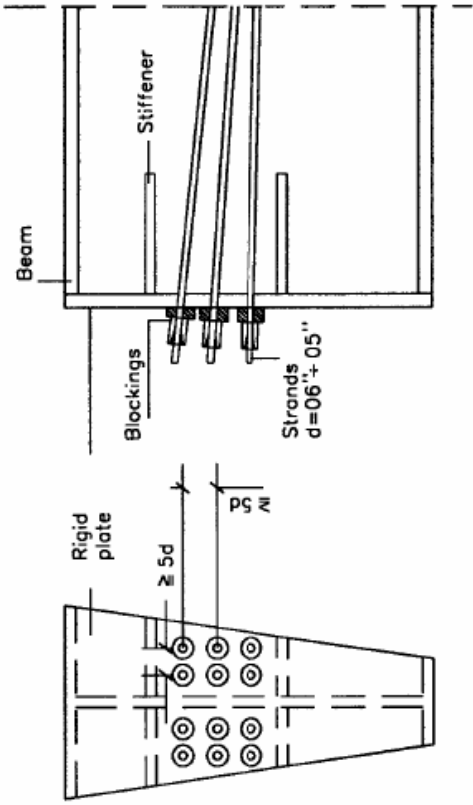


Figure 7. System of anchoring.

In particular, anchoring the strands foresees the use of conical-trunk ferrules inside of which are toothed wedges of the same shape that hold the steel before tensioning (fig.8). Indeed, tightening is assured

técnica también es posible reemplazar los tendones que resulten ser inadecuados. La protección contra la corrosión también puede obtenerse mediante el uso de una vaina de HDPE en que se insertan las hebras. La vaina posteriormente es inyectada con pasta de cemento, como ocurre con hormigón armado.

La siguiente fase es de anclaje, que es la fase más delicada de toda la operación. Un sistema muy simple de anclaje se muestra en la figura 7. Se compone de:

- Una placa rígida
- cuñas de bloqueo
- rigidizadores de acero.

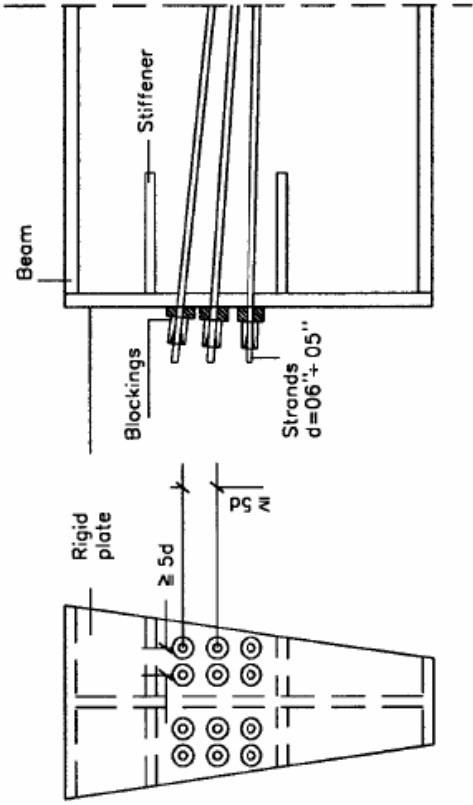


Figura 7. Sistema de anclaje.

En particular, los tendones de anclaje prevén el uso de casquillos tronco cónicos dentro de los cuales hay dientes de la misma forma que mantienen el acero antes de la tensión (fig.8). De hecho, el apriete se

precisely because of the contact between the strand and the wedge since the strand, tending to pull in on itself, drags the wedge with it and thus self-blocks.

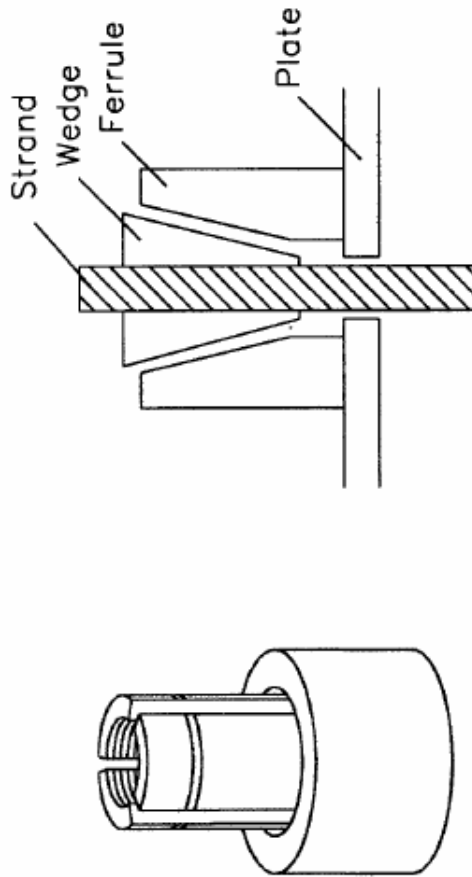
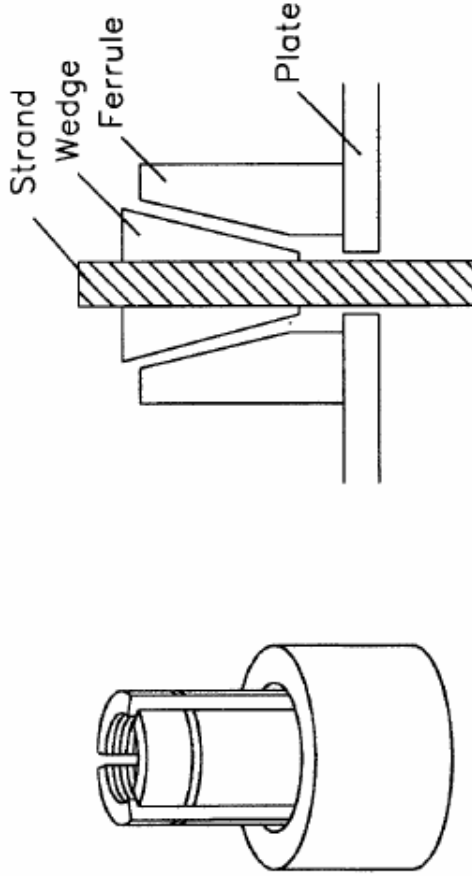


Figure 8. Ferrule for anchoring strands.

After the preparation phase, the next step is to determine the action acting upon the girder, as well as those associated with those induced by prestressing.

It must be added that the sections most adapted to prestressing are those boxed beams (fig. 9) and those with a plate girder (a double symmetrical double T) (fig. 10) since these are the ones that most suit this technique, allowing for maximum exploitation of the material.

garantiza precisamente a causa del contacto entre el filamento y la cuña desde el tendón, tienden a tirar en sí misma, arrastra la cuña con él y así auto bloquearse.



La figura 8. Casquillos de anclaje del tendón.

Después de la fase de preparación, el siguiente paso es determinar la acción que actúa sobre la viga, así como los asociados que se inducen por el pretensado.

Debe añadirse que las secciones más adaptables para el pretensado son aquellas que tienen forma de caja (fig. 9) y las conformadas en chapa (una T doble disimétrica) (fig. 10) ya que estos son los que más adaptan a esta técnica, lo que permite la explotación máxima del material.

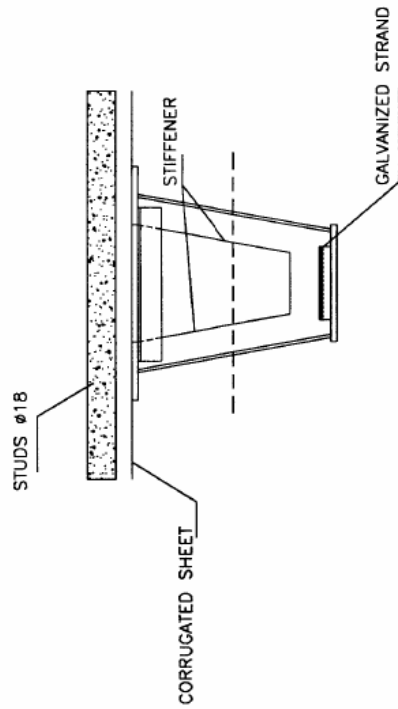


Figura 9. Viga en cajón.

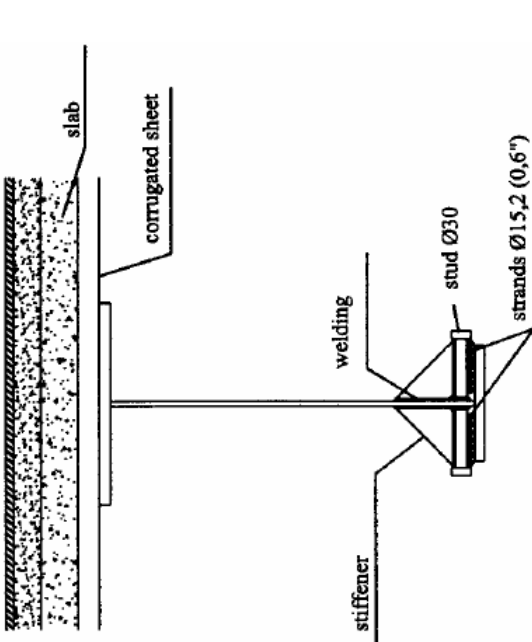


Figura 10. Viga en T disimétrica doble.

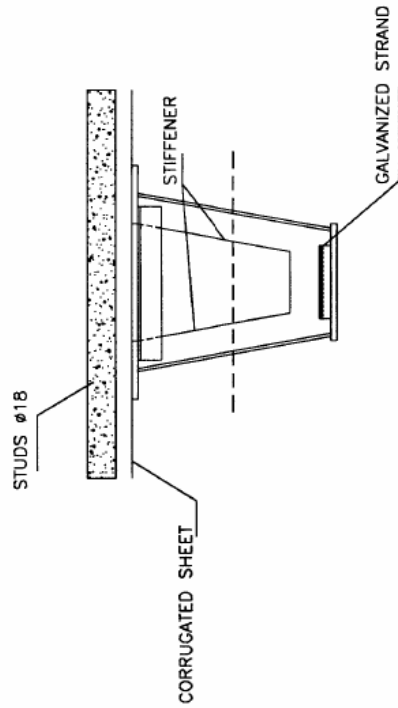


Figure 9. Box girder

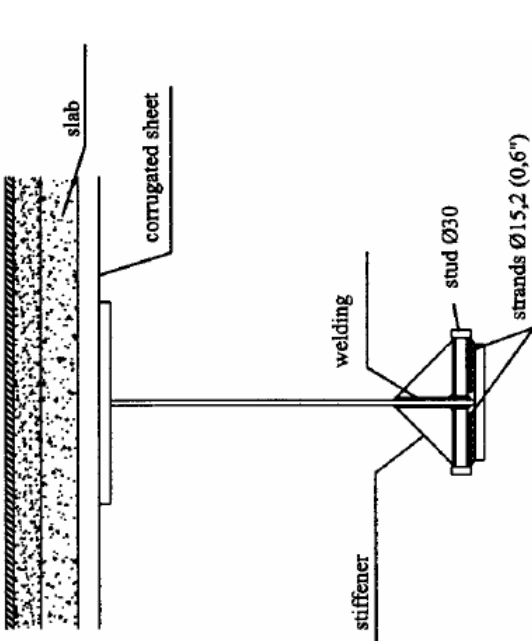


Figure 10. Di-symmetrical double T girder.

2 THE REALIZATIONS.

Even though structures in P.S. offer many advantages, both economically and technically, unfortunately, at least in Italy, their use has been limited to a very few cases.

Recently in Rome, two roof covers have been constructed, belonging to two different typologies: a commercial center and a multiplex.

The first is the Gulliver commercial center (fig.11).

Here, a flat roof cover has been realized with the use of prestressed reticular girders of 21.90 meters, centered apart at 3.00 meters. A slab of concrete on predalles was cast between them. Prestressing was carried out with eight 15mm diameter strands, raised linearly towards the supports. Protection of the strands was achieved with a controlled jet of mortar that fills the U-profile in which they were lodged.

The girders were constructed in two parts and put together with bolts and pre-tensioning of the strands. The second roof cover was realized for the Lucchina multiplex (fig.12).



Figure 11. Detail of the roof cover of the Gulliver commercial center.

2. LAS REALIZACIONES.

A pesar de que las estructuras en (A.P) ofrecen numerosas ventajas, tanto económica como técnicamente, por desgracia, al menos en Italia, su uso se ha limitado a muy pocos casos.

Recientemente en Roma, han sido construidas dos cubiertas de techo, pertenecientes a dos tipologías diferentes: un centro comercial y un centro multiplex.

El primero es el centro comercial de Gulliver (fig.11).

Aquí, una cubierta de techo plano ha sido realizada con el uso de vigas reticulares pretensadas de 21.90 metros, separadas a 3,00 metros. Una prelosa de hormigón fue colocada entre ellos. El pretensado se llevó a cabo con ocho filamentos de diámetro de 15 mm, alineados hacia los soportes. La protección de los tendones se logró con un chorro controlado de mortero que llena el U-perfil en el que ellos fueron presentadas.

Las vigas eran construidas en dos partes y se unieron juntos con tornillos pre-tensados de los tendones. Se realizó la segunda cubierta de techo para el Lucchina multiplex (fig.12).



Figura 11. Detalle de la cubierta del techo del centro comercial de Gulliver.

En su construcción se utilizaron vigas transversales de 17,20 metros. Estas fueron centradas a 3,60 metros y dejadas sobre vigas principales que se apoyaban sobre columnas de hormigón. Entre estas y las vigas secundarias, fueron colocadas chapas de acero colaborante en colaboración con hormigón armado in situ. El pretensado de las vigas transversales fue realizado en un taller utilizando cuatro tendones de tipo encerado de 15 mm y, a continuación, ensambladas con uniones atornilladas.

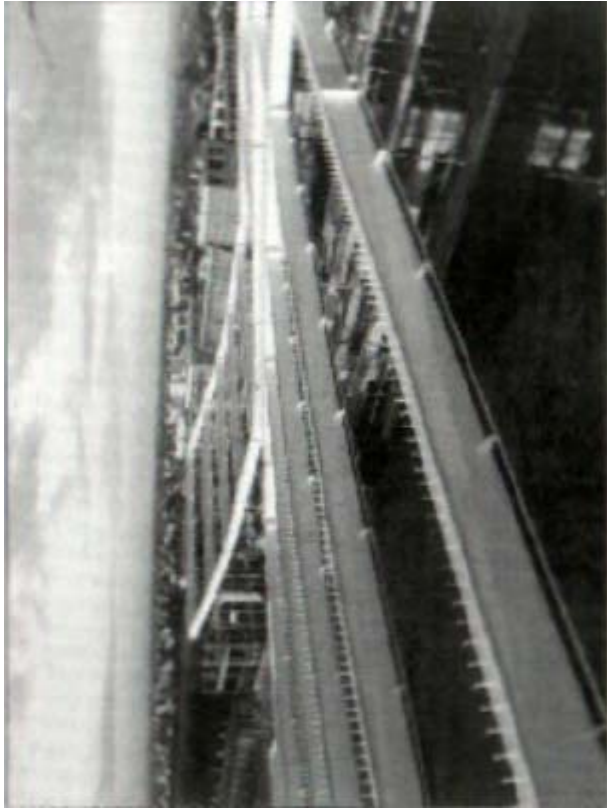


Figura 12. Vista de la cubierta de techo del multiplex de La Lucchina.

2.1 Experimentación

Habiendo descrito las técnicas para el empleo de acero pretensado y habiendo descrito dos de las obras llevadas a cabo en Roma, sería útil presentar los resultados de un experimento que se inició en abril del 99

In its construction, 17.20-meter transversal girders were used. These were centered apart at 3.60 meters and laid on main girders which were supported on columns of concrete. Between these and the secondary girders, corrugated sheets were positioned onto which a collaboration slab of reinforced concrete was cast. Prestressing of the transversal girders was done in a workshop using four 15mm waxed-type strands and then mounted with bolted joints.

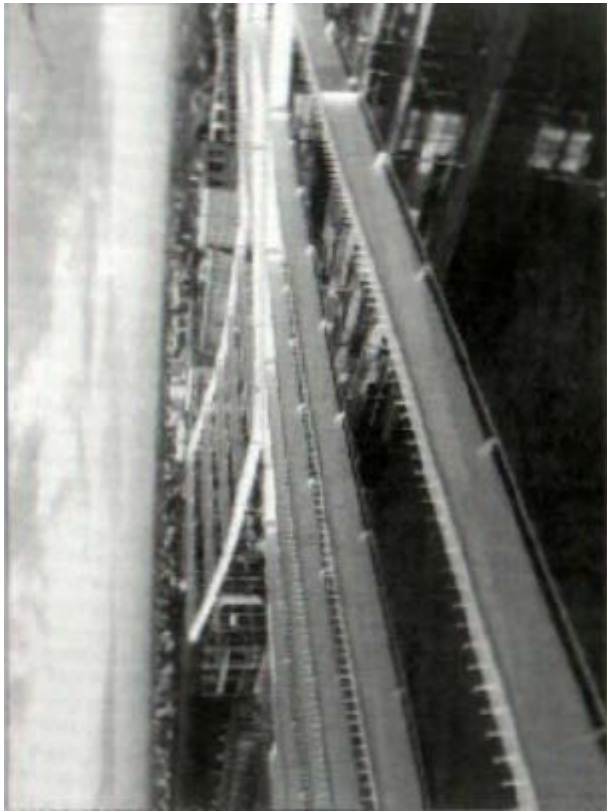


Figure 12. View of the roof cover of the La Lucchina multiplex.

2.1 Experimentation

Having described the techniques for employing prestressed steel and described two of the works carried out in Rome, it would be useful to present the results of an experiment which started in April '99 under

the guidance of the engineer, Mr Nunziata.

The test consisted in observing and studying the behaviour of a 21.40-meter pre stressed steel girder.

It goes without saying that the girder had first been studied theoretically to determine its dimensions, loads and other characteristics, after which it was realized. The girder is shown in figure 13.



Figure 13. View of the girder.

The girder has the following characteristics:

It has a height of 80 cm., and is prestressed with ten strands, foreseeing a total capacity of 21,6 kN/m, (equal to 10,2 kN/m for dead loads and 11,4 kN/m for imposed loads) excluding its own weight which is equal to 1,72 kN/m. The beam was positioned in an outdoor courtyard and rested on two supports, one of which was a sliding bearing and the other a hinge (fig.14).

bajo la dirección del ingeniero, señor Nunziata.

La prueba consistió en observar y estudiar el comportamiento de una viga de acero de 21,40 metros pre-tensada.

Huelga decir que la viga en primer lugar había sido estudiada teóricamente para determinar sus dimensiones, cargas y otras características, tras lo cual se realizó el ensayo. En la figura 13 se muestra la viga.



Figura 13. Vista de la viga.

La viga tiene las siguientes características:

Tiene una altura de 80 cm. y está pretensado con diez tendones, previendo una capacidad total de 21,6 kN/m, (igual a 10,2 kN/m para cargas de muertas y 11,4 kN/m para cargas impuestas) excluyendo su propio peso, que es igual a 1,72 kN/m. La viga fue colocada en un patio al aire libre y se apoyaba en dos soportes, uno de los cuales fue un rodamiento deslizante y la otra una articulación (fig.14).



Figure 14. Sliding bearing

The strand deflectors were positioned, which in turn, were anchored at the ends of the girder with blockings (fig.15). Finally, we proceeded to the distribution of the load with blocks of cement of 25 kN (fig.16) and to the tightening of each strand with a force of an intensity equal to 151 kN.



Figura 14. El apoyo deslizando

Los desviadores de los tendones fueron colocados, que a su vez, estaban anclados en los extremos de la viga con bloqueadores (fig.15). Por último, se procedió a la distribución de la carga con bloques de cemento de 25 kN (fig.16) y al teso de cada tendón con una fuerza de una intensidad igual a 151 kN.



Figure 15. Anchoring the ends.

Figura 15. Los extremos de anclaje.



Figure 16. Distribution of load.

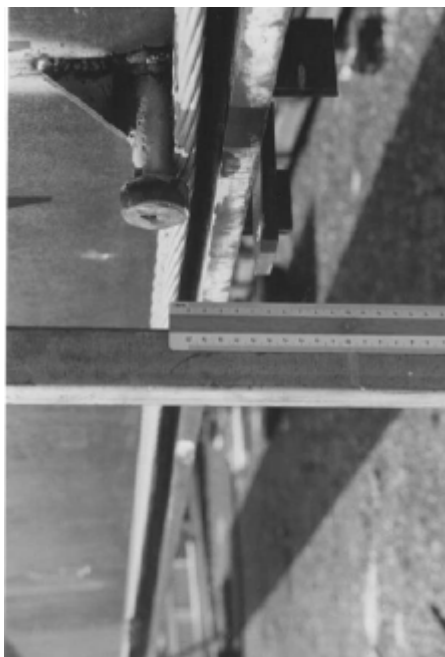
Figura 16. Distribución de la carga.

After this, we passed to the measurement of the deflection in the middle span with a fiftieths caliber for the three fundamental phases

Después de esto, pasamos a la medición de la deformación en el intervalo medio con un calibre quincuagésimo para las tres fases

(fig.17). The following results were obtained:

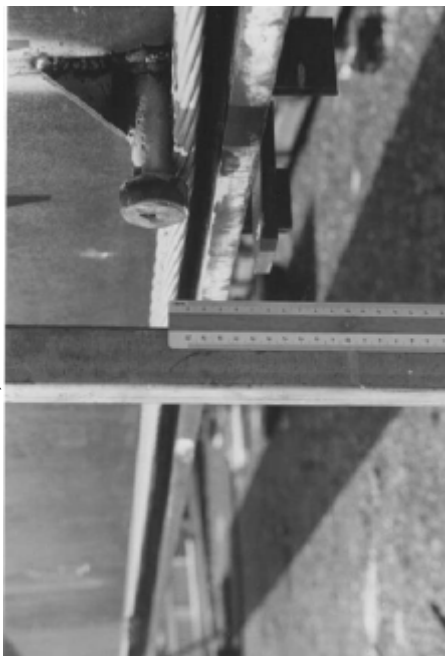
- 1 In the at transfer phase, the deflection is equal to 54.54 mm.
- 2 In the loading phase, taking into account the climatic conditions, the following values were recorded:
 - 68.32 mm. immediately after loading phase;
 - 76.04 mm. after three days;
 - 76.00 mm. after one week;
 - 77.80 mm. after twelve days;
 - 78.70 mm. after thirteen days;
 - 79.84 mm. after about a month;
 - 79.64 mm. after over two months.
- 3 In the unloading phase, we recorded an elastic return and the final deflection was 37.84 mm.



a) Initial

fundamentales (fig.17). Se obtuvieron los siguientes resultados:

- 1 En la en la fase de transferencia, la deformación es igual a 54.54 mm.
- 2 En la fase de carga, teniendo en cuenta las condiciones climáticas, se registraron los valores siguientes:
 - 68.32 mm . inmediatamente después de la fase de carga;
 - 76.04 mm . después de tres días;
 - 76.00 mm . después de una semana;
 - 77.80 mm . después de doce días;
 - 78.70 mm . después de trece días;
 - 79.84 mm . después de alrededor de un mes;
 - 79.64 mm . después de más dos meses.
- 3 En la fase de descarga, hemos registrado un retorno elástico y una deflexión final fue 37,84 mm.



a) Inicial



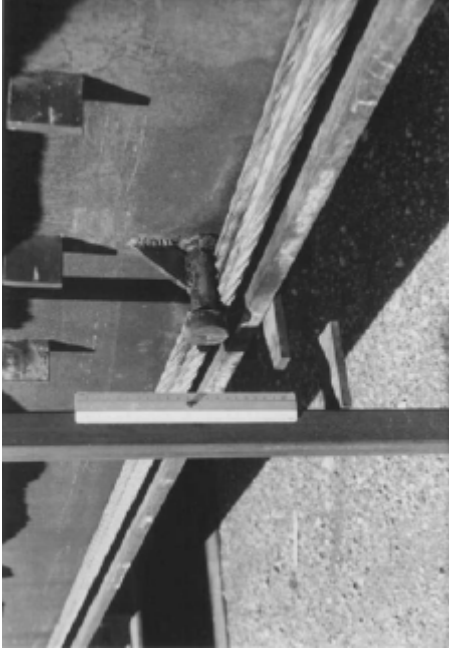
b) Loaded

Figure 17. a) measurement of the deflection at transfer phase;

b) measurement of the deflection at loading phase.

Through this experiment, even though it was carried out under difficult conditions, the results obtained were significant and underline two particular facts:

- 1 The superiority in terms of resistance and deformation of structures in prestressed steel compared to analogous structural typologies;
- 2 The economy and simplicity of execution of the proposed technology which can be realized with simple elements and is accessible to all.



b) Cargado

Figura 17. a) la medición de la deformación en la fase de transferencia;

b) medición de la deformación en la fase de carga.

A través de este experimento, a pesar de que se llevó a cabo en condiciones difíciles, los resultados obtenidos fueron significativos y subrayan dos hechos particulares:

- 1 La superioridad en términos de resistencia y deformación de las estructuras de acero pretensado en comparación con las tipologías estructurales análogas;
2. La economía y la simplicidad de la ejecución de la tecnología propuesta que puede realizarse con elementos simples y es accesible a todos.

3 CONCLUSIONS

Although this paper presented information in a very concise manner, it has illustrated some structures in prestressed steel and a technology which is very simple. This is in the hope that such a technique will become more widely used since prestressed steel is a material which can bring both economic benefit (since the realization of a girder in P.S. brings a savings of 15% compared to a normal one) and technical benefit (being a lightweight material that has great resistance) to the sphere of the construction industry.

4. BIBLIOGRAPHY.

Nunziata, Vincenzo 1999. *Strutture in acciaio precompresso*.
Palermo: Dario Flaccovio, Editore.

3 CONCLUSIONES

Aunque este documento presenta la información en forma muy concisa, ha ilustrado algunas estructuras de acero pretensado y una tecnología que es muy simple. Con esperanza de que esta técnica sea más ampliamente usada, desde que el acero pretensado es un material que puede aportar tanto económico beneficio (ya que la realización de una viga en A.P. conlleva un ahorro del 15% en comparación de una normal) y beneficios técnicos (siendo un material ligero que tiene gran resistencia) para la industria de la construcción.

4. BIBLIOGRAFIA.

Nunziata, Vincenzo de 1999. *Strutture en acciaio precompresso*.
Palermo: Dario Flaccovio, Editore.

Buckling of Prestressed Steel Girders

MARK A. BRADFORD

ABSTRACT

Prestressing of steel girders, in order to gain economy of material, is starting to become popular in the United States. An inherent danger in the stressing operation is loss of stability of the girder between the points of attachment of the tendon. The paper presents design charts for the elastic buckling load induced by stressing an eccentric tendon, and uses this to obtain a design buckling strength in accordance with the LRFD Specification.

INTRODUCTION

Prestressing of steel plate girders may lead to substantial economies of material. Densford et al. quote savings of 30% in steel tonnage and 27% in concrete tonnage gained by prestressing a short composite steel-concrete bridge that was designed by the Oklahoma Department of Transportation. Similar savings may be obtained for steel girders. Although the use of prestressed steel girders is relatively new in the United States, the technology is well-established in eastern Europe.

Perhaps the easiest way to prestress a steel girder is to use straight high-strength rods, which are anchored at the ends of the beam as shown in Fig. 1, and stressed in a manner analogous to that for prestressing concrete beams. These "hard" anchorages may have a number of "soft" anchorages between them, allowing relative movement of the tendons. Other methods of prestressing steel girders are discussed in Ref. 1. Stressing the high-strength rods induces substantial compressive stresses in the bottom flange of the beam before the external loads are applied, and raises the question of the stability of the girder under this loading. If the attachment of the tendon to the web is at large spacing intervals, then the girder may buckle between the points of attachment in an overall or lateral mode. The designer must be certain that the prestressing force is

Pandeo de Vigas de Acero Pretensado

MARK A. BRADFORD
TRADUCCIÓN IGNACIO COSTALES

RESUMEN

El pretensado de vigas de acero, con el fin de obtener la economía de materiales, está empezando a ser popular en los Estados Unidos. Un peligro inherente en la operación de la tensión es la pérdida de la estabilidad (pandeo) de la viga entre los puntos de fijación del tendón. El documento presenta gráficos de diseño para la carga de pandeo elástico inducido por un tendón excéntrico y se utiliza para obtener un diseño de pandeo en conformidad con la especificación LRFD.

INTRODUCCIÓN

El pretensado de vigas conformadas de acero puede conducir a sustanciales economías del material. Densford y otros, estimó unos ahorros del 30% en tonelaje de acero y en un 27% en tonelaje de hormigón, en el pretensado de un puente de hormigón de acero mixto corto, que fue diseñado por el departamento de transporte de Oklahoma. Ahorros similares pueden obtenerse en vigas de acero. A pesar de que el uso de vigas de acero pretensadas es relativamente nuevo en los Estados Unidos, la tecnología está bien establecida en Europa oriental.

Quizás la forma más sencilla de pretensar una viga de acero es utilizar barras rectas de alta resistencia, que están ancladas en los extremos de la viga, como se muestra en la figura 1, que tensionan de forma análoga a las vigas de hormigón pretensadas. Dichos anclajes "duros" pueden tener un número de los anclajes "suaves" entre ellos, lo que permite el movimiento relativo de los tendones. Otros métodos de pretensado de vigas de acero se tratan en la referencia 1. Tensionando las varillas de alta resistencia se induce una sustancial compresión en el ala inferior de la viga antes de que las cargas externas se apliquen y se plantea la cuestión de la estabilidad de la viga en virtud de esta carga. Si los deviadores del tendón en el alma se colocan a intervalos largos, entonces es posible que la viga pueda pandear entre los puntos de los desviadores de un

not large enough to cause buckling of the girder. The use of LRFD design methods and the method in this paper may be used to calculate the buckling strength.

The advantages of prestressing are reflected most for plate girders, and these are most economically fabricated from thin plate elements. Studies of the stability of plate girders with thin webs have shown that the overall buckling mode is distortional, rather than flexural-torsional, characterized by bending or distortion in the plane of the cross-section, as shown in Fig. 2. Distortional buckling loads have been shown to be significantly lower than flexural-torsional buckling loads if the web of the girder is slender.

This paper uses a method of analysis that was developed by the author to produce charts for the prestressing force required to cause elastic distortional buckling of slender plate girders. An example is presented to illustrate the use of the design charts to calculate the maximum prestressing force in accordance with the LRFD Specification. The use of LRFD methods is becoming more widespread in the United States, and the paper illustrates how LRFD design may be used in a design situation.

Mark A. Bradford is senior lecturer in civil engineering at the University of New South Wales, Kensington, New South Wales, Australia. At the time of writing he was on sabbatical leave at the University of Minnesota.

ANALYSIS

A straight steel girder prestressed with two tendons at an eccentricity e to the centroid of the section is shown in Fig. 1. Provided that the girder is simply supported, the cross-section is subjected to an axial force P and moment Pe applied at the centroid, where P is the prestressing force. Of course, this does not account for the amplification of the moment due to in-plane bending, but this is taken account of by the amplification term in the LRFD provisions.

modo global o lateral. El diseño debe asegurar que la fuerza de pretensado no es lo suficientemente grande como para causar pandeo a la viga. El uso de métodos de diseño LRFD y el método en el presente documento puede utilizarse para calcular la fuerza de pandeo.

Las ventajas de pretensado se reflejan aún mejor para vigas conformadas, y estas son más económicas fabricadas con elementos de chapas delgadas. Estudios sobre la estabilidad de vigas con almas finas, han demostrado que el modo de pandeo general es distorsional, en lugar de flexión-torsional, caracterizado por la flexión o por la distorsión en el plano transversal, como se muestra en la figura 2. Las Cargas distorsionales de pandeo han demostrado ser significativamente menores que las cargas flexo-torsoras de pandeo, si el alma de la viga es delgada.

Este documento utiliza un método de análisis que fue desarrollado por el autor, para producir gráficos para la fuerza pretensada necesaria para causar pandeo distorsional elástico de vigas de chapas delgadas. Se presenta un ejemplo para ilustrar el uso de los gráficos de diseño, para calcular la máxima fuerza de pretensado de conformidad con la especificación LRFD. El uso de métodos LRFD es cada vez más generalizado en los Estados Unidos, y el documento ilustra cómo se puede utilizar el método LRFD en una situación de diseño.

Mark A. Bradford es profesor de ingeniería civil en la Universidad de Nueva Gales de Soutti, Kensington, Nueva Gales del Sur, Australia. En el momento de redactar este informe, se encontraba en una ausencia sabática en la Universidad de Minnesota.

ANÁLISIS

Sea una viga de acero recta pretensada, con dos tendones con una excentricidad e al centroide de la sección se muestra en la figura 1. Se supone que la viga está simplemente apoyada, la sección transversal está sometida a una fuerza axial P y el momento en Pe aplicada en el centroide, donde P es la fuerza de pretensado. Por supuesto no se tiene en cuenta para la amplificación del momento debido a la flexión en plano, pero si es tenido en cuenta por el término de amplificación en las disposiciones de la normativa LRFD.

A computer method designed to calculate the distortional buckling load factor X for the elastic buckling of these types of beam-columns is given in Ref. 6. By assuming that the beam-column buckles as a sine curve, the buckling displacements representing the displacement and twists c_j of the top $\{T\}$ and bottom $\{B\}$ flanges may be obtained from the matrix expression.

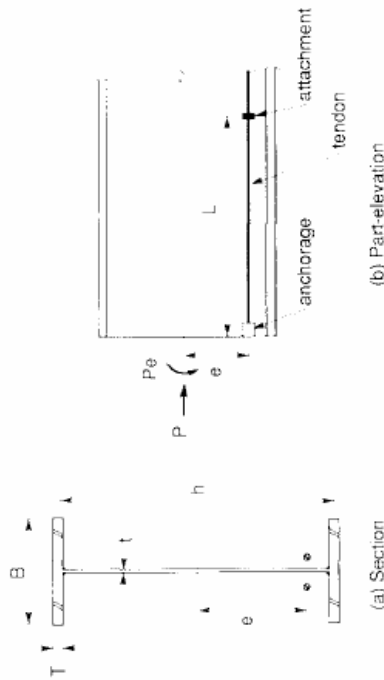


Fig. 1. Prestressed steel beam.

$$([k] - \lambda_d [g])x\{\delta\} = (0) \quad (1)$$

Where:

$$\{\delta\} = \{\nu_T, \nu_B, \phi_T, \phi_B\}^T \quad (2)$$

and $[k]$ and $[g]$ are elastic 4×4 matrices. The buckling load factor X is the characteristic value of Eq. 1, while the values of $\{\delta\}$ represent the buckled shape. The computer method may also be used for nonsymmetric and composite beams.

In using the computer program, values of the axial force P and moment Pe were input, along with the section geometry in Fig. 1. Values of X were obtained, giving the elastic distortional buckling load P_d as

Un método de ordenador diseñado para calcular el factor de carga de pandeo distorsional X , para el pandeo elástico de estos tipos de vigas-columnas se dan en la Ref. 6. Asumiendo que la columna pandea con una curva sinusoidal, los desplazamientos de pandeo que representa el desplazamiento y el retorcimiento c_j de la parte superior $\{T\}$ e inferior $\{B\}$ de las alas pueden obtenerse en la expresión de la matriz.

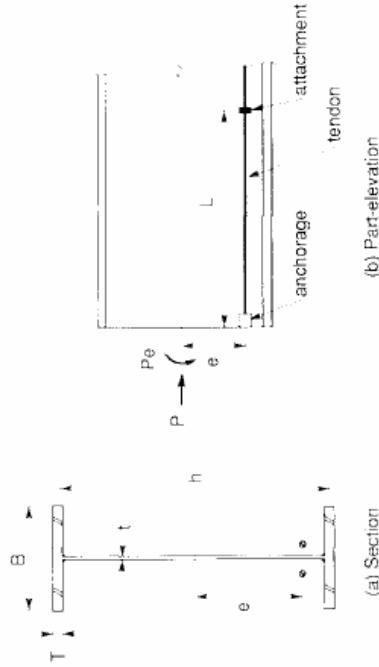


Fig. 1. Viga de acero pretensada.

$$([k] - \lambda_d [g])x\{\delta\} = (0) \quad (1)$$

Donde:

$$\{\delta\} = \{\nu_T, \nu_B, \phi_T, \phi_B\}^T \quad (2)$$

y $[k]$ y $[g]$ son matrices elásticas de 4×4 . El factor de carga de pandeo X es el valor característico de la Eq. 1, mientras que los valores de $\{\delta\}$ representan la forma doblada. El método de ordenador también puede utilizarse para vigas asimétricas y mixtas.

Al utilizar el programa de ordenador, fueron introducidos los valores de la fuerza axial P y momento Pe , junto con la geometría de la sección en la figura 1. Los valores de X se obtuvieron dando la carga elástica de pandeo distorsional P_d como:

$$P_d = \lambda_{cr} \cdot P \quad (3)$$

Figures 3a to 3d give values of the buckling load P for a range of geometries typical of plate girders. The values of P are normalized with respect to the Euler buckling load,

Where

$$P_e = \pi^2 \cdot E \cdot I_y / L^2 \quad (4)$$

And

$$I_y = B^3 \cdot T / 6 \quad (5)$$

with E being Young's modulus (29,000 ksi).

Figure 2 shows the buckling mode, obtained from {6} in Eq. 1, for $B/h = 0.2$, $h/t = 200$, $T/t = 4$ and $L/h = 6$.

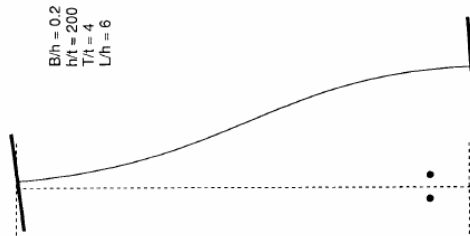


Fig. 2. Buckled shape.

The marked nature of the distortion of the web of the girder is evident in this case.

$$P_d = \lambda_{cr} \cdot P \quad (3)$$

Las Figuras 3a a 3d muestran los valores de la carga de pandeo P para una gama de geometrías típicas de vigas conformadas. Los valores de P se normalizan con respecto a la carga de pandeo de Euler, donde

Donde:

$$P_e = \pi^2 \cdot E \cdot I_y / L^2 \quad (4)$$

y

$$I_y = B^3 \cdot T / 6 \quad (5)$$

con E que es el módulo de Young (29,000 ksi).

La figura 2 muestra el modo de pandeo, obtenido de {6} en la Ecuación 1, para $B/h = 0.2$, $h/t = 200$, $T/t = 4$ y $L/h = 6$.

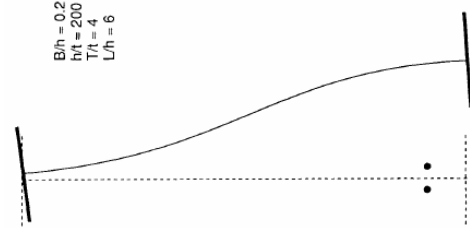


Fig. 2. Forma pandeada.

La naturaleza marcada de la distorsión del alma de la viga es evidente en este caso.

APPLICATION

The application of the design graphs in Figs. 3a-3d is best illustrated by an example. It is required to calculate the design prestressing force that would cause a 100 ft long end anchored plate girder with a "soft" tendon connection at midspan to buckle. The buckling length is thus $L = 50$ ft. The girder is fabricated from two 12-in. x 1.0-in. flange plates and a 50-in.x0.3-in. web plate. The tendon is located 23.0 in. from the centroid. Take $F_y = 50$ ksi and $E = 29,000$ ksi. for this problem

$$\begin{aligned} h &= 50.0 - f 1.0 = 51.0 \text{ in.} \\ B &= 12.0 \text{ in.} \\ T &= 1.0 \text{ in.} \\ t &= 0.3 \text{ in.} \\ L &= 1200 / 2 = 600 \text{ in.} \\ e &= 23.0 \text{ in.} \\ h/t &= 51.0 / 0.3 = 170 \\ B/h &= 12.0 / 51.0 = 0.24 \\ T/t &= 1.0 / 0.3 = 3.33 \\ L/h &= 600 / 51.0 = 11.8 \\ e/h &= 23.0 / 51.0 = 0.45 \end{aligned}$$

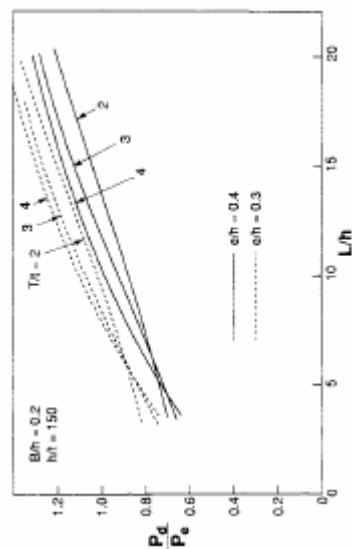


Fig. 3a. Buckling curves.

APLICACIÓN

La aplicación de las gráficas de diseño en Figs 3a-3d se ilustra mejor con un ejemplo. Es necesario calcular el diseño de la fuerza del pretensado que causaría que una viga de 100 pies de largo, conectada mediante un tendón "suave" en el centro del vano a pandear. La longitud de pandeo es así $L = 50$ ft. La viga esta fabricada con dos alas de 12 pulgadas x 1.0 pulgadas y una alma de 50 pulgadas x 0.3 pulgadas. El tendón está situado a 23,0 pulgadas desde el centroide. Tomamos $F_y = 50$ ksi y $E = 29,000$. para este problema.

$$\begin{aligned} h &= 50.0 - f 1.0 = 51.0 \text{ pulgadas.} \\ B &= 12.0 \text{ pulgadas.} \\ T &= 1.0 \text{ pulgadas.} \\ t &= 0.3 \text{ pulgadas.} \\ L &= 1200 / 2 = 600 \text{ pulgadas.} \\ e &= 23.0 \text{ pulgadas.} \\ h/t &= 51.0 / 0.3 = 170 \\ B/h &= 12.0 / 51.0 = 0.24 \\ T/t &= 1.0 / 0.3 = 3.33 \\ L/h &= 600 / 51.0 = 11.8 \\ e/h &= 23.0 / 51.0 = 0.45 \end{aligned}$$

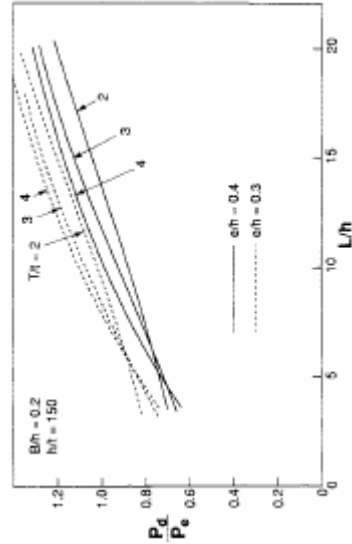


Fig. 3a. Curvas de pandeo.

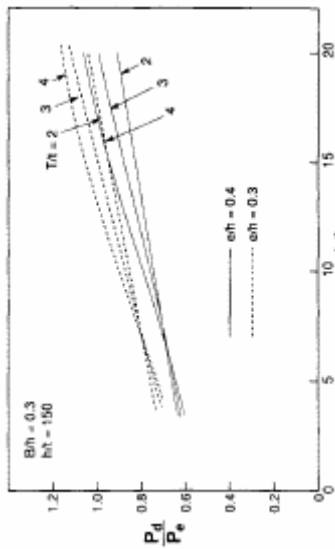


Fig. 3b. Buckling curves.

By interpolation from the graphs $P_d/P_e = 0.74$

$$I_y = 12.03 \times 1.0 / 6 = 288 \text{ in.}^4$$

$$P_e = \pi^2 \times 29,000 \times 288 / 600^2 = 229.0 \text{ kips}$$

$$P_d = 0.74 \times 229.0 = 169.5 \text{ kips}$$

The elastic buckling load P_d can be used to calculate the compressive strength P_n and the flexural strength M_n in the LRFD Specification. Use of Eq. H1-1 in the LRFD for combined forces will be conservative, since M_n is already calculated accounting for the axial contribution, and P_n is already calculated by accounting for the bending contribution.

In design in accordance with Chapter E of the LRFD

$$\lambda = \frac{KL}{r\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}} = \sqrt{\frac{A F_y}{P_d}} \quad (\text{E2-4})$$

Now

$$A_s = 2 \times 12.0 \times 1.0 + 50.0 \times 0.3 = 39.0 \text{ in.}^2$$

so

$$\lambda = \sqrt{\frac{39 \times 50}{169.5}} = 3.4 > 1.5$$

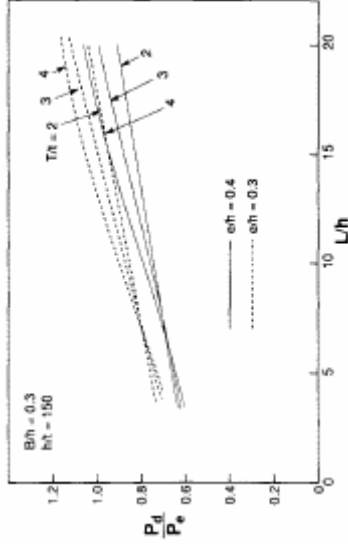


Fig. 3b. Curvas de pandeo.

Por interpolación de la gráfica $P_d/P_e = 0.74$

$$I_y = 12.03 \times 1.0 / 6 = 288 \text{ in.}^4$$

$$P_e = \pi^2 \times 29,000 \times 288 / 600^2 = 229.0 \text{ kips}$$

$$P_d = 0.74 \times 229.0 = 169.5 \text{ kips}$$

La carga elástica de pandeo P_d puede ser usada para calcular la Resistencia a compresión P_n y la resistencia a flexión M_n según especificaciones de la LRFD. Usando la Ecuación H1-1 de la normativa LRFD para la combinación de fuerzas, será conservador, mientras que M_n está calculada teniendo en cuenta la contribución del esfuerzo axial, y P_n está calculada teniendo en cuenta la contribución del momento flector.

En el diseño en concordancia con el Capítulo E del LRFD

$$\lambda = \frac{KL}{r\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}} = \sqrt{\frac{A F_y}{P_d}} \quad (\text{E2-4})$$

Así

$$A_s = 2 \times 12.0 \times 1.0 + 50.0 \times 0.3 = 39.0 \text{ in.}^2$$

so

$$\lambda = \sqrt{\frac{39 \times 50}{169.5}} = 3.4 > 1.5$$

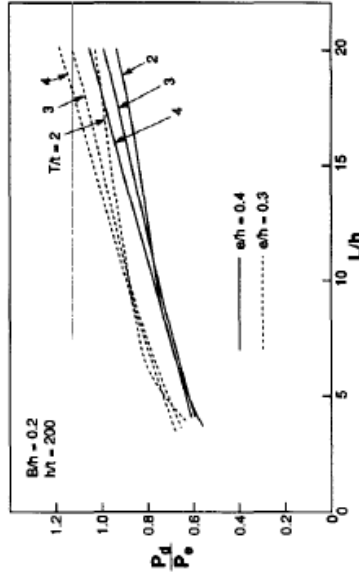


Fig. 3c. Curvas de pandeo.

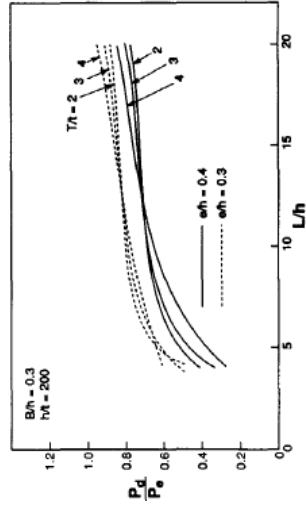


Fig. 3d. Curvas de pandeo.

Por lo tanto

$$F_{cr} = \left[\frac{0.877}{3.4^2} \right] \times 50 = 3.70 \text{ ksi} \quad (\text{E2-3})$$

entonces

$$P_n = 39.0 \times 3.79 = 147.8 \text{ kips} \quad (\text{E2-1})$$

y

$$P_u = \phi P_n = 0.85 \times 147.8 = 126 \text{ kips} \quad (6)$$

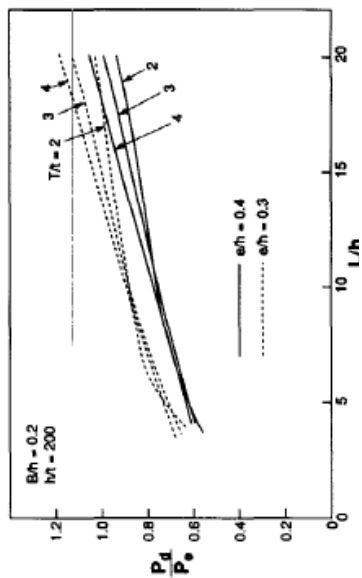


Fig. 3c. Buckling curves.

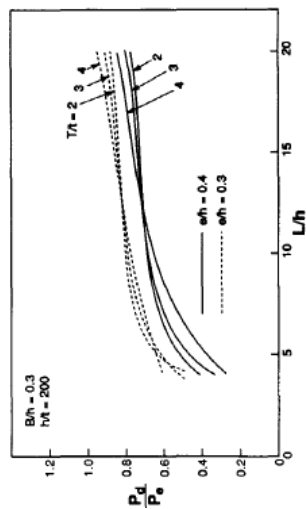


Fig. 3d. Buckling curves.

Hence

$$F_{cr} = \left[\frac{0.877}{3.4^2} \right] \times 50 = 3.70 \text{ ksi} \quad (\text{E2-3})$$

so

$$P_n = 39.0 \times 3.79 = 147.8 \text{ kips} \quad (\text{E2-1})$$

and

$$P_u = \phi P_n = 0.85 \times 147.8 = 126 \text{ kips} \quad (6)$$

In design in accordance with Chapter F, M_{cr} in Eq. F1-13 is the elastic flexural-torsional buckling moment, which from the analysis here is P_{de} . The compressive strength P_n is thus $P_{de}/e = P_d = 169.5$ kips. Because of the effects of in-plane bending, the moment should be reduced by the reciprocal of

$$\frac{C_m}{1 - P_d / P_e} \quad (\text{H1-3})$$

where $C_m = 1.0$, and P_e is the Euler buckling load in the plane of bending.

Now

$$I_x = 5.0^3 \times 0.3 / 12 + 12.0 \times 1.0 \times 51.0^2 / 4 = 10,928 \text{ in.}^4$$

Hence in H1-3 of the LRFD

$$P_e = \frac{\pi^2 \times 29,000 \times 10,928}{1,200^2} = 2,172 \text{ kips}$$

So

$$\phi_b M_n = 0.9 \times 169.5 \times 23 \times \frac{(1 - 169.5 / 2,172)}{1.0} = 3,235 \text{ kips-in}$$

giving

$$P_u = 3,235 / 23.0 = 141 \text{ kips} \quad (7)$$

It is interesting to note that if the interaction equation H-1 in the LRFD is used, then

$$\frac{P_u}{126} + \frac{8}{9} \left[\frac{P_u \times 23}{0.9 \times 169.5 \times 23} \right] \left[\frac{1 - P_u / 2,172}{1.0} \right] \leq 1$$

En el diseño de acuerdo con el Capítulo F, M_{cr} en la ecuación. F1-13 es el momento elástico de pandeo a la flexión-torsión, que a partir del análisis es P_{de} . La resistencia a la compresión P_n es, pues, $P_{de}/e = P_d = 169.5$ kips. Debido a los efectos en el plano de flexión, el momento debe ser reducido por el recíproco de

$$\frac{C_m}{1 - P_d / P_e} \quad (\text{H1-3})$$

donde $C_m = 1.0$, y P_e es la carga crítica de pandeo de Euler buckling en su plano de pandeo.

Ahora

$$I_x = 5.0^3 \times 0.3 / 12 + 12.0 \times 1.0 \times 51.0^2 / 4 = 10,928 \text{ in.}^4$$

Por lo tanto según H1-3 del LRFD

$$P_e = \frac{\pi^2 \times 29,000 \times 10,928}{1,200^2} = 2,172 \text{ kips}$$

Entonces

$$\phi_b M_n = 0.9 \times 169.5 \times 23 \times \frac{(1 - 169.5 / 2,172)}{1.0} = 3,235 \text{ kips-in}$$

dando

$$P_u = 3,235 / 23.0 = 141 \text{ kips} \quad (7)$$

Es interesante notar que si se utiliza la interacción de la ecuación H-1 del método LRFD, entonces

$$\frac{P_u}{126} + \frac{8}{9} \left[\frac{P_u \times 23}{0.9 \times 169.5 \times 23} \right] \left[\frac{1 - P_u / 2,172}{1.0} \right] \leq 1$$

giving

$$P_u = 74 \text{ kips (8)}$$

It is recommended that the lower value obtained by the compression and bending methods be used, i.e., $P_u = 126$ kips. The 40% lower strength of 74 kips given in Eq. 8 is a result of the "double use" of bending and compression strengths in Chapter H of the LRFD Specifications, as the buckling curves presented already account for the interaction of bending and compression.

ACKNOWLEDGMENTS

The work described herein was performed while the author was on sabbatical leave in the Department of Civil and Mineral Engineering at the University of Minnesota. The facilities made available by the Department, and particularly by Professor Theodore V. Galambos, are acknowledged, as is the financial support provided by the Universities of New South Wales and Minnesota.

REFERENCES

1. Densford, T. A., Hendrick, T. L., and Murray, T. M., "Short Span Prestressed Steel Bridges," *Engineering Journal*, 27:No.3 (3rd Quarter 1990) 114-120.
2. Troitsky, M. S., *Prestressed Steel Bridges: Theory and Design*, (New York: Van Nostrand Reinhold, 1990).
3. Belenya, E., *Prestressed Load-Bearing Metal Structures*, in Russian, (Moscow: State Edition, 1963).
4. Trahair, N. S., and Bradford, M. A., *The Behaviour and Design of Steel Structures*, (New York: Chapman and Hall, 1988).
5. Hancock, G. J., Bradford, M. A., and Trahair, N. S., "Web Distortion and Flexural-Torsional Buckling," *Journal of the Structural Division*, ASCE, 106:No.ST7 (1980) 1557-1571.
6. Bradford, M. A., "Stability of Monosymmetric Beam-Columns with Thin Webs," *Journal of Constructional Steel Research*, 15:(1990) 323-339.
7. American Institute of Steel Construction, *Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings*, (Chicago: AISC, 1986).

Dando

$$P_u = 74 \text{ kips (8)}$$

Se recomienda que se use el menor valor obtenido entre los métodos de compresión y de flexión, esto es, $P_u = 126$ kips. El 40% menor de resistencia de 74 kips dado en la ecuación 8 es el resultado del "doble uso" del método de la resistencia entre la compresión y la flexión en el capítulo H de las especificaciones de la LRFD, como las curvas de pandeo presentadas para la interacción entre flexión y compresión.

AGRADECIMIENTOS

El trabajo descrito en el presente artículo fue desarrollado mientras el autor disfrutaba de una licencia sabática en el departamento de civil y mineral de ingeniería en la Universidad de Minnesota. Las instalaciones a disposición por el Departamento y especialmente por el profesor Theodore V. Galambos, son reconocidas, como es el apoyo financiero proporcionado por la Universidad de Nueva Gales del sur y Minnesota.

REFERENCIAS

1. Densford, T. A., Hendrick, T. L. y Murray, T. M., "Puentes metálicos pretensados de luces cortas" *Engineering Journal*, 27:No.3 (3er trimestre de 1990) 114-120.
2. Troitsky, M. S., *puentes de acero pretensado: Teoría y Diseño*, (New York: Van Nostrand Reinhold, 1990).
3. Belenya, E., *Prestressed Load-Bearing Metal Structures*, en ruso, (Moscu: State Edition, 1963).
4. Trahair, N. S. y Bradford, M. A., *El comportamiento y Diseño de estructuras de acero*, (Nueva York: Chapman y Hall, 1988).
5. Hancock, G. J., Bradford, M.A. y Trahair, N. S., "Distorsión de la web y flexión torsionales pandeo" *Journal of the Structural Division*, ASCE, 106:No.ST7 (1980) 1557-1571.
6. Bradford, M. A., "Estabilidad en Vigas-Columnas Monosymmetric con almas finas" *Journal of Constructional Steel Research*, 15:(1990) 323-339.
7. American Institute of Steel Construction, *Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings*, (Chicago: AISC, 1986).

A Prestressed Steel Space Frame

PAUL ROGERS

The ST. JOHN BREBEUF Roman Catholic Church, Niles, completed in early 1966, reflects the contemporary trend toward circular houses of worship. The interior layout is arranged so that the priest and altar are virtually surrounded by the parishioners. The building is 180 ft in diameter and has a 144-ft diameter flat conical dome topped by a 49-ft high tower and 26-ft high cross. Figure 1 shows a general view of the church. A uniformly distributed live load of 25 psf was used in the design. The architectural concept required that interior supporting columns be eliminated, yet the structure was required to support an imposing tower with stained glass windows.

FRAMING SYSTEM

To satisfy the architectural requirements, several conventional framing systems were tried but found to be unsatisfactory. Neither conventional steel framing, such as rigid frames or trusses, nor reinforced concrete construction provided a satisfactory solution. A prestressed, preloaded, steel space frame was found to provide a light, yet strong and economical dome structure suitable to the architectural design. The prestressed space frame adopted as the final solution incorporated a unique system of triangular space trusses (see Fig. 2). Each truss forming the dome is a shop welded pie-shaped wedge. Each triangular truss measures 14 ft - 1 in. at the widest point, and 2 ft - 10 in. at the narrowest. The truss depth varies from 2 ft - 3 in. to 6 ft - 0 in. before sloping to 3 ft - 10 in. Roof pitch is 3:12.

Sixteen 14 W F columns, 16 ft high, support the dome at the periphery. The columns are connected by curved 18 W F beams which form a tension ring. At the top of the dome is a box girder compression ring, 30 ft in diameter.

The eight legs of the 49-ft high tower rest on the compression ring.

Figures 3 and 4 show details of the tower framing. All framing was A36 except for the tower, which was constructed of corrosion resistant A242 high strength steel plate. After the dome was completely assembled, but before the tower and decking were placed, the structure was preloaded and the exterior steel tension ring was prestressed to create a simulated final loading with all the structural members fully stressed. The preloading was accomplished by suspending eight large oil cans (4 ft in diameter by 8 ft long), filled with sand of predetermined quantity, from the compression ring. As

Una estructura espacial de acero pretensado

PAUL ROGERS

TRADUCCIÓN IGNACIO COSTALES

La Iglesia Católica St. JOHN BRÉBEUF en Niles, completada a principios de 1966, refleja la tendencia contemporánea hacia edificios circulares de culto. La distribución interior está organizada para que el sacerdote y el altar prácticamente están rodeados por los feligreses. El edificio es de 180 pies de diámetro y tiene una cúpula plana cónica de 144 pies de diámetro, rematada por una torre de 49 pies de altura y una cruz de 26 pies de altura. La figura 1 muestra una vista general de la iglesia. Se utilizó una carga viva uniformemente distribuida 25 psf en el diseño. El concepto arquitectónico requiere eliminar las columnas de apoyo interiores, sin embargo, fue necesario que la estructura soportase una imponente torre con vidrieras.

SISTEMA ESTRUCTURAL

Para satisfacer los requisitos arquitectónicos, fueron juzgados varios sistemas estructurales convencionales pero que se encontraron insatisfactorios. No se proporcionó una solución satisfactoria ni estructuras de acero convencional, tales como marcos rígidos o emparrillados, ni con una construcción de hormigón armado. Se determinó que era adecuado para el diseño arquitectónico, un marco espacial pretensado y precargado de acero, que proporcionaría una estructura de cúpula ligera, fuerte y económica. La estructura espacial pretensada adoptada como solución final, incorpora un sistema único de celosía espacial triangular (véase Fig. 2). Cada cuchillo que forma la cúpula son cuñas soldadas en forma de trozo de torta. Cada cercha triangular mide 14 ft - 1 in. en el punto más ancho y 2 pies - 10 pulgadas. en la parte más estrecha. La profundidad de las cerchas varía de 2 pies y 3 pulgadas a 6 pies y 0 pulgadas antes de la pendiente 3 pies - 10 pulgadas en. Altura de techo es 3:12.

Dieciséis columnas 14 W F de 16 pies de alto, apoyan la cúpula en su perímetro. Las columnas están conectadas por Vigas curvas 18 W F que forman el anillo de tensión. En la parte superior de la cúpula hay un anillo rectangular de compresión, de 30 m de diámetro.

Las ocho patas de la alta torre de 49 pies descansan en el anillo de compresión.

Las figuras 3 y 4 muestran detalles de la elaboración de la torre. Todas las cerchas fueron resueltas en acero A36 excepto la torre, que fue construida de plancha de acero de alta resistencia de A242 resistente a la corrosión. Después de que la cúpula fue completamente ensamblada, pero antes de la torre y el cerramiento se colocase, la estructura fue precargada y el anillo exterior tensión acero fue pretensado para crear una carga final simulada con todos los miembros estructurales plenamente. La precarga se logró por la suspensión de ocho latas grandes de aceite (4 pies de diámetro por 8

<p>construction proceeded sand was let out of the cans so that at all times the structure and sand combined were equal to the total load.</p> <p>The tension ring was post-tensioned by four cables, each composed of 28 J-[^]-in. diameter wire strands and having an ultimate load capacity of 216,000 psi. The cables were attached at four points around the ring, in order to reduce frictional losses. Figure 5 shows some of the prestressing details, and Fig. 6 illustrates the computations for post-tensioning the ring. Figures 7, 8 and 9 are schematic stressing diagrams.</p> <p>An arch (or a dome) hinged at the supports and also hinged at the crown is a statically determinate threehinged system. If the hinge at the crown is replaced by a 30-ft diameter ring, as in this framing, then the system may become an unstable four-hinged arch. To maintain stability in this structure, the following features were incorporated in the design:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Proper bracing was provided within the dome to prevent twisting movements about the crown. It was extremely important to provide adequate bracing within the surface of the dome in order to avoid twisting failure. Such twisting can occur about the apex of the dome and can be precipitated by any unsymmetrical loading of low or medium value. <p>For erection purposes, such bracing members must be fabricated with "draw" to ensure tightness. Otherwise, the compression forces in the dome would create enough shortening in the main members to make the bracing loose and ineffective.</p> <ol style="list-style-type: none"> 2. The central ring was provided with torsion resisting capacity. Under symmetrical gravity loading the 30-ft diameter ring takes only compression forces. However, wind acting on the tower and the cross, and the positive and negative pressures on the dome itself, depress one side of the ring while lifting the other, thus creating instability. Stability can be restored by torsional stiffness of the ring girder. This is the reason for the substantial box girder used in this framing. 3. Outward movements at the support were restrained, and the dome was preloaded so that incremental loads would not create additional deformations. Under gravity loading, the dome has a substantial outward horizontal movement. While the tension forces may be resisted by the exterior curved ring girders, the actual outward movement can not be prevented by conventional means. Therefore, prestressing was utilized. It was imperative, however, that prestressing should also be combined with preloading of the dome itself. 	<p>pies de largo), llenando el anillo de compresión de determinada cantidad de arena. Según la construcción procedió, la arena fue retirada de las latas, así que en todo momento la carga total de la estructura y de la arena, combinadas, eran iguales.</p> <p>El anillo de tensión fue postensionado por cuatro cables, cada uno compuesto de 28 J-[^]-pulgadas de diámetro de alambres, con una capacidad de carga máxima de 216,000 psi. Los cables fueron conectados en cuatro puntos alrededor del anillo, para reducir las pérdidas por fricción. La figura 5 muestra algunos de los detalles del pretensado y el gráfico 6 ilustra los cálculos para el postensado del anillo. Las figuras 7, 8 y 9 destacan los diagramas esquemáticos.</p> <p>Un arco (o una cúpula) con bisagras en los apoyos y también con bisagras en la corona es un sistema estáticamente determinado triarticulado. Si la bisagra en la corona es reemplazada por un anillo de 30 pies de diámetro, el sistema puede ser un arco inestable con cuatro bisagras. Para mantener la estabilidad en esta estructura, se incorporaron las siguientes características en el diseño:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Se previó una adecuada inmovilización dentro de la cúpula para prevenir movimientos sobre la corona de torsión. Es extremadamente importante proporcionar suficiente amortiguación dentro de la superficie de la cúpula para evitar fracasos de torsión. Dicha torsión puede ocurrir sobre el vértice de la cúpula y puede ser precipitada por cualquier carga asimétrica de valor medio o bajo. <p>A efectos del sistema de construcción, esos miembros deben ser fabricados correctamente para asegurar la estanqueidad. De lo contrario, las fuerzas de compresión en la cúpula crearían suficiente acortamiento en los miembros principales para hacer que los trabajos se pierdan y sean ineficaces.</p> <ol style="list-style-type: none"> 2. Se procuró al anillo central una capacidad de resistencia a torsión. Bajo cargas simétricas de gravedad el anillo de 30 pies de diámetro tiene únicamente fuerzas de compresión. Sin embargo, el viento sobre la torre y sobre la Cruz y las presiones positivas y negativas sobre la cúpula, hacen presionar un lado del anillo mientras se levanta el otro, lo que crea inestabilidades. La estabilidad puede ser devuelta gracias a la rigidez de torsión de la viga del anillo. Esta es la razón sustancial de la viga tubular en este marco. 3. Los movimientos pasivos en el apoyo fueron limitados, y la cúpula fue precargada para que cargas incrementales no crearan deformaciones adicionales. En virtud de la carga de gravedad, la cúpula tiene un considerable movimiento horizontal hacia el exterior. Mientras las fuerzas de tensión pueden ser resistidas por las vigas curvadas del anillo exterior, el movimiento hacia el exterior real no puede ser evitado por medios convencionales. Por lo tanto, se utilizó el pretensado. Sin embargo, es imperativo, que pretensado también debe combinarse con precarga de la misma cúpula.
---	---

<p>If prestressing were introduced without preloading, upward deformations (camber) would be introduced in the dome, since prestressing had to be applied before the tower and the decking were placed. Subsequent completion of the structure would counteract this camber, and cause additional movements in the dome. Simultaneous prestressing of the exterior tension ring and preloading of the compression ring created a simulated final loading with all the structural members fully stressed.</p>	<p>Si el pretensado se introdujera sin precarga, las deformaciones ascendentes (peralte, inclinación) se introducirán en la cúpula, pues el pretensado debía aplicarse antes de que la torre y las chapas fueran colocadas. La terminación posterior de la estructura podría contrarrestar esta caída y causar movimientos adicionales en la cúpula. El Pretensado del anillo exterior de tensión y carga previa del anillo de compresión simultánea, crean una carga final simulada con todos los miembros estructurales pretensados completamente.</p>
--	--

<p>Which Design Concept for Prestressed Steel?</p> <p>MILOSLAV TOGHACEK and FRANCIS GENE AMRHEIN</p> <p>PRESTRESSED STEEL STRUCTURES are those in which, during manufacture, assembly, or exploitation, deliberate stresses are produced of precise magnitude, direction, and period of duration.</p> <p>The most significant aims of prestressing are: enlargement of the elastic range in which the structure works; redistribution of internal stresses or forces; improvement of stability; increase of fatigue resistance; decrease in deformations; wider use of high strength steels.</p> <p>Some examples of the many types of prestressed steel structures and methods of prestressing are:</p> <p>rigid basic structures (girders, trusses, frames, masts, towers, etc.) prestressed by high strength tendons;</p> <p>systems or networks of prestressed flexible strings (hanging roofs and walls, etc.);</p> <p>multilayer and hybrid beams or vessels (simultaneous use of different materials as concrete and steel, carbon steel and quenched-tempered steel, etc.);</p> <p>statically indeterminate structures prestressed by enforced displacement of redundant restraints (usually by enforced shifting of some redundant supports or by compelled assembly of some elements fabricated with planned dimension "inaccuracies")</p> <p>removal or exploitation of residual, secondary, or other "parasite" stresses (from welding, temperature treatments, mechanical operations with steel in cold state, unwanted constructional rigidity of some details, etc.).</p> <p>Prestressed structures utilizing tendons are the most widely used and most economical.</p> <p>Prestressing could be utilized in many types of steel structures of civil, naval, aircraft, mechanical, and electrical engineering, both in designing new structures and strengthening old ones. In civil engineering, prestressing could be exploited mainly in: roofing, especially of great areas; structures of industrial platforms; cladding and wall panels; craneway girders and crane bridges; highway,</p>	<p>¿Qué concepto de diseño elegir para el acero pretensado?</p> <p>MILOSLAV TOGHACEK y FRANCIS GENE Amrhein</p> <p>TRADUCCIÓN IGNACIO COSTALES</p> <p>LAS ESTRUCTURAS PRETENSADAS DE ACERO son aquellas a las que, durante la fabricación, montaje o explotación, se les aplican deliberadamente tensiones, de exacta magnitud, dirección, y período de duración.</p> <p>Las estrategias más importantes de pretensado son las siguientes: ampliación del rango elástico en la que la estructura trabaja, redistribución de las tensiones internas o de las fuerzas, mejora de la estabilidad, aumento de la resistencia a la fatiga, disminución de la deformación, un mayor uso de aceros de alta resistencia.</p> <p>Algunos ejemplos de los muchos tipos de estructuras de acero pretensado y de los métodos de pretensado son:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Estructuras rígidas básicas (vigas, cerchas, pórticos, postes, torres, etc) pretensados por medio de tendones de alta resistencia; - Sistemas o redes de redes flexibles pretensado (tejados colgantes y paredes, etc); - Vigas multicapa híbridas o mangas de barcos (uso simultáneo de diferentes materiales como el hormigón y el acero, acero al carbono templado y templado-revenido del acero, etc.); - Estructuras estáticamente indeterminadas pretensadas por el desplazamiento forzado de las restricciones redundantes (por lo general por cumplir cambio de algunos apoyos o por la ensamble obligado de algunos de los elementos fabricados con dimensiones planas, con ciertas "inexactitudes") - Eliminación o aprovechamiento de tensiones residuales, secundarias, o parásitas, (de las soldaduras, tratamientos térmicos, operaciones mecánicas de acero laminado en frío, la rigidez no deseada de construcción de algunos detalles, etc.) <p>La solución más utilizada y también la más económica para las estructuras pretensadas, es la que utiliza tendones.</p> <p>El pretensado puede ser utilizado en muchos tipos de estructuras de acero de la construcción civil, naval, aviación, mecánica e ingeniería eléctrica, tanto en el diseño de nuevas estructuras como en el refuerzo de las antiguas. En ingeniería civil el pretensado puede ser usado principalmente en: techos, especialmente en grandes superficies, estructuras de plataformas industriales, paneles de chapa y paneles pared, vigas-</p>
--	--

railroad and transportation bridges from steel or of composite design (steel and concrete); stacks, towers, masts, and piers; large sheet steel vessels, tubes and pipelines; diverse structures for various special purposes.

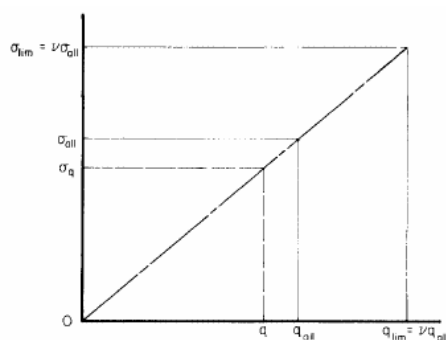
In the United States, many interesting prestressed steel structures have already been designed, proportioned, and built. In proportioning ordinary, non-prestressed steel structures, there are no special difficulties or discrepancies in using the familiar concept of allowable stress; however, this is not so in designing prestressed steel structures. In this paper, the authors wish to discuss the distinct concepts which could be used in proportioning prestressed metal structures, and to recommend the best one for common usage.

PRINCIPAL CONCEPTS IN PROPORTIONING

During the design of a structure, two conditions must be considered to insure safety, to meet the service requirements, and to provide economy; these two conditions involve the state of stress and the state of deformation, respectively. Of the two, the state of stress inherently contains more problems and merits more consideration.

State of Stress

Concept of Allowable Stresses- The analysis of non-prestressed structures according to allowable stresses⁷⁻⁹ is based on a unique safety factor for all stretched, compressed or bent elements (Fig. 1a)



(a) ANALYSIS OF NON-PRESTRESSED STRUCTURES ACCORDING TO ALLOWABLE STRESSES.

$$\nu = \frac{q_{lim}}{q_{all}} = \frac{\sigma_{lim}}{\sigma_{all}} \quad (1)$$

In Eq. (1), q_{lim} is the loading at which the stress in the material reaches the limit stress σ_{lim} . (For the majority of steel grades and structural shapes, this is the yielding point σ_{yp} or the yielding stress $\sigma_{0.2}$. But for some others, where it is difficult to determine

carril y puentes grúa, carreteras, puentes de ferrocarril o en el diseño de elementos mixtos (acero y hormigón), chimeneas, torres, mástiles, y muelles; mangas de acero de gran longitud, tubos y tuberías, estructuras diversas para diversos fines especiales.

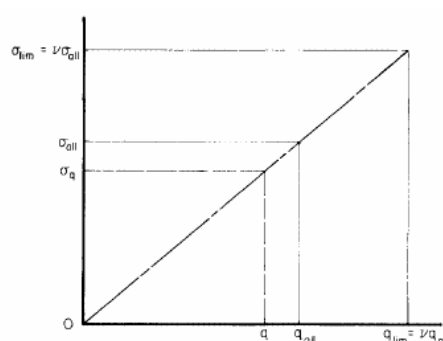
En los Estados Unidos, han sido diseñadas, suministradas, y construidas muchas de estructuras de acero pretensado de interés. En las estructuras ordinarias de acero no pretensado, no hay especiales dificultades o discrepancias en el uso del concepto familiar de tensión admisible; sin embargo, esto no es así en el diseño de estructuras de acero pretensado. En este trabajo, los autores desean discutir los distintos conceptos que podrían ser utilizados en la definición estructuras metálicas pretensadas, y también recomendar la mejor opción para un uso común.

CONCEPTOS PRINCIPALES EN LA PROPORCIÓN

Durante el proceso de diseño de una estructura, dos condiciones deben ser consideradas para garantizar la seguridad, para satisfacer las necesidades del servicio y proveer economía; estas dos condiciones tienen que ver con el estado de tensión y el estado de la deformación respectivamente. De las dos, el estado de tensión por sí tiene más problemas y merece una mayor consideración.

Estado de tensión

Concepto de tensiones admisibles- El análisis de las estructuras no pretensadas de acuerdo con tensiones admisibles⁷⁻⁹ se basa en un factor de seguridad único para todos los elementos traccionados, comprimidos o doblados (Fig. 1a)



(a) ANALISIS DE ESTRUCTURAS NO-PRESTENSADAS DE ACUERDO CON LAS TENSIONES ADMISIBLES.

$$\nu = \frac{q_{lim}}{q_{all}} = \frac{\sigma_{lim}}{\sigma_{all}} \quad (1)$$

En la ecuación. (1), q_{lim} es la carga a la que el material llega a la tensión límite σ_{lim} . (Para la mayoría de los tipos de acero y de perfiles estructurales, este es el límite elástico σ_{yp} o la tensión elástica $\sigma_{0.2}$. Pero para algunos otros, en los que es difícil de determinar

even the yielding stress $\sigma_{0.2}$, as in some wire ropes, the ultimate tensile stress σ_{us} may be used.) The term q_{all} is the loading which produces stresses in the material equal to the allowable value, σ_{all} .

The basic allowable stress— in tension, pure compression, or bending (from which the values for the other types of stresses could be derived, e.g., by the use of failure theories)—has been determined from the yielding point $\sigma_{lim} = \sigma_{yp}$ using the safety factor $v = 1.667$ (Sec. 1.5 in Ref. 7 and Table 1.3 in Ref. 9), so that

$$\sigma_{all} = \frac{\sigma_{yp}}{1.667} = 0.6\sigma_{yp}$$

This value corresponds to the expected maximum deviations, -25% from the standard yield point, +25% from the standard loadings.

The term "a standard value" is hereby interpreted to mean the usual or most probable value as prescribed in specifications, codes, etc., and is explained more fully in the section regarding the Concept of Limit States Design.

For some specific wider combinations of loads (Sec. 1.57) the safety factor could be reduced to

$$v = 3/4(1.667) = 1.25$$

Related to ultimate stress $\sigma_{lim} = \sigma_{us}$, the considered safety factor is $v > 2.0$ (Sec. 1.5.1.1⁷), and for wire-ropes $v = 1.5$ through 3.0 (Sec. 10³).

In the concept of allowable stresses, a structural member is considered safe if the stress produced in it due to an external load q meets the criterion

$$\sigma_q \leq \sigma_{all} \quad (2)$$

Now let us examine the design safety of prestressed structures. To simplify the problem, stability considerations will not be taken into account.

In the following discussion, those elements in which the prestressing induces stresses of opposite direction to the stresses resulting from loading will be designated as elements of Group I; the majority of prestressed elements fall into this category. The quantities in this group will be denoted by a single prime superscript ('). On the other hand, those elements in which the prestressing induces stresses consistent with those caused by the loading will be considered as elements of Group II; these are in particular prestressing tendons. In this group, the quantities will be marked by a double-prime superscript ('').

incluso el límite del tensión $\sigma_{0.2}$, como en algunos cables de acero, puede ser utilizado el último esfuerzo de tracción σ_{us}) El término q_{all} es la carga que produce tensiones en el material igual al valor permitido, σ_{all} .

La tensión admisible básica— en tracción, compresión pura o en flexión (de la que los valores de los otros tipos de tensión se podrían derivar, por ejemplo, mediante el uso de las teorías de fallo) —se ha determinado desde el punto elástico $\sigma_{lim} = \sigma_{yp}$ usando el factor de seguridad $v = 1.667$ (Sec. 1.5 en la Ref. 7 y en la Tabla 1.3 en la Ref. 9), por lo que

$$\sigma_{all} = \frac{\sigma_{yp}}{1.667} = 0.6\sigma_{yp}$$

Este valor se corresponde con la desviación máxima esperada, -25% desde el límite elástico estándar, +25% de la carga estándar.

El término "valor estándar" se interpreta como el valor normal o el más probable según lo prescrito en las especificaciones, códigos, etc., y se explica con más detalle en la sección sobre el concepto de estado límite de diseño.

Para algunas combinaciones específicas más amplia de cargas (Sec. 1.57) el factor de seguridad se podría reducir a

$$v = 3/4(1.667) = 1.25$$

Relacionados con la tensión última $\sigma_{lim} = \sigma_{us}$, el factor de seguridad considerado es $v > 2.0$ (Sec. 1.5.1.1⁷), y de los cables de acero $v = 1.5$ hasta 3.0 (Sec. 10³).

En el concepto de tensiones admisibles, un miembro estructural se considera seguro si la tensión producida en él, debido a una carga externa q cumple el criterio

$$\sigma_q \leq \sigma_{all} \quad (2)$$

Ahora vamos a examinar la seguridad en el diseño de estructuras pretensadas. Para simplificar el problema, las consideraciones de estabilidad no se tendrán en cuenta.

En la discusión siguiente, los elementos en los que el pretensado induce tensiones en la dirección opuesta a las tensiones resultantes de la carga, serán designados como los elementos del Grupo I; la mayoría de los elementos pretensados entran en esta categoría. Los valores de este grupo se indican mediante una comilla simple ('). Por otro lado, los elementos en los que el pretensado induce esfuerzos en consonancia con las causadas por la carga serán considerados como elementos del Grupo II, que son en particular los tendones de pretensado. En este grupo, los valores se caracterizan por un exponente de doble comilla ('').

Instead of "yielding stress" and "ultimate stress," the terms "yielding strength" and "ultimate strength" are frequently used, although the respective quantities are unit stresses. To the contrary, in publications concerning ropes, the term "breaking strength" designates a force. To prevent misunderstanding in this paper, the term "stress" will be employed for unit stresses (force per area), but the term "strength" for forces.

When using the concept of allowable stress in its original appearance (that is, with unchanged values of σ_{all}) to design prestressed structures, the factor of safety v as well as the allowable load q_{all} will vary (Fig. 1b).

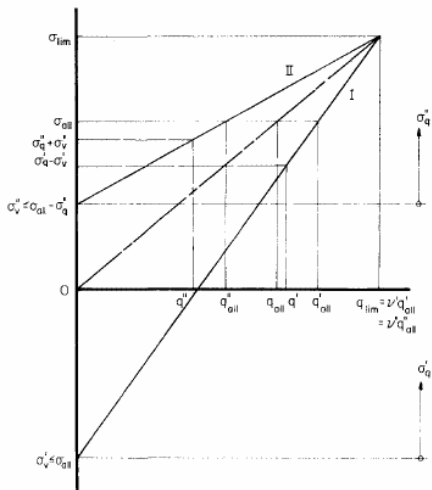


Fig. 1b.- Analysis of prestressed structures according to allowable stresses.

For elements in Group I, the safety factor will be smaller than for non-prestressed elements.

$$v' = \frac{q_{\text{lim}}}{q'_{\text{all}}} = \frac{\sigma_{\text{lim}} + \sigma'_{\nu}}{\sigma_{\text{all}} + \sigma'_{\nu}} < v \quad (3)$$

On the contrary, in the case of the elements of Group II, the safety factor will be greater,

$$v'' = \frac{q_{\lim}}{q''_{all}} = \frac{\sigma_{\lim} + \sigma''_v}{\sigma_{all} + \sigma''_v} > v \quad (4)$$

In Eqs. (3) and (4), σ'_v and σ''_v are the stresses due to prestressing. Their maximum possible values are obvious from Fig. 1b.

Assuming

$$\sigma_{lim} = \sigma_{vp} = v \cdot \sigma_{all} = 1,667 \cdot \sigma_{all}$$

$$\sigma'_y = \sigma_{all}$$

$$\sigma_v'' = 0,667 \sigma_{all} \quad (\text{a frequent value for high-strength prestressing tendons})$$

Equations (3) and (4) yield, respectively:

$$v' = \frac{1.667\sigma_{all} + \sigma_{all}}{\sigma_{all} + \sigma_{all}} = 1.333 < 1.667$$

En lugar de "tensión de rendimiento" y de "tensión última," los términos "resistencia a la fluencia" y "resistencia última a la tracción" se utilizan con frecuencia, aunque las cantidades respectivas se hacen hincapié en las unidades. Por el contrario, en las publicaciones sobre los tendones, el término "resistencia a la rotura" designa una fuerza. Para evitar malentendidos en este documento, el término "tensión" se empleará para hacer hincapié en la unidad de resistencia (fuerza por área), pero el término "resistencia" de las fuerzas.

Quando se utiliza el concepto de tensión admisible en su aspecto original (es decir, con valores sin cambios de la σ_{all}) para diseñar estructuras pretensadas, el factor de seguridad γ , así como la q_{all} carga admisible puede variar (Fig. 1b).

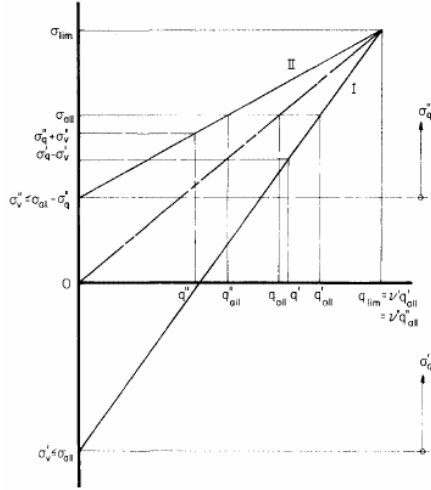


Fig. 1b.- Análisis de las estructuras pretensadas de acuerdo con las tensiones admisibles.

Para los elementos del Grupo I, el factor de seguridad será menor que para los elementos no pretensados,

$$v' = \frac{q_{\text{lim}}}{q'_{\text{all}}} = \frac{\sigma_{\text{lim}} + \sigma'_{\nu}}{\sigma_{\text{all}} + \sigma'_{\nu}} < v \quad (3)$$

Por el contrario, en el caso de los elementos del Grupo II, el factor de seguridad será mayor,

$$v'' = \frac{q_{\text{lim}}}{q''_{\text{all}}} = \frac{\sigma_{\text{lim}} + \sigma''_{\nu}}{\sigma_{\text{all}} + \sigma''_{\nu}} > v \quad (4)$$

En las ecuaciones (3) y (4), σ'_v y σ''_v son las tensiones debidas al pretensado. Sus valores posibles son evidentes en la Figura 1b.

Asumiendo

$$\sigma_{\text{lim}} = \sigma_{yp} = v \cdot \sigma_{\text{all}} = 1,667 \cdot \sigma_{\text{all}}$$

$$\sigma'_v = \sigma_{all}$$

$\sigma''_v = 0,667 \sigma_{all}$ (Un valor frecuente para los tendones de pretensado de alta resistencia)

Ecuaciones (3) y (4) el rendimiento, respectivamente:

$$v' = \frac{1.667\sigma_{all} + \sigma_{all}}{\sigma_{all} + \sigma_{all}} = 1.333 < 1.667$$

$$\nu'' = \frac{1.667\sigma_{all} - 0.667\sigma_{all}}{\sigma_{all} - 0.667\sigma_{all}} = 3.0 > 1.667$$

Thus the safety factors are

$\nu' = 80\% \nu$ (Group I)
 $\nu'' = 180\% \nu$ (Group II)

The curves in Fig. 2 are a plot of various ratios of the safety factors ν'/ν and ν''/ν (in percent) at various ratios of stresses σ'_v/σ_{all} and σ''_v/σ_{all} , respectively.

The condition of strength is

$$\sigma'_q - \sigma'_v \leq \sigma_{all}$$

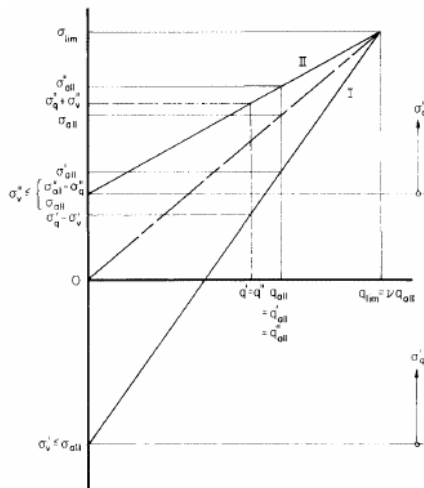
and

$$\sigma''_q - \sigma''_v \leq \sigma_{all}$$

This concept with the unchanged values of allowable stress σ_{all} had been used by the pioneers in prestressing, for example by E. Freyssinet, F. Dischinger et al.

Concept of Modified Allowable Stresses—

Naturally, the factor of safety ν should not vary; this condition can be attained by introducing modified allowable stresses (Fig. 1c). From the following condition of constant safety factor ν (and/or constant allowable load q_{all}),



(c) Analysis of prestressed structures according to modified allowable stresses.

$$\nu'' = \frac{1.667\sigma_{all} - 0.667\sigma_{all}}{\sigma_{all} - 0.667\sigma_{all}} = 3.0 > 1.667$$

Así, los factores de seguridad son

$\nu' = 80\% \nu$ (Group I)
 $\nu'' = 180\% \nu$ (Group II)

Las curvas de la figura 2 son producto de varios ratios de los factores de seguridad ν'/ν y ν''/ν (en porcentaje) en diferentes proporciones de las tensiones σ'_v/σ_{all} y σ''_v/σ_{all} , respectivamente.

La condición de la fuerza es

$$\sigma'_q - \sigma'_v \leq \sigma_{all}$$

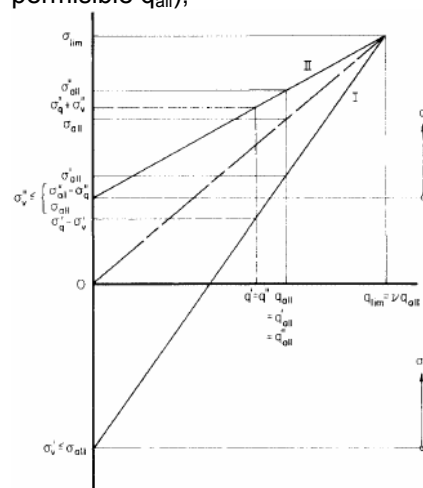
y

$$\sigma''_q - \sigma''_v \leq \sigma_{all}$$

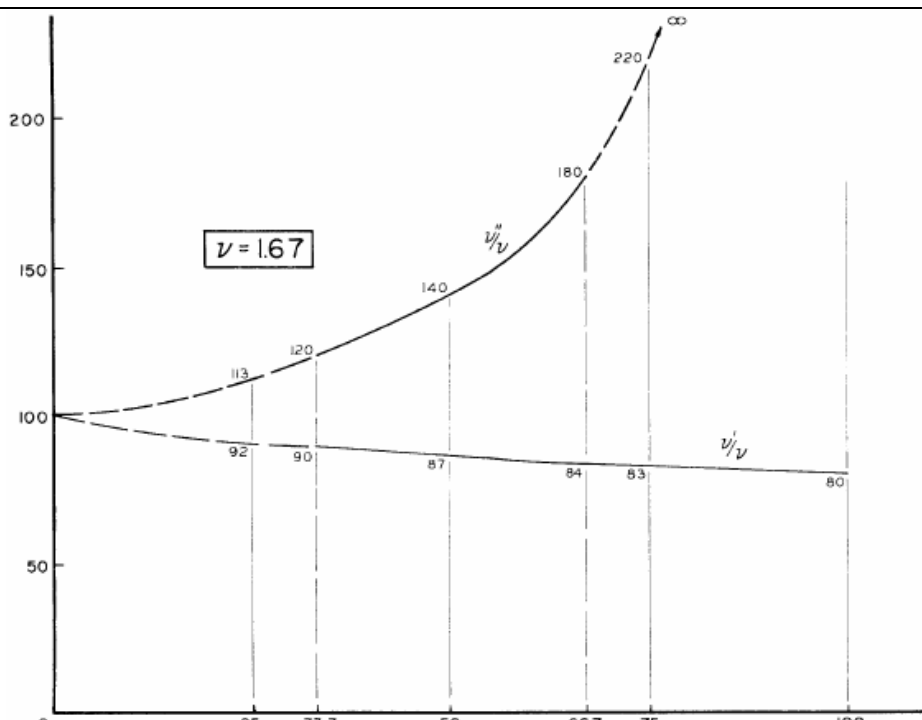
Este concepto con los valores sin cambios de tensión permisible σ_{all} han sido utilizados por los pioneros en el pretensado, como E. Freyssinet, F. Dischinger y otros.

Concepto de la tensión admisible modificada—

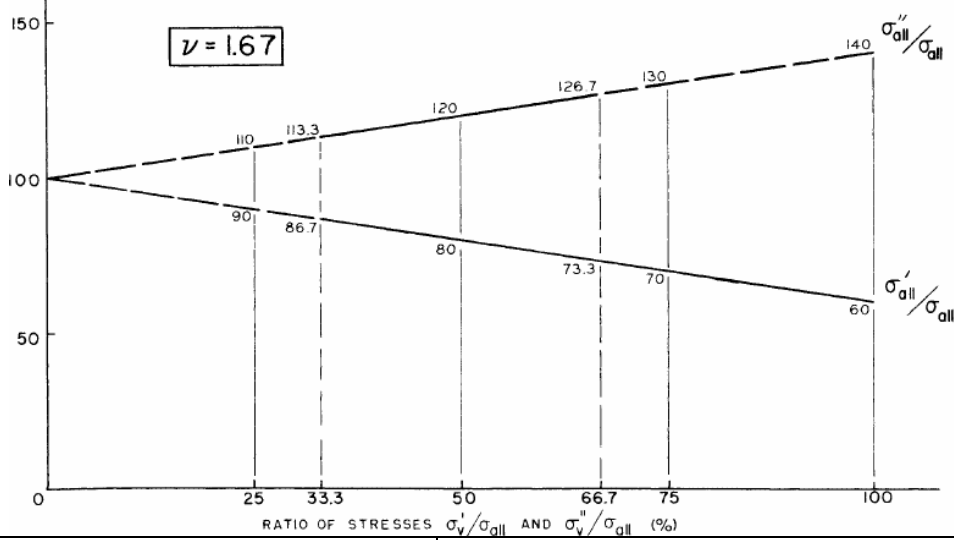
Naturalmente el factor de seguridad ν no debe variar; esta condición se puede alcanzar mediante la introducción de tensiones admisibles modificadas (Fig. 1c). A partir de la siguiente condición de factor de seguridad constante ν (y / o constante de carga permisible q_{all}),



(c) Análisis de las estructuras de pretensadas de acuerdo a la modificación de tensiones admisibles.

Ratio of factors of safety v'/v and v''/v (%)	Relación entre los factores de seguridad v'/v y v''/v (%)	 <table><thead><tr><th>Ratio of Stresses (%)</th><th>v''/v (%)</th><th>v'/v (%)</th></tr></thead><tbody><tr><td>0</td><td>100</td><td>100</td></tr><tr><td>25</td><td>113</td><td>92</td></tr><tr><td>33.3</td><td>120</td><td>90</td></tr><tr><td>50</td><td>140</td><td>87</td></tr><tr><td>66.7</td><td>180</td><td>84</td></tr><tr><td>75</td><td>220</td><td>83</td></tr><tr><td>100</td><td>-</td><td>80</td></tr></tbody></table>	Ratio of Stresses (%)	v''/v (%)	v'/v (%)	0	100	100	25	113	92	33.3	120	90	50	140	87	66.7	180	84	75	220	83	100	-	80
Ratio of Stresses (%)	v''/v (%)	v'/v (%)																								
0	100	100																								
25	113	92																								
33.3	120	90																								
50	140	87																								
66.7	180	84																								
75	220	83																								
100	-	80																								
RATIO OF STRESSES σ'_v/σ_{all} and σ''_v/σ_{all} (%)		RATIO DE TENSIONES σ'_v/σ_{all} y σ''_v/σ_{all} (%)																								
Fig. 2. Variation of safety factors v' , v'' in prestressed structures designed according to allowable stresses.		Fig. 2. Variación de los factores de seguridad v' , v'' en las estructuras pretensadas diseñadas de acuerdo con las tensiones admisibles.																								
$v' = v = \frac{q_{lim}}{q_{all}} = \frac{\sigma_{lim} + \sigma'_v}{\sigma'_{all} + \sigma'_v}, \quad (7)$ $v' = v = \frac{q_{lim}}{q_{all}} = \frac{\sigma_{lim} + \sigma''_v}{\sigma''_{all} + \sigma''_v}, \quad (8)$ <p>an increase in the allowable stresses for Group I and a decrease in the allowable stresses for Group II would result. These modified allowable stresses are given by the following formulas:</p> $\sigma'_{all} = \sigma_{all} \left[1 - \frac{\sigma'_v}{\sigma_{all}} \left(1 - \frac{1}{v} \right) \right] \leq \sigma_{all}, \quad (9)$ $\sigma''_{all} = \sigma_{all} \left[1 + \frac{\sigma''_v}{\sigma_{all}} \left(1 - \frac{1}{v} \right) \right] \geq \sigma_{all}, \quad (10)$ <p>Limits for σ'_v and σ''_v, from prestressing are shown in Fig. 1c and will be discussed at the end of this section.</p> <p>As an example, for the most common carbon steel, aASTM A36, with the allowable stress $\sigma''_{all} = 22$ ksi, and for the parameters mentioned under Eq. (4),</p>		$v' = v = \frac{q_{lim}}{q_{all}} = \frac{\sigma_{lim} + \sigma'_v}{\sigma'_{all} + \sigma'_v}, \quad (7)$ $v' = v = \frac{q_{lim}}{q_{all}} = \frac{\sigma_{lim} + \sigma''_v}{\sigma''_{all} + \sigma''_v}, \quad (8)$ <p>se produciría un aumento en las tensiones admisibles para el Grupo I y una disminución de las tensiones admisibles para el Grupo II. Estas tensiones modificadas permitidas se describen en las siguientes fórmulas:</p> $\sigma'_{all} = \sigma_{all} \left[1 - \frac{\sigma'_v}{\sigma_{all}} \left(1 - \frac{1}{v} \right) \right] \leq \sigma_{all}, \quad (9)$ $\sigma''_{all} = \sigma_{all} \left[1 + \frac{\sigma''_v}{\sigma_{all}} \left(1 - \frac{1}{v} \right) \right] \geq \sigma_{all}, \quad (10)$ <p>Los límites para σ'_v y σ''_v, de pretensado se muestran en la figura. 1c y se discutirá al final de esta sección.</p> <p>A modo de ejemplo, para el acero al carbono más común, aASTM A36, con una tensión admisible $\sigma''_{all} = 22$ ksi, y para los parámetros mencionados en la ecuación (4),</p>																								

$\sigma'_{all} = 22 \left[1 - \frac{22}{22} \left(1 - \frac{1}{1.667} \right) \right] = 13.2 \leq 22ksi$ $\sigma''_{all} = 22 \left[1 + \frac{0.667 \times 22}{22} \left(1 - \frac{1}{1.667} \right) \right] = 27.9 > 22ksi$ <p>o $\sigma'_{all} = 60\% \sigma_{all}$ (Grupo I) $\sigma''_{all} = 127\% \sigma_{all}$ (Grupo II)</p>	$\sigma'_{all} = 22 \left[1 - \frac{22}{22} \left(1 - \frac{1}{1.667} \right) \right] = 13.2 \leq 22ksi$ $\sigma''_{all} = 22 \left[1 + \frac{0.667 \times 22}{22} \left(1 - \frac{1}{1.667} \right) \right] = 27.9 > 22ksi$ <p>o $\sigma'_{all} = 60\% \sigma_{all}$ (Grupo I) $\sigma''_{all} = 127\% \sigma_{all}$ (Grupo II)</p>
--	--

 <p style="text-align: center;">RATIO OF STRESSES σ'_v/σ_{all} AND σ''_v/σ_{all} (%)</p>	
<p>RATIO OF STRESSES σ'_v/σ_{all} AND σ''_v/σ_{all} (%)</p> <p>Fig. 3. Variations of allowable stress σ'_{all}, σ''_{all} in prestressed structures designed according to modified allowable stresses.</p>	<p>RATIO DE TENSIONES σ'_v/σ_{all} Y σ''_v/σ_{all} (%)</p> <p>Fig. 3. Las variaciones de tensión admisible σ'_{all}, σ''_{all} en el diseño de estructuras pretensadas de acuerdo a las tensiones admisibles modificadas</p>
<p>The two latter results could be compared with those of Fig. 3. The condition of safety then becomes</p> $\sigma'_q - \sigma'_v \leq \sigma'_{all} \quad (11)$ <p>and</p> $\sigma''_q - \sigma''_v \leq \sigma''_{all} \quad (12)$ <p>The concept of modified allowable stress was introduced by G. Magnel¹² for the elements of Group I, and since that time several other authors have utilized his approach.</p> <p>It is noted that the variance in the values of the modified allowable stresses, which depends on the magnitude of the prestressing (Fig. 2b), destroys the simplicity and clarity of the analysis and might lead to errors.</p> <p>In the case of the elements of Group II, the raising of the allowable stress σ_{all} to σ''_{all} may be questionable; they are stressed by prestressing and even so they are allowed to carry the same loading q_{all} (which increases the initial stress σ'_v due to prestressing) as a non-prestressed, non-stressed element of Fig. 1a. This is why some supporters of the concept of the modified allowable stresses have designed elements which fall into Group II with an allowable stress σ''_{all}</p>	<p>Los dos últimos resultados podrían ser comparados con las de la figura. 3. El estado de la seguridad se convierte en</p> $\sigma'_q - \sigma'_v \leq \sigma'_{all} \quad (11)$ <p>y</p> $\sigma''_q - \sigma''_v \leq \sigma''_{all} \quad (12)$ <p>El concepto de tensión permitido modificado fue introducida por G. Magnel¹² para los elementos del grupo I, y desde entonces varios otros autores han utilizado su método.</p> <p>Se observa que la variación en los valores de las tensiones admisibles modificadas, que depende de la magnitud del pretensado (Fig. 2b), destruye la simplicidad y la claridad del análisis, y podría dar lugar a errores.</p> <p>En el caso de los elementos del Grupo II, la elevación de la tensión admisible σ_{all} a σ''_{all} puede ser cuestionable; son tensionados por el pretensado y aún así se les permite asumir la misma carga q_{all} (lo que aumenta la tensión inicial de σ'_v debido al pretensado) como la no pretensada, los elementos no pretensados de la Figura 1a. Por eso algunos partidarios del concepto de las tensiones admisibles modificadas diseñan elementos que entran en el</p>

$=\sigma_{all}$, reasoning that the increment of stress σ''_q due to the external loads is in most cases small and the character of the state of stress for these elements is therefore analogous to the state of stress in a non-prestressed structure under a dead load. This explanation, however, is valid only for slender high-strength prestressing tendons. From a similar consideration, that stress σ'_v due to prestressing does not increase under any loading $q' > 0$, the limitation $\sigma'_v < \sigma_{all}$ follows (Fig. 1c).

Concept Approaching Limit States Design—It was probably B. Fritz who first attempted to do away with the liabilities of the previously mentioned concepts of analysis. The approach has also been utilized by several other authors such as W. Wrycza, K. H. Schneider, and M. Mortensen et al. Fritz's method is a simplified and, unfortunately, an imperfect limit states analysis (as described in the next section). The fundamental condition of safety has the form

$$\nu \sigma'_q - \sigma'_v \leq \sigma_{lim} \quad (13)$$

$$\nu \sigma''_q - \sigma''_v \leq \sigma_{lim} \quad (14)$$

Here, the unique factor of safety ν for the external loading q' , q'' is the same as above, Eq. (1). It is presumed that the stresses σ'_v , σ''_v from prestressing (of highest values according to Fig. 1d) could be induced nearly precisely, so that at the increased stress level $\nu \cdot \sigma'_v$ or $\nu \cdot \sigma''_v$ caused by the external loading, a safety factor for prestressing equal to unity is quite satisfactory. The inheritance from the preceding methods (and the mentioned inconsistency from the point of view of limit states design) is the unchanged condition for stresses due to prestressing

$$\sigma'_v \leq \sigma_{all} \quad (15)$$

$$\sigma''_v \leq \sigma_{all} \quad (16)$$

From the graphical interpretation of the above relations (Fig. 1d), it can be seen that Fritz's method in fact only expresses in another form the relationships of the modified allowable stress concept.

Grupo II con una tensión $\sigma''_{all} = \sigma_{all}$, razonando que el incremento de la tensión σ''_q debido a las cargas externas q en la mayoría de los casos son pequeñas y el carácter del estado de tensión de estos elementos es por lo tanto análogo a la situación de tensión en una estructura no pretensada bajo un peso muerto. Esta explicación, sin embargo, sólo es válida para los tendones delgados pretensados de alta resistencia. A partir de una consideración similar, que la tensión σ'_v debido al pretensado no aumenta en cualquier carga $q' > 0$, la limitación siguiente $\sigma'_v < \sigma_{all}$ (Fig. 1c).

Concepto de acercarse a los Estados Limite de diseño— Probablemente el primero que intentó acabar con las responsabilidades de los conceptos previos mencionados del análisis, fue B. Fritz. El enfoque también ha sido utilizado por otros autores como W. Wrycza, Schneider KH y M. Mortensen y otros. El método de Fritz es una simplificación y, por desgracia, un análisis imperfecto de los estados límite (como se describe en la siguiente sección). La condición fundamental de la seguridad tiene la forma

$$\nu \sigma'_q - \sigma'_v \leq \sigma_{lim} \quad (13)$$

$$\nu \sigma''_q - \sigma''_v \leq \sigma_{lim} \quad (14)$$

Aquí, el único factor de seguridad ν de la carga externa q' , q'' es el mismo que la Ecuación 1 anterior. Se supone que las tensiones σ'_v , σ''_v de pretensado (de los más altos valores de acuerdo con la Fig. 1d) puede ser inducida de casi precisamente, para que en el aumento de nivel de tensión $\nu \cdot \sigma'_v$ o $\nu \cdot \sigma''_v$ causado por la carga externa, es bastante satisfactorio un factor de seguridad para el pretensado igual a la unidad. La herencia de los métodos anteriores (y la falta de coherencia mencionado desde el punto de vista de los estados límite de diseño) es la condición sin cambios por las tensiones debidas al pretensado

$$\sigma'_v \leq \sigma_{all} \quad (15)$$

$$\sigma''_v \leq \sigma_{all} \quad (16)$$

De la interpretación gráfica de las relaciones anteriores (Fig. 1d), se puede observar que el método de Fritz, de hecho, sólo se expresa en otra forma las relaciones entre el concepto de tensión modificados permitidos.

<p>(d) Analysis of prestressed structures according to Fritz's method.</p> <p>This can also be confirmed analytically: taking Eqs. (13) and (14) and dividing them by the safety factor ν, then adding and subtracting the respective stress σ'_v or σ''_v from the left hand side of the obtained relation, we have</p> $\sigma'_q - \frac{\sigma'_v}{\nu} - \sigma'_v + \sigma'_v \leq \sigma'_{all} \quad (17)$ $\sigma''_q - \frac{\sigma''_v}{\nu} - \sigma''_v + \sigma''_v \leq \sigma_{all} \quad (18)$ <p>After rearranging these expressions, we obtain</p> $\sigma_q - \sigma'_v \leq \sigma_{all} \left[1 - \frac{\sigma'_v}{\sigma_{all}} \left(1 - \frac{1}{\nu} \right) \right] = \sigma'_{all} \quad (19)$ $\sigma_q - \sigma''_v \leq \sigma_{all} \left[1 - \frac{\sigma''_v}{\sigma_{all}} \left(1 - \frac{1}{\nu} \right) \right] = \sigma''_{all} \quad (20)$ <p>Equations (19) and (20) are obviously identical to the expressions for the modified allowable stress method, Eqs. (9) and (10), Fig. 2b.</p> <p>Concept of Limit States Design —The previously mentioned difficulties and some others could be overcome by a consistent employment of limit states design principles. Two limit states are decisive for steel structures:</p> <p>First limit state of bearing capacity Second limit state of deformations</p> <p>The state of stress is dealt with in checking the first limit state where the greatest probable design effects from external loading and prestressing are compared with the smallest probable design bearing capacity of the considered element; expressed in terms of stresses</p>	<p>(d) Análisis de las estructuras pretensadas de acuerdo al método de Fritz.</p> <p>Esto también puede ser confirmado analíticamente: tomar las Eqs. (13) y (14) y dividiendo entre el factor de seguridad ν, entonces suma y resta de los respectivos tensión σ'_v o σ''_v en el lado izquierdo de la relación obtenida, hemos</p> $\sigma'_q - \frac{\sigma'_v}{\nu} - \sigma'_v + \sigma'_v \leq \sigma'_{all} \quad (17)$ $\sigma''_q - \frac{\sigma''_v}{\nu} - \sigma''_v + \sigma''_v \leq \sigma_{all} \quad (18)$ <p>Después de reorganizar estas expresiones, obtenemos:</p> $\sigma_q - \sigma'_v \leq \sigma_{all} \left[1 - \frac{\sigma'_v}{\sigma_{all}} \left(1 - \frac{1}{\nu} \right) \right] = \sigma'_{all} \quad (19)$ $\sigma_q - \sigma''_v \leq \sigma_{all} \left[1 - \frac{\sigma''_v}{\sigma_{all}} \left(1 - \frac{1}{\nu} \right) \right] = \sigma''_{all} \quad (20)$ <p>Las ecuaciones (19) y (20) son, obviamente, idénticas a las expresiones para el método de la tensión admisible modificado, las ecuaciones. (9) y (10), fig. 2b.</p> <p>Concepto de Estados límite de diseño —Los problemas antes mencionados y algunos otros podrían ser superados por un uso constante de los principios de diseño de los estados límite. Dos estados límite son decisivos para las estructuras de acero:</p> <p>Primer estado límite de capacidad de soporte Segundo estado límite de deformaciones</p> <p>El estado de tensión es tratado en la comprobación del primer estado límite donde los probables efectos de diseño de cargas exteriores y del pretensado se comparan con los más pequeños de la capacidad probable del elemento considerado; expresada en términos de tensiones</p>

$$\sum_q c_q n_q \bar{\sigma}'_q - \sum_q n_v \bar{\sigma}'_v \leq mk \bar{R} \quad (21)$$

$$\sum_q c_q n_q \bar{\sigma}''_q - \sum_q n_v \bar{\sigma}''_v \leq mk \bar{R} \quad (22)$$

Symbols in Eqs. (21) and (22) have the following meaning:

q = Subscript denoting effects of external loading

v = Subscript denoting effects of prestressing

c = Grouping factor (expressing improbability of simultaneous appearance of the most unfavorable loadings under the so-called wider or extraordinary load combinations—see Table 4). Used to reduce effects of short acting live loads ($c < 1.0$)

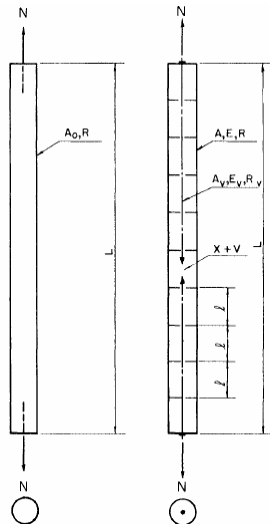
n = Load factor or possibly prestressing accuracy factor replacing (together with m and k) the safety factor v. Expresses possibility of overloading or underloading ($n_{vl} \leq 1.0$, $n_{vu} \geq 1.0$)

a = Stress due to standard effects

m = Factor of working conditions respecting special circumstances under which the structural element works (m can be less than, equal to, or greater than 1.0)

k = Factor of homogeneity considering probable deviations from the supposed physical or geometrical characteristics ($k < 1.0$)

R = Standard stress (standard yield point σ_{yp} or yield stress $\sigma_{0.2}$ or standard ultimate stress σ_{us})



(a) Unprestressed (b) Prestressed
Fig. 4. Stretched bar.

Table 1. Design of a Prestressed Bar According to Fig. 4, General Formulas

$$\sum_q c_q n_q \bar{\sigma}'_q - \sum_q n_v \bar{\sigma}'_v \leq mk \bar{R} \quad (21)$$

$$\sum_q c_q n_q \bar{\sigma}''_q - \sum_q n_v \bar{\sigma}''_v \leq mk \bar{R} \quad (22)$$

Los símbolos en las Eqs. (21) y (22) tienen el siguiente significado:

q = Subíndice que denota los efectos de la carga externa

v = Subíndice que indica los efectos de pretensado

c = Factor de agrupación (que expresa improbabilidad de la aparición simultánea de las cargas más desfavorables en la carga de los llamados en general o extraordinarias combinaciones -ver Tabla 4). Se utiliza para reducir los efectos de las cargas vivas de corta duración ($c < 1.0$)

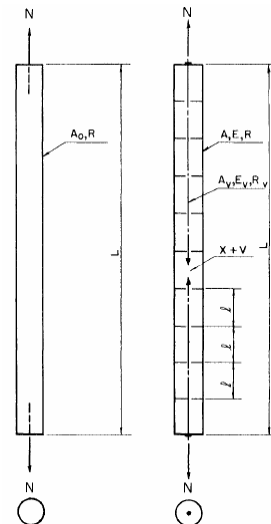
n = Factor de carga o posibilidad de pretensado factor de reemplazo de precisión (con m y k) el factor de seguridad contra Expresa posibilidad de sobrecarga o subcarga ($n_{vl} \leq 1.0$, $n_{vu} \geq 1.0$)

a = El tensión debido a los efectos estándar

m = Factor de condiciones de trabajo respetando las circunstancias especiales en que las obras elemento estructural (m puede ser menor, igual o mayor que 1,0)

k = Factor de homogeneidad en teniendo en cuenta las desviaciones probables de las supuestas características físicas o geométricas ($k < 1.0$)

R = De serie el tensión (σ_{yp} estándar de punto de fluencia o límite elástico $\sigma_{0.2}$ o tensión último estándar σ_{us})



(A) Sin pretensar (b) Pretensado
Fig. 4. Barra estirada.

Tabla 1. Diseño de una barra de pretensado De acuerdo con la figura. 4, Fórmulas Generales

Concept of Concepto de		Allowable Stresses Tensiones admisibles	Limit States Estados Límite
Nonprestressed Bar Barras no pretensadas	Strength conditions Condiciones de fuerza	$\bar{N} = \sum \bar{N}_i$ $\sigma^+ = \frac{\bar{N}}{A_0} \leq \sigma_{all}$	$N = \sum n_{iu} \bar{N}_i$ $\sigma^+ = \frac{N}{A_0} \leq R$
	Design formulas Fórmulas de Diseño	$A_0 \geq \frac{\bar{N}}{\sigma_{all}}$	$A_0 \geq \frac{N}{R}$
Prestressed Bar Barras Pretensadas	Strength conditions Condiciones de fuerza	$\bar{N} = \sum \bar{N}_i, \bar{X} = \sum \bar{X}_i$ $\sigma^- = \frac{\bar{V}}{A} \leq \frac{\sigma_{all}}{\theta}$ $\sigma^+ = \frac{\bar{N} - \bar{X} - \bar{V}}{A} \leq \sigma_{all}$ $\sigma_v^+ = \frac{\bar{X} - \bar{V}}{A_v} \leq \sigma_{all,v}$	$N = \sum n_{iu} \bar{N}_i, X = \sum n_{iu} \bar{X}_i$ $\sigma^- = \frac{\theta n_{vu} \bar{V}}{A} \leq R$ $\sigma^+ = \frac{N - X - n_{vl} \bar{V}}{A} \leq R$ $\sigma_v^+ = \frac{X + n_{vu} \bar{V}}{A_v} \leq R_v$
	Redundant force in tendon Fuerza redundante en el tendón	$\bar{X} = \frac{\bar{N}}{1 + e \frac{A}{A_v}}$	$X = \frac{N}{1 + e \frac{A}{A_v}}$
	Design formulas Fórmulas de Diseño	$A \geq \frac{\bar{N}}{\sigma_{all}} \frac{\epsilon \rho - \eta}{\eta \left(\epsilon \rho + \frac{1}{\theta} - \eta \right)}$ $A_v \geq \frac{\bar{N}}{\sigma_{all}} \frac{\epsilon}{\theta \eta \left(\epsilon \rho + \frac{1}{\theta} - \eta \right)}$ $\bar{V} = \bar{N} \frac{\epsilon \rho - \eta}{\theta \eta \left(\epsilon \rho + \frac{1}{\theta} - \eta \right)}$	$A \geq \frac{N}{R} \frac{\epsilon \rho - \eta}{\eta \left(\epsilon \rho + \frac{1}{\theta} - \eta \right)}$ $A_v \geq \frac{N}{R} \frac{\epsilon}{\theta \eta \left(\epsilon \rho + \frac{1}{\theta} - \eta \right)}$ $\bar{V} = \frac{N}{n_{vu}} \frac{\epsilon \rho - \eta}{\theta \eta \left(\epsilon \rho + \frac{1}{\theta} - \eta \right)}$
Parameters Parámetros		$\epsilon = \frac{E}{E_v}; \rho = \frac{\sigma_{all,v}}{\sigma_{all}} = \frac{\sigma_{lim,v}}{\sigma_{lim}}; \nu = \frac{\nu}{\nu_v}; \eta = 1 + \frac{1}{\theta}$	$\epsilon = \frac{E}{E_v}; \rho = \frac{R_v}{R} = \frac{m_v k_v \sigma_{lim,v}}{m k \sigma_{lim}}; \eta = 1 + \frac{1}{\theta} \frac{n_{vu}}{n_{vu}}$

Standard effects (prescribed by specifications or codes and designated by a bar over the symbol) multiplied by the corresponding factors are called design effects; the right hand side of Eqs. (21) and (22) define the design stress $R = m \cdot k \cdot R$.

There are other factors which could be considered and would appear on the left hand side of Eqs. (21) and (22). One example would be the buckling coefficient $\theta > 1.0$; another example would be a dynamic coefficient $K > 1.0$. On the right hand side of these formulas we might have a fatigue coefficient $\gamma < 1.0$, etc.

Let us illustrate the difference between the designs according to allowable stresses and limit states, respectively, by a simple problem. Consider a stretched bar prestressed by a high-strength tendon as shown in Fig. 4. The governing relations are

Efectos estándar (prescritos por especificación o por códigos y designados por una barra sobre el símbolo), multiplicados por los factores correspondientes se llaman efectos de diseño; la parte derecha de las Ecuaciones (21) y (22) define la tensión de cálculo $R = m \cdot k \cdot R$.

Hay otros factores que podrían tenerse en cuenta y que aparecen en el lado izquierdo de las ecuaciones. (21) y (22). Un ejemplo sería el coeficiente de pandeo $\theta > 1.0$; otro ejemplo sería un coeficiente dinámico $K > 1.0$. En el lado derecho de estas fórmulas que podrían tener un coeficiente de fatiga $\gamma < 1.0$, etc.

Vamos a ilustrar la diferencia entre los diseños de acuerdo a los esfuerzos admisibles y los estados límite, respectivamente, con un problema simple. Considere una barra estirada por un tendón pretensado de alta resistencia como se muestra en

<p>assembled in Table 1 and prestress is assumed to be introduced before any load acts on the bar. Effects of dead loads are denoted by subscript g and effects of live loads by subscript p; subscript i is a general notation for any type of load.</p> <p>*Up to now, a different approach has been utilized in the United States to check stresses: instead of introducing coefficients $\theta > 7.0$ and $K > 7.0$, in the first case the allowable stress has been reduced (Sec. 7.51); in the second case, a further component of stress (expressed as a percentage of the live load stress) has been taken into account (Sec. 7.31).</p> <p>** The present American specifications (Sec. 7.71), instead of de reasing the allowable stresses, increase the computed stresses.</p>	<p>la figura. 4. Las relaciones de gobierno se reúnen en la Tabla 1 y el pretensado se supone que se aplicó antes de que la carga actuara sobre la barra. Los efectos de las cargas muertas se denotan con el subíndice g y los efectos de las cargas vivas con el subíndice p; el subíndice i es una notación general para cualquier tipo de carga.</p> <p>* Hasta ahora, un enfoque diferente ha sido utilizado en los Estados Unidos para comprobar tensiones: en lugar de introducir coeficientes $\theta > 7,0$ y $K > 7,0$, en el primer caso se ha reducido la tensión admisible (Sec. 7.51); en el segundo caso, se ha tenido en cuenta un componente adicional de tensión (expresado como porcentaje de la tensión de carga viva) (Sec. 7.31).</p> <p>** Las especificaciones actuales de América (Sec. 7.71), en lugar de aumentar las tensiones admisibles, aumentan las tensiones calculadas.</p>
--	---

Table 2. Design of a Prestressed Bar According to Fig. 4 and Table 1, Numerical Results Tabla 2. Diseño de una barra pretensada de acuerdo con figura 4 y los resultados numéricos de Tabla 1.		
Concept of Concepto de	Alloable Stresses Tensiones admisibles	Limit States Estados Límites
Assumed values of parameters Valores asumidos de los parámetros	$\bar{N}_g = 0.5\bar{N}; \bar{N}_p = 0.5\bar{N}; \bar{N} = \bar{N}_g + \bar{N}_p$ $\epsilon = 1.1; \theta = 1.25^a$	
	$\eta = 1.8$ $\nu = \nu_c = 1.667$ $\rho = 5; \sigma_{all} = \frac{\bar{\sigma}_{yp}}{1.667}$	$\eta = 1.655$ $n_{gu} = 1.1; n_{pu} = 1.3; n_{gi} = n_{pi} = 0; n_{iv} = 1.1; n_{il} = 0.9^b$ $\frac{k_v}{k} = 0.9^c; \rho = 0.9 \times 5 = 4.5; R = \frac{1.5}{1.667} 0.9\bar{\sigma}_{yp} = 0.81\bar{\sigma}_{yp}^d$
Results according to formulas from Table 1 Resultados acordes con las fórmulas de la Tabla 1	$A_0 = 1.667 \frac{\bar{N}}{\bar{\sigma}_{yp}} \quad (113\%)$ $A = 0.761 \frac{\bar{N}}{\bar{\sigma}_{yp}} \quad (106\%)$ $A_v = 0.181 \frac{\bar{N}}{\bar{\sigma}_{yp}} \quad (94.2\%)$ $A + A_v = 0.943 \frac{\bar{N}}{\bar{\sigma}_{yp}} \quad (103.4\%)$ $\frac{A + A_v}{A_0} = 0.566 \quad (91.9\%)$ $\bar{P} = 0.365 \bar{N} \quad (93.8\%)$	$A_0 = 1.48 \frac{\bar{N}}{\bar{\sigma}_{yp}} \quad (100\%)$ $A = 0.720 \frac{\bar{N}}{\bar{\sigma}_{yp}} \quad (100\%)$ $A_v = 0.192 \frac{\bar{N}}{\bar{\sigma}_{yp}} \quad (100\%)$ $A + A_v = 0.912 \frac{\bar{N}}{\bar{\sigma}_{yp}} \quad (100\%)$ $\frac{A + A_v}{A_0} = 0.616 \quad (100\%)$ $\bar{P} = 0.389 \bar{N} \quad (100\%)$

<p>Notes: a Buckling coefficient $\theta > 1.0$ could be easily controlled by arranging stabilizing diaphragms; their distance l equals the buckling length, Fig. 4.</p> <p>b Cf. with Table 3.</p> <p>c Homogeneity factors for high strength steels have lower values than for carbon steels, cf. with Table 5.</p> <p>d Difference between the U. S. requirements of safety ($\nu=1.667$) and the continental ones ($\nu=1.5$) expressed by a reduction factor of $1.5/1.667$.</p>	<p>Notas: a El coeficiente de pandeo $\theta > 1.0$ puede ser fácilmente controlado por la organización de la estabilización de membranas, su distancia l es igual a la longitud de pandeo, Figura 4.</p> <p>b Comparado con la tabla 3.</p> <p>c Los factores de homogeneidad para los aceros de alta resistencia tienen valores más bajos que para los aceros al carbono, compare con la Tabla 5.</p> <p>d La diferencia entre los requisitos de seguridad de EE.UU. ($\nu=1.667$) y los continentales ($\nu=1,5$) expresado por un factor de reducción de $1.5/1.667$.</p>
--	--

<p>Subscripts u and l at prestress accuracy factors n_v designate their upper or lower value, respectively: $n_{cu} > 1.0$; $n_{vl} < 1.0$</p> <p>The assumed values of parameters and the numerical results are indicated in Table 2. Obviously, the limit states design brings material savings to the non-prestressed structures (A_0), especially because of low values of safety factor $n_{gu} = 1.1$ for dead loads. When the limit states design is used in the prestressed structures ($A + A_v$), such an economy is nearly lost. This is caused chiefly by the necessity of considering both values $n_{il} < 1.0$, $n_{iu} > 1.0$ of load factors and prestress-accuracy factors, for the sake of safety. Material is differently distributed than in the allowable stresses analysis; prestressing force V is of a greater value, economy from prestressing $(A + A_v)/A_0$ is a little less. However, the safety of the prestressed structure has grown larger due to all discrepancies being removed.</p> <p>State of Deformations— The aforementioned problems are not encountered in the analysis of deformations of prestressed structures. No matter which concept is used to design the prestressed structure, the conditions limiting the deformation are the same.</p> <p>For elements falling into Group I:</p> $\sum_q \bar{\delta}'_q - \sum_v \bar{\delta}'_v \leq \bar{\Delta}' \quad (23)$ <p>For elements falling into Group II:</p> $\sum_q \bar{\delta}''_q + \sum_v \bar{\delta}''_v \leq \bar{\Delta}'' \quad (24)$ <p>The formulas have been written in the symbols of the limit state analysis: δ_q is the deformation due to the load; δ_v is the deformation due to prestressing; Δ is the standard deformation (a limit prescribed by specifications).</p> <p>The bars over the symbols emphasize that the deformations are computed for standard loads as requested by rules of limit states design. Also the dynamic coefficients $K > 0$ are not considered when checking deformations. The reason is that the deformations are checked for the frequent conditions of service and not for an extraordinary stage when the structure is shortly overloaded to the greatest possible extent (such a possibility is studied in the analysis of the state of stresses).</p> <p>Difficulties encountered in the state of stress disappear, as neither the safety factor γ, nor the load coefficient nor the prestress accuracy factor n_v</p>	<p>Los subíndices u y l en índices de exactitud del pretensado n_v designar a su valor superior o inferior, respectivamente: $n_{cu} > 1.0$; $n_{vl} < 1.0$</p> <p>Los valores que toman los parámetros y los resultados numéricos se indican en la Tabla 2. Obviamente, el diseño de los estados límite supone un ahorro de material a las estructuras no pretensadas (A_0), especialmente debido a los bajos valores del factor de seguridad $n_{gu} = 1.1$ para cargas muertas. Cuando el diseño de los estados límite se utiliza en las estructuras pretensadas ($A + A_v$), se pierde casi toda la economía. Esto es causado principalmente por la necesidad de considerar tanto los valores $n_{il} < 1.0$, $n_{iu} > 1.0$ de los factores de carga y los factores de la exactitud de pretensado, en aras de la seguridad. El material es distribuido de manera diferente que en el análisis de tensiones admisibles, la fuerza de pretensado V es de un valor mayor, la economía de pretensado $(A + A_v)/A_0$ es un poco menor. Sin embargo, la seguridad de la estructura pretensada ha crecido debido a las discrepancias de ser eliminado.</p> <p>Estado de deformaciones— Los problemas mencionados no se encuentran en el análisis de las deformaciones de las estructuras pretensadas. No importa qué concepto se utilice para diseñar la estructura pretensada, las condiciones que limitan la deformación son las mismas.</p> <p>Para los elementos del Grupo I:</p> $\sum_q \bar{\delta}'_q - \sum_v \bar{\delta}'_v \leq \bar{\Delta}' \quad (23)$ <p>Para los elementos del Grupo II:</p> $\sum_q \bar{\delta}''_q + \sum_v \bar{\delta}''_v \leq \bar{\Delta}'' \quad (24)$ <p>Las fórmulas han sido escritas en los símbolos de los análisis de estado límite: δ_q es la deformación debida a la carga; δ_v es la deformación debida al pretensado, Δ es la deformación normal (un límite determinado por las especificaciones).</p> <p>Las barras sobre los símbolos destacan que las deformaciones se calculan para cargas estándar conforme a lo solicitado por las normas de los estados límite de diseño. También los coeficientes dinámicos $K > 0$ no son considerados cuando se revisan las deformaciones. La razón es que las deformaciones son verificadas para las condiciones frecuentes de servicio y no para un escenario extraordinario, cuando la estructura está poco sobrecargada en la mayor medida posible (la posibilidad se estudia en el análisis del estado de tensión).</p> <p>Las dificultades encontradas en el estado de tensión desaparecen, ya que ni el factor γ de seguridad, ni el coeficiente de carga, ni el factor de exactitud del</p>
--	---

influence Eqs. (23) and (24). However, another problem arises for elements of Group I resulting from service requirements or dictated by esthetic aspects: that is, are the conditions of Eqs. (23) and (24) really suitable for prestressed structures, or should we satisfy a stricter condition:

$$\sum_q \delta'_q \leq \bar{\Delta}' \quad (25)$$

Let us compare the analysis according to both conditions in an example of a simply supported beam (Fig. 5), where the deformation δ represents the deflection f .

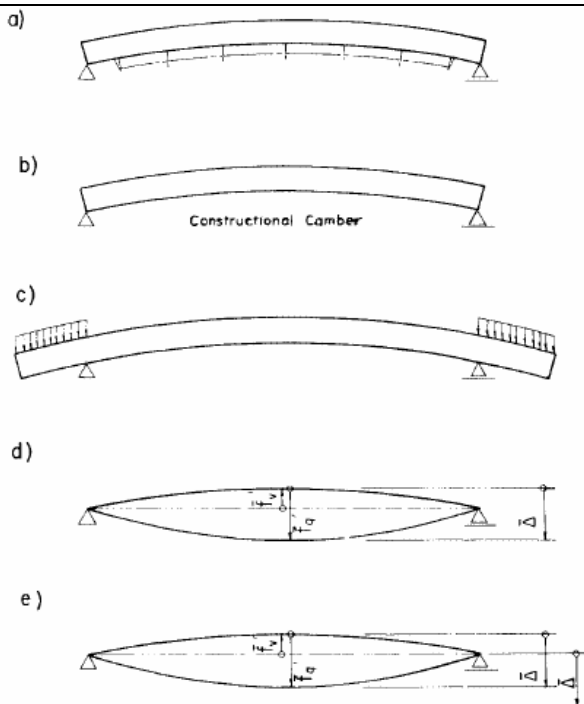


Fig. 5. Diagrams explaining Eqs. (23) and (25) for checking deformations of prestressed structures.

pretensado n_v influye en las Ecuaciones (23) y (24). Sin embargo, surge otro problema para los elementos del Grupo I como resultado de los requerimientos de servicio o dictadas por los aspectos estéticos, es decir, son las condiciones de las Ecuaciones (23) y (24) son apropiadas para estructuras pretensadas, o hay que cumplir una condición estricta:

$$\sum_q \delta'_q \leq \bar{\Delta}' \quad (25)$$

Vamos a comparar los análisis de acuerdo con las dos condiciones en un ejemplo de una viga simplemente apoyada (Fig. 5), donde la deformación δ representa la desviación f .

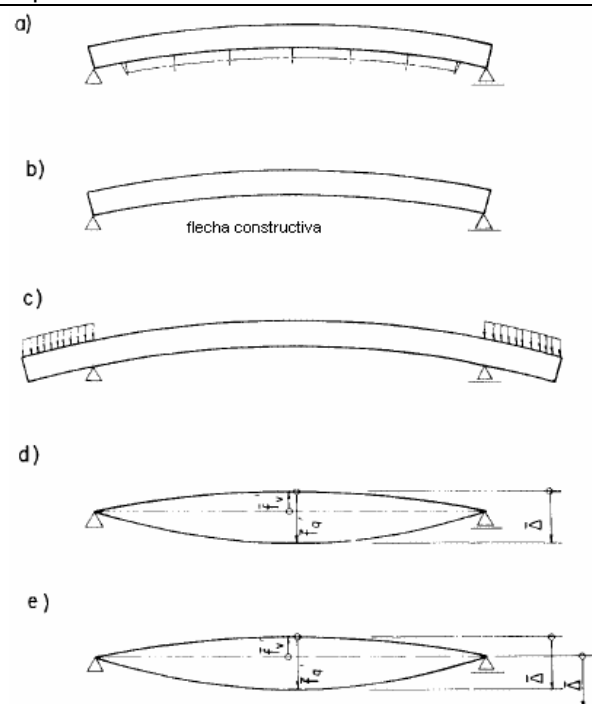


Fig 5. Diagramas que explican las Ecuaciones (23) y (25) para el control de deformaciones de las estructuras pretensadas.

The supporters of the stricter conditions, Eq. (25), consider the deflection from prestressing (Fig. 5a) as an initial camber resulting from the manufacture of the girder (Fig. 5b); and in structures with a camber, the design deflection Δ is usually measured from the cambered position (Fig. 5d).

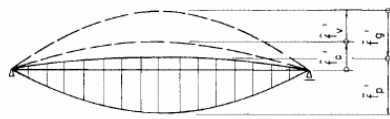
On the other hand, the advocates of Eq. (23) treat the prestressing effects as a special kind of external loading. They compare, for example, the girder prestressed by a straight tendon (Fig. 5a) with one having loaded overhanging ends (Fig. 5c). This load could be regarded as a. dead load of the usual type or as a special means of prestressing—ballast. Naturally, when checking deformations, a unique standpoint should be employed for both cases (Figs. 5a and 5c); i.e., to measure the limit deformation Δ from the

Los partidarios de las condiciones más estrictas, Ecuación. (25), tienen en cuenta la desviación de pretensado (Fig. 5a) como una predeformación inicial resultante de la fabricación de la viga (Fig. 5b); y en las estructuras con predeformación, la desviación de diseño Δ se mide desde la posición arqueada (fig. 5d).

Por otro lado, los defensores de la Ecuación. (23) tratan los efectos de pretensado como un tipo especial de carga externa. Comparan, por ejemplo, la viga pretensada por un tendón recto (Fig. 5) con una carga que termina sobresalientes (Fig. 5c). Esta carga puede considerarse como a. carga muerta del tipo normal o como un medio especial de pretensado de lastre. Naturalmente, al comprobar las deformaciones, un punto de vista único debe ser

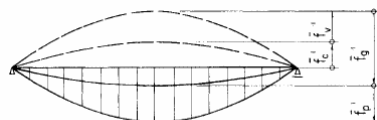
horizontal axis (Fig. 5e).

Our recommendation is to consider the upward deflection from prestressing as a camber and to sum it up with constructional camber, and then to disregard the deflection due to the dead load, if the total camber is greater than this deflection (Fig. 6a). If they are equal, take into account only the difference between the values due to the dead load and the total camber in a case when the total camber is less than the deflection due to the dead load (Fig. 6b). Formulas appearing in Fig. 6 are then in force.



$$f_p^0 \leq \Delta^1$$

(a) TOTAL CAMBER GREATER THAN DEAD LOAD DEFORMATIONS



$$-f_c^0 - f_v^0 + f_g^0 + f_p^0 \leq \Delta^1$$

(b) TOTAL CAMBER LESS THAN DEAD LOAD DEFORMATIONS

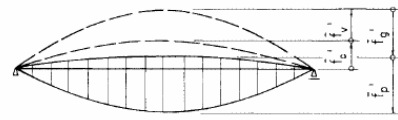
Fig. 6. Checks of deflections of a loaded prestressed beam: (a) Total camber (sum of constructional f_c^0 and of camber due to prestressing f_v^0) is greater than deflection from dead load: $f_c^0 + f_v^0 > f_g^0$ (b) total camber is less than deflection from dead load, and means $f_v^0 < f_g^0$. In (a) f_p^0 deflection from live load.

Additional Information about Limit States Design— The concept of limit states design was introduced first in the Soviet Union in the 60's, and later in other East European countries. For the present, the limit states analysis is utilized only for civil engineering structures other than bridges, because not enough experimental data have been gathered to specify all needed coefficients and parameters for the latter.*

The research work on the fundamentals for design of bridges according to limit states is in progress, so that specifications and standards for bridges could be expected to be issued in a few years. In recent years, the limit states design concept has been studied

empleado para ambos casos (Figs. 5a y 5c), es decir, para medir la deformación límite Δ a partir del eje horizontal (Fig. 5e).

Nuestra recomendación es tener en cuenta la desviación al alza del pretensado como una contraflecha y para sumarla con la contraflecha de construcción, a continuación, hacer caso omiso de la desviación, debido a la carga muerta, si la contraflecha total es mayor que la deflexión (Fig. 6a). Si son iguales, tener en cuenta solamente la diferencia entre los valores debidas a la carga muerta y a la curvatura total en un caso cuando la inclinación total es inferior a la desviación, debida a la carga muerta (Fig. 6b). Las fórmulas que aparecen en la figura. 6 están vigentes en ese momento.



$$f_p^0 \leq \Delta^1$$

(a) CONTRAFLECHA TOTAL SUPERIOR A LAS DEFORMACIONES DE CARGA MUERTA



$$-f_c^0 - f_v^0 + f_g^0 + f_p^0 \leq \Delta^1$$

(b) CONTRAFLECHA TOTAL MENOR A LAS DEFORMACIONES DE CARGAS MUERTAS

Fig. 6. El control de las deformaciones de una viga cargada pretensada: (a) contraflecha total (suma de la contraflecha de construcción f_c^0 y la contraflecha debida al pretensado f_v^0) es mayor que la desviación de la carga muerta: $f_c^0 + f_v^0 > f_g^0$ (b) la curvatura total es menor que la contraflecha de la carga muerta, y significa que $f_v^0 < f_g^0$. En (a) f_p^0 es la deflexión de la carga viva.

Información adicional acerca de los Estados Límite de diseño— El concepto de los estados límite de diseño se introdujo por primera vez en la Unión Soviética en los años 60, y más tarde en otros países de Europa del Este. Por el momento, el análisis de estados límite sólo se utiliza para las estructuras de ingeniería civil que no sean puentes, porque pocos datos experimentales se han reunido para especificar todos los coeficientes y necesarios para el futuro.*

El trabajo de investigación sobre las bases para el diseño de puentes de acuerdo para limitar los estados límite está en curso, por lo que las especificaciones y normas para los puentes fácilmente se publicarán en pocos años. En los

<p>seriously in Western European states as well.²² There are signs that the United States will also follow in the use of limit states design eventually, Sec. 103; Art. 1.6; p. 1377.</p> <p>Two limit states are distinguished in metal structures:</p> <p>First limit state—when checking strength and stability.</p> <p>Second limit state—when checking deformations.</p> <p>When investigating the first limit state, the so-called design loading is to be used; with the second limit state, the standard loading. If required by the character of loading, the fatigue of materials is accounted for in the computations according to the first limit state; in this case the standard loading is considered.</p> <p>In checking the second limit state, there are no substantial alterations from present concepts. There are, however, major changes in the calculations according to the first limit state.</p> <p>The unique safety factor ν, Eq. (1), has been replaced by three groups of factors as they appear in Eqs. (21) and (22):</p> <p>(a) the load factors n_q or the prestress accuracy factor n_v (b) the working condition factor m (c) the homogeneity factor k</p> <p>The improbability of the simultaneous appearance of the most critical load combination is handled by a decreasing grouping factor $c < 1.0$.</p> <p>Coefficients and parameters prescribed by specifications for the limit states design have been obtained by a statistical analysis of numerous sets of data and test results. The arrangement of coefficients and computations not only results in a safe and more scientific design, but frequently leads to savings in both material and cost, especially in non-prestressed structures.</p>	<p>últimos años, el concepto de estados límite de diseño ha sido estudiado seriamente en el oeste de los Estados europeos²² Hay indicios de que los Estados Unidos usarán también los estados límite de diseño, Sec. 103; Art. 1,6, p. 1377.</p> <p>Dos estados límites se distinguen en las estructuras de metal:</p> <p>Primer Estado límite—cuando el primer límite verificar la intensidad y la estabilidad.</p> <p>Segundo Estado límite—cuando se comprueban deformaciones.</p> <p>Al investigar el primer estado límite, se utiliza la llamada carga de diseño; con el segundo estado límite, se usa la carga estándar. Si es requerido por el carácter de la carga, la fatiga de los materiales se contabilizan en los cálculos de acuerdo con el primer estado límite; en este caso se considera la carga estándar.</p> <p>En la comprobación del segundo estado límite, no hay cambios sustanciales en los conceptos actuales. Hay, sin embargo, cambios importantes en los cálculos de acuerdo con el primer estado límite.</p> <p>El único factor de seguridad ν, la Ecuación. (1), ha sido sustituida por tres grupos de factores que aparecen en las Ecuaciones. (21) y (22):</p> <p>(a) los factores de carga n_q o el factor de precisión pretensado n_v (b) el factor de condición de trabajo m (c) el factor de homogeneidad k</p> <p>La improbabilidad de la aparición simultánea de la combinación de carga crítica es manejada por un factor de agrupamiento disminución de $c < 1.0$.</p> <p>Los coeficientes y parámetros prescritos por las especificaciones para el diseño de los estados límite han sido obtenidos por un análisis estadístico de numerosas series de datos y resultados de la prueba. La disposición de los coeficientes y de los cálculos no sólo se traduce en un diseño seguro y más científico, a menudo supone un ahorro de material y costes, especialmente en estructuras de no pretensadas.</p>
---	--

Type of Loading	Lower Value	Upper Value	Tipo de carga	Valor inferior	Valor superior
Self-weight	0,9	1,1	Peso propio	0,9	1,1
Snow	0	1,4	Nieve	0	1,4
Wind	0	1,2	Viento	0	1,2
Movable and/or moving loads	0	1,2-1,4	Cargas móviles	0	1,2-1,4
Hydrostatic pressure	1,0	1,1	Presión Hidrostática	1,0	1,1
Pressure of loose materials	0,9-0,8	1,2-1,3	Presión de materiales	0,9-0,8	1,2-1,3
Prestressing	0,9	1,1	Pretensado	0,9	1,1

<p>Table 3. Load Factors n_q and Prestress-Accuracy Factors n_v</p> <p>Principal information concerning the factors encountered in limit states design are presented in Tables 3 through 7, predominantly according to Czechoslovak sources.¹⁹ At the present time, Czechoslovakia is the only country having specifications for designing prestressed steel structures.</p> <p>Table 3 is comprised of the common values of the <i>load factors</i> n_q and of the prestress accuracy factors n_v. The standard loads whose effects are to be multiplied by the mentioned coefficients are, in principle, the same as those used in the design according to allowable stress.</p> <p>The values of the <i>grouping factors</i> c appear in Table 4 along with some basic information concerning three groups of loading (basic, wider and extraordinary combinations).</p> <p>The <i>homogeneity factors</i> k (Table 5) account for the possibility that the actual limit stress (yield point σ_{YP}, yield stress $\sigma_{0.2}$, or ultimate stress σ_{US}) could be smaller than that assumed by specifications and denoted by bars over the symbols. The more complex (e.g., either in chemistry or production method) the material, the lower the value of k. By the aid of the homogeneity factor, another danger is also guarded against: the deviations of the actual profile of the element from that stated in the manufacturer's catalog.</p> <p>The working condition factors m are used to account for peculiarities of behavior of some exceptional or unusual structural detail or element where the frequent methods of analysis are not quite reliable or suitable.</p>	<p>Tabla 3. Factores de carga n_q y factores de precisión del pretensado n_v</p> <p>La información principal acerca de los factores de diseño de un arco pretensado se encuentran en los cuadros 3 a 7, en su mayoría de acuerdo a fuentes Checoslovacas¹⁹ En la actualidad, Checoslovaquia es el único país que tiene las especificaciones para el diseño de estructuras de pretensadas de acero.</p> <p>La Tabla 3 se compone de valores comunes de los factores de carga n_q y de la precisión de los factores de pretensado n_v. Las cargas estándar cuyos efectos se multiplicarán por los coeficientes mencionados son, en principio, los mismos que los que son utilizados en el diseño de acuerdo a la tensión admisible.</p> <p>Los valores de los factores de agrupación c aparecen en la Tabla 4, junto con información básica sobre tres grupos de la carga (combinación básica, amplia y extraordinaria).</p> <p>Los <i>factores de homogeneidad</i> k (Tabla 5) consideran la posibilidad de que la tensión límite actual (límite elástico σ_{YP}, el límite de elasticidad $\sigma_{0.2}$, o por la tensión límite σ_{US}) podría ser menor que la asumida por las especificaciones y se denota por las barras sobre los símbolos. Cuanto más complejo (por ejemplo, ya sea en el método de la química o de la producción) el material, menor será el valor de k. Con la ayuda del factor de homogeneidad, otro peligro es al mismo tiempo protegido: las desviaciones del perfil real del elemento de la establecida en el catálogo del fabricante.</p> <p>Las factores de condiciones de trabajo m son utilizados para explicar las peculiaridades del comportamiento de algunos detalles estructurales excepcionales o inusuales o elemento donde los métodos de análisis habituales no son muy confiables o adecuados.</p>
--	---

Load Combination	Components				Grouping Factor c
	Dead Loads	Live Loads		Extraordinary Loads	
		Long Acting	Short acting		
Basic	1 or More	1 or More	1	More	1,0
Wider					0,9
Extraordinary			More	1	0,8
<div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div></div>					

Table 4. Load Combinations and Grouping Factors c

Tabla 4. Combinaciones de Carga y Factores de Agrupación c

a Movable loads, long-lasting temperature effects, effects of mining subsidence and supports settlements.	a carga móvil, de larga duración los efectos de temperatura, los efectos de la subsidencia minera y apoya los asentamientos.
b Snow, wind, moving loads, short-lasting temperature effects.	b nieve, el viento, las cargas en movimiento, de corta duración, los efectos de temperatura.
c Earthquake, explosions, defect-loads.	c Terremoto, explosiones, defecto cargas.

Material			Standard Stress R	Homogeneity Factor k
Constructional steels	Carbon steels		δ_{yp}	0,9
	High-strength low alloy steels		$\delta_{0,2}$	0,85-0,8 ^a
	Heat treated high-strength carbon steels			0,8-0,75 ^a
	Heat treated alloy steels			0,75
Reinforcing bars (as used in concrete engineering)			$\delta_{0,2}$	0,85-0,75 ^a
	Light alloys		$\delta_{0,2}$	0,85-0,8 ^a
Single wires	Uncoated		$\delta_{u,s}$	0,65
	Zinc-coated			0,60
Strands and ropes with helically laid wires.		Unbraided	$\delta_{u,s}^b$	0,70
		Braided		0,65
	Zinc- coated ^c (class A)	Unbraided		0,60
		Braided		
Wires are:				
Ropes with straight wires.	Uncoated		$\delta_{u,s}^b$	0,70
Cables.	Zinc-coated ^c (class A)			0,65
Wires are:				

Type of Tendon					m
Strands and ropes with helically laid wires	"Bridge" strand	Single strand, multiple wire, zinc-coated			0,80
	Locked coil strand	Z- or H-O-locked strand			
	"Bridge" rope	Multiple strand, wire strand core, zinc-coated	Number of wire lays in a strand	1	0,90
				2	0,85
				3	0,82
Other ropes	Constructions with more than 222 wires. Lang lay wire ropes (Seale, Warrington, etc.)			0,75	
Ropes with straight wires. Cables					0,92
Constructional steels. Reinforcing bars					1,00

Table 6. Working Condition Factors m for Prestressing

Tipo de tendón				m	
Hilos y cables con alambres helicoidales preestablecidos	cadena de "puente"	Cadena sencilla de alambre múltiple, galvanizado			0,80
	Bobina de hilo cerrado	Z-o H-O-cadena cerrada			
	Cuerda de "Puente"	Cadena múltiple, alambre central, cincado	Número de hilos establecidos en una cadena	1	0,90
				2	0,85
				3	0,82
Otras cuerdas	Construcciones con más de 222 cables. Cables largos (Seale, Warrington, etc)			0,75	
Cuerdas con alambres rectos. Cables					0,92
Aceros para construcción. Barras de refuerzo					1,00

Tabla 6. Condición de trabajo m Factores para tendones de pretensado

For example, stress concentrators (grooves, notches, cavities, holes, etc.) increase stresses locally above the average value; then $m < 1.0$. In another case, due to the plastic reserve of ductile materials, a detail or a section may have a greater bearing capacity than supposed by the "elastic" analysis; then $m > 1.0$.

In prestressed steel structures, the working condition factors of tendons (Table 6) are of a special interest: for instance, in tendons composed of several elements (wire ropes, cables, etc.), stress is distributed non-uniformly among the elements and, therefore, over-stressing of some elements could occur; hence, it is reasonable to introduce $m < 1.0$. Other working condition factors m for prestressed steel structures are listed in Table 7.

It is necessary to draw the reader's attention to the fact that in the United States, a higher safety factor ($v = 1.667$) for constructional steels is specified than was in Europe ($v = 1.50$). The mentioned coefficients and parameters of the limit states design have been determined to correlate with the concept of allowable stress and a safety factor $v = 1.50$. To employ the concept of limit states and not deviate too much from the American safety factor $v = 1.667$, it is reasonable to take into consideration, in addition to the other working condition factors, a supplemental factor $m = 1.5/1.667 = 0.9$.

The supplemental working condition factor $m = 0.9$ normally need not be employed for tendons of wire-ropes, cables or wires. Limit states design using factors from Tables 3 through 6 gives approximately equivalent results as the usual U. S. design (Sec. 103).

If more than one of the working condition factors m would be employed, just their product is used. However, if more than one of them is greater than 1.0,

Por ejemplo, concentradores de esfuerzos (ranuras, muescas, cavidades, agujeros, etc) aumentar las tensiones a nivel local por encima del valor medio, entonces $m < 1.0$. En otro caso, debido a la reserva plástica de los materiales dúctiles, un detalle o una sección puede tener una capacidad de carga mayor que supone la "elástica" de análisis, luego $m > 1.0$.

En las estructuras de acero pretensado, los factores de condiciones de trabajo de los tendones (Tabla 6) son de especial interés: por ejemplo, en los tendones compuestos de varios elementos (cables de acero, cables, etc), la tensión se distribuye de manera no uniforme entre los elementos y por lo tanto, la sobre-tensión de algunos elementos podría ocurrir, por lo que es razonable introducir $m < 1.0$. Otras condiciones de trabajo m de factores para estructuras de acero pretensado se enumeran en la tabla 7.

Es necesario llamar la atención del lector sobre el hecho de que en los Estados Unidos, un factor de seguridad ($v = 1.667$) para los aceros de construcción se especifica más alto que en Europa ($v = 1.50$). Los coeficientes mencionados y los parámetros del diseño de los estados límite se han decidido relacionar con el concepto de tensión admisible y un factor de seguridad $v = 1.50$. Para emplear el concepto de estados límite y no desviarse demasiado del factor de seguridad de América $v = 1.667$, es razonable tener en cuenta, además de los factores de otra condición de trabajo, un factor suplementario $m = 1.5/1.667 = 0.9$.

El suplemento factor de condiciones de trabajo $m = 0.9$ normalmente no tiene por qué ser empleado para los tendones de los cables, los cables o alambres. Los estados límite de diseño con factores de los cuadros 3 a 6 dan resultados aproximadamente equivalentes a las habituales diseño de los EE.UU. (Sección 103).

Si hay más de una de las condiciones de trabajo, los factores m serían empleados, al igual que su producto se utiliza. Sin embargo, si más de uno de

for the sake of greater safety, it is better to consider in this product only the greatest factor $m_{\max} > 1.0$.

Special detail or special type of service	m
Parts of anchoring	0,8
Prestressing tendons in zones of curvatures if stresses are figured out according to elementary elastic theory	1,15 ^a
Short-acting overstressing of elements caused especially by: (a) prestretching ropes or wires; (b) increasing prestressing effects to reduce successive prestress-losses; (c) unfavorable transport or erection effects	1,10

Table 7. Working Condition Factors m for Prestressed Steel Structures

^a The value could be raised if it is reasoned by results of tests.

CONCLUSIONS

The brief analysis of principal concepts of proportioning prestressed steel structures presented has demonstrated that the concept of allowable stress is not suitable at all for these structures. Special character of these structures requires the use of more ingenious concepts of which the limit states design seems to be the most suitable.

The usage of the allowable stress concept for non-prestressed structures could be tolerated as long as such large safety factors like 1.667 (related to yielding point) or 3.0 (related to ultimate stress) are utilized. However, future efforts for a higher economy and lower costs of structures will lead to reductions of safety factors.

Since the appropriate safety is to be maintained, there will probably be no other way than to use the limit states concept for non-prestressed structures too.

For the present, designers in the United States could profit from the experience of the Europeans and their data, coefficients, and parameters might be adapted (see Tables) to American standards for the design according to the limit states. Nevertheless, the time is approaching to think about preparations of the American specifications. The first achievements^{3,20,21} in this direction should be highly appreciated.

ellos es mayor que 1.0, en aras de una mayor seguridad, es mejor considerar en este producto sólo el factor más importante $m_{\max} > 1.0$.

Detalle especial o tipo especial de servicio	m
Piezas de anclaje	0,8
Tendones de pretensado en las zonas de curvatura si las tensiones se calculan de acuerdo con la teoría elástica básica	1,15 ^a
Sobrecarga de Acción corta de elementos, causados especialmente por: (A) cuerdas o cables preestiradas; (B) aumento de efectos de pretensado para reducir las pérdidas sucesivas de pretensado; (C) efectos desfavorables de transporte o el montaje	1,10

Tabla 7. Condición de trabajo m Factores para estructuras de acero pretensado

^a El valor puede ser mayor si se razona por los resultados de las pruebas.

CONCLUSIONES

El breve análisis de los principales conceptos de proporcionalidad de las estructuras de acero pretensado presentado ha demostrado que el concepto de tensión admisible no es adecuado en absoluto para estas estructuras. El carácter especial de estas estructuras requiere el uso de conceptos más ingenioso de los cuales el diseño de los estados límite parece ser la más adecuada.

El uso del concepto de tensión admisible para las estructuras de acero pretensado no podía ser tolerado, siempre y cuando tales factores de seguridad grande como 1.667 (referida al punto de rendimiento) o 3.0 (relacionadas con la tensión máxima) se utilizan. Sin embargo, los esfuerzos futuros para una mayor economía y reducir los costos de las estructuras que conducen a la reducción de factores de seguridad.

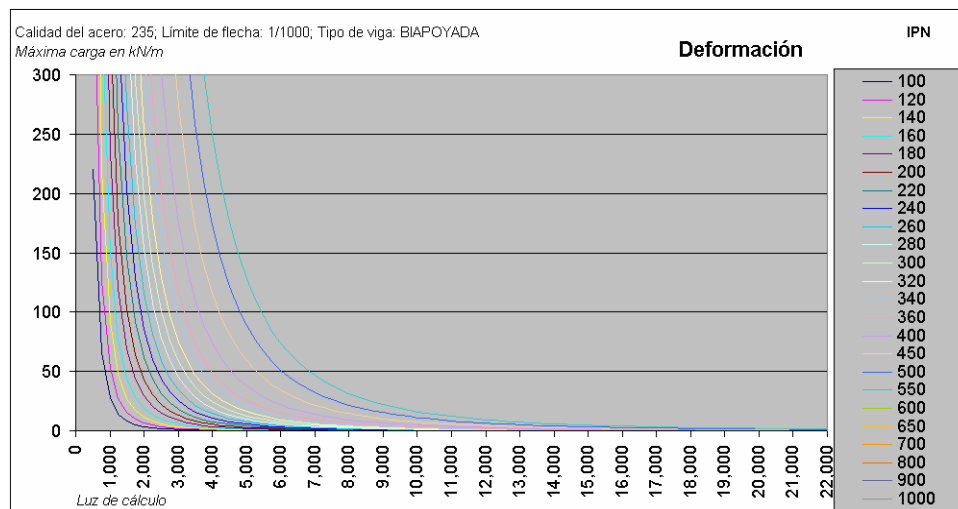
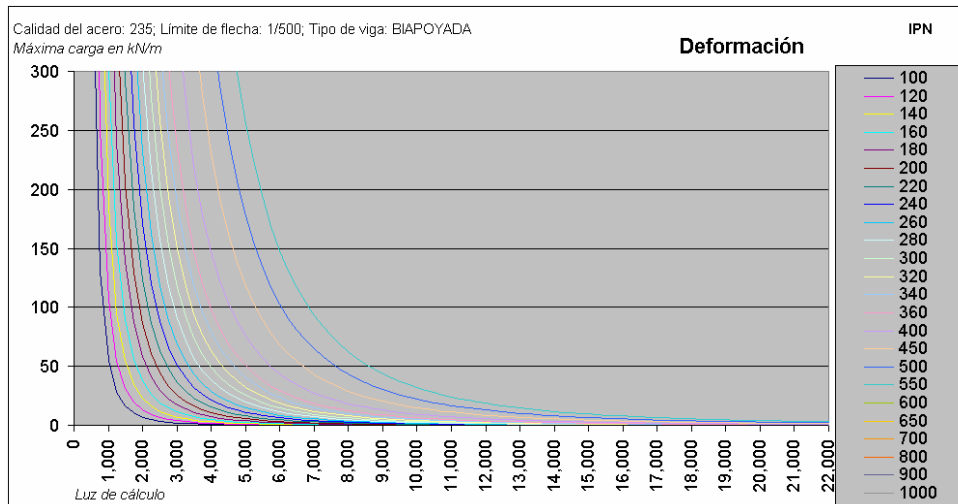
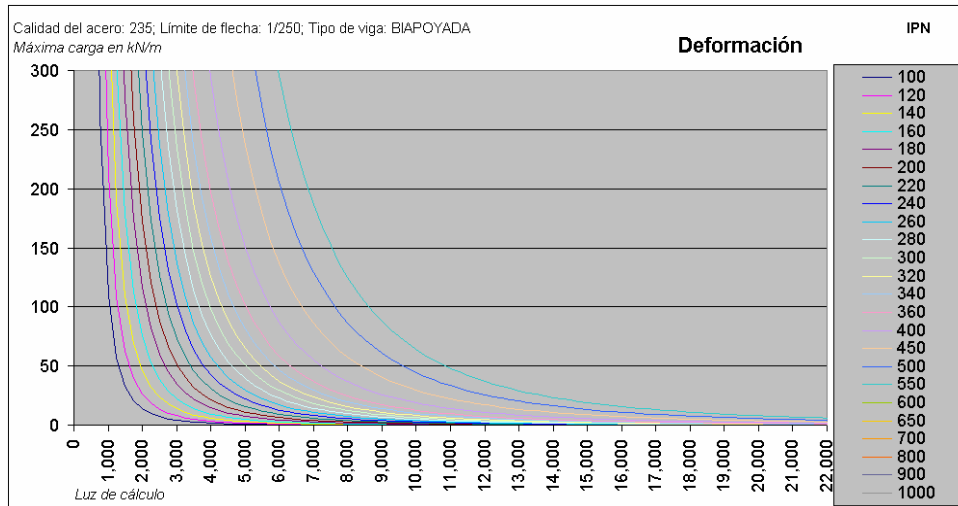
Puesto que la seguridad adecuada es que se mantenga, es probable que no haya otra manera de utilizar el concepto de los estados límite para estructuras no pretensadas también.

Por el momento, los diseñadores de los Estados Unidos podrían beneficiarse de la experiencia de los europeos y sus datos, los coeficientes y los parámetros pueden ser adaptados (ver tablas) para los estándares americanos para el diseño de acuerdo a los estados límite. Sin embargo, se acerca el momento de pensar en la preparación de las especificaciones estadounidenses. Los primeros logros^{3,20,21} en esta dirección deben ser altamente apreciados.

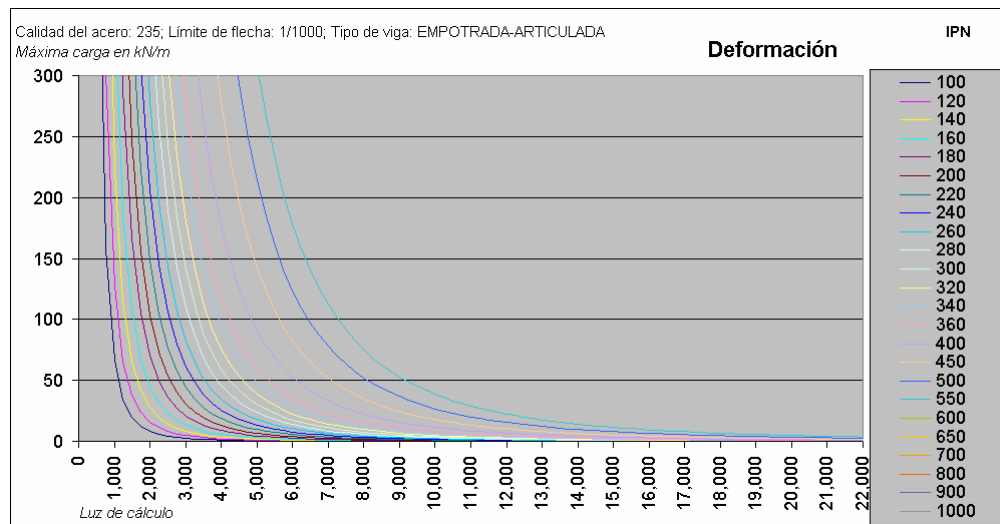
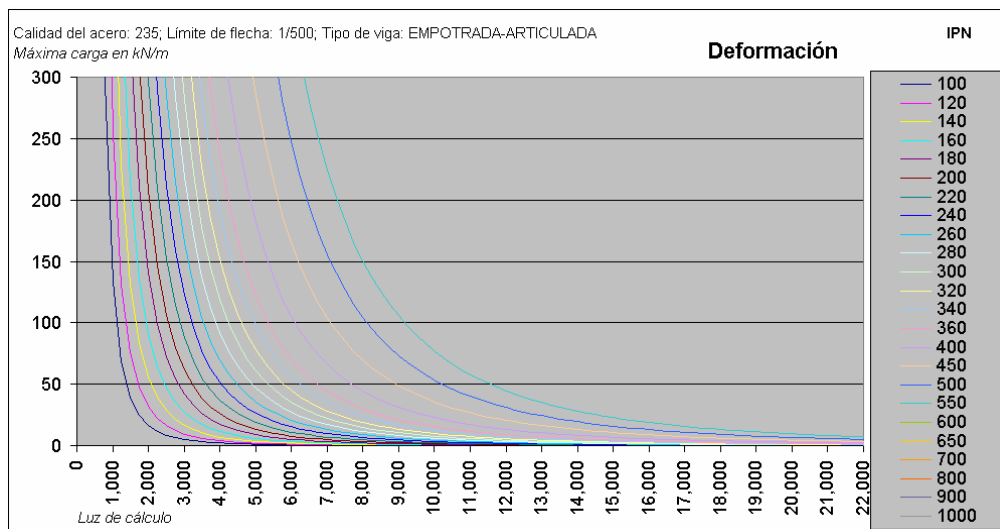
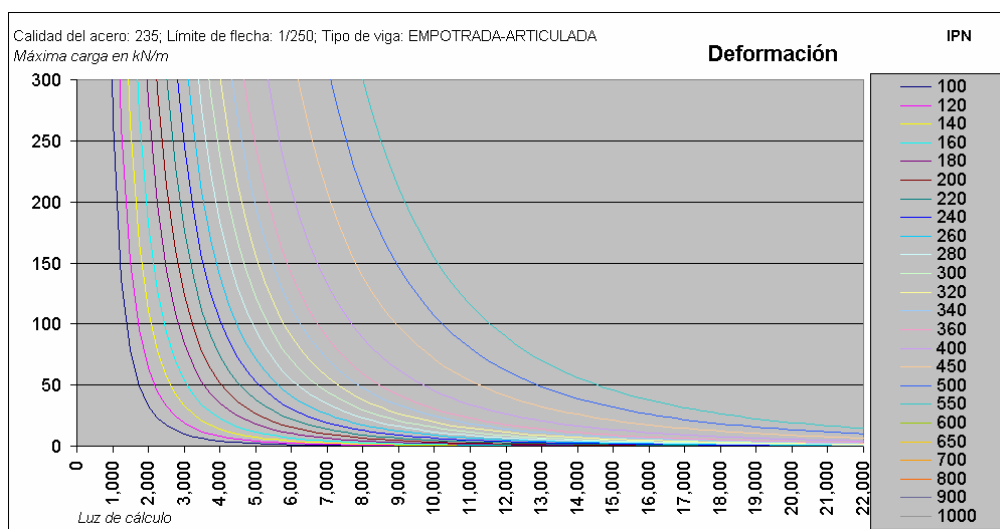
1. Cable Roof Structures *Bethlehem Steel Corp., Bethlehem, Pa., Nov., 1968.*
2. Howard, H. S., Jr. Suspended Structures Concepts *United States Steel Corp., Pittsburgh, Pa., Oct., 1966.*
3. **Bethlehem Wire Rope for Bridges, Towers, Aerial Tramways and Structures Catalog 2277-A, Bethlehem Steel Corp., Bethlehem, Pa.**
4. Roebling Galvanized Strand for Cable-Supported Structures *Bulletin A-963, C. F. & I. Steel Corp., Roebling Wire Rope, Trenton, N. J., 1966.*
5. Bibliography—Structural Applications of Steel Cable Systems *American Iron and Steel Institute, New York, N. Y., 1968.*
6. Subcommittee 3 on Prestressed Steel of Joint ASCE-AASHTO Committee of Steel Flexural Members Development and Use of Prestressed Steel Flexural Members *Proc. ASCE, Journal of Structural Division, No. ST9, 1968; No. ST6, 1969.*
7. Specifications for the Design, Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings *AISC, New York, N. Y., 1969.*
8. Bresler, B., Lin, T. Y. and Scalzi, J. B. Design of Steel Structures *Wiley and Sons, New York, 1968.*
9. Beedle, L. S. et al. Structural Steel Design *Ronald Press Co., New York, 1964.*
10. Freyssinet, E. Expose d'ensemble de l'idee de precontrainte *Annal. Inst. Techn. Bat. Tray., Publ., No. 77, 1949.*
11. Dischinger, F. Stahlbrücken im Verbund mit Stahlbetondruckplatten bei gleichzeitiger Vorspannung durch hochwertige Seile *Bauingenieur, No. 77 and 72, 1949.*
12. Magnel, G. Prestressed Steel Structures *Struct. Engr., No. 77, 1950; No. 7, 1957.*
13. Fritz, B. Über die Berechnung und Konstruktion vorgespannter, stahlerner Fachwerktrager *Stahlbau, No. 8, 1955.*
14. Wrycza, W. Vorgespannte Stahlkonstruktionen im Hochbau *Beratungsstelle für Stahlverwendung, Düsseldorf, 1959.*
15. Schneider, K. H. Disposition, Auszüge und Ergänzungen zur Dissertation 'Beitrag zur Theorie vorgespannter Stahlkonstruktionen' *Wiss. Z. Hochsch. Bauwes. Cottbu, No. 4, 1967.*
16. Mortensen, M. Bestimmung des optimalen Querschnitts vorgespannter stahlerner Vollwandtrager *Stahlbau, No. 8, 1964.*
17. Goldenblat, I. I. Osnovnye polozeniya metoda rastshota stroitelnykh konstruktsiy po rastshotnykh predelnim sostoyaniyam *Gosstroyizdat, Moscow, 1955.*
18. Baldin, V. A. Rastshot stalnykh konstruktsiy po rastshotnim predelnim sostoyaniyam *Gosstroyizdat, Moscow, 1956.*
19. ON 73 1405 Smernice pro navrhovani predpjaty ch ocelovych konstrukci *Praha, UNM, 1969.*
20. Vincent, G. S. **Tentative Criteria for Load Factor Design of Steel Highway Bridges AISI, New York, N. Y., Bull. No. 75, 1969.**
21. Galambos, T. V. **Load Factor Design for Steel Building Structures Progress Report No. 7 to the Advisory Committee of AISI, Feb., 1970.**
22. European Convention of Steel Construction Preliminary Recommendations for the Safe Sizing of Steel Structures *Construction metallique, June, 1969.*

Anexo Influencia de la deformación en el cálculo de una viga metálica

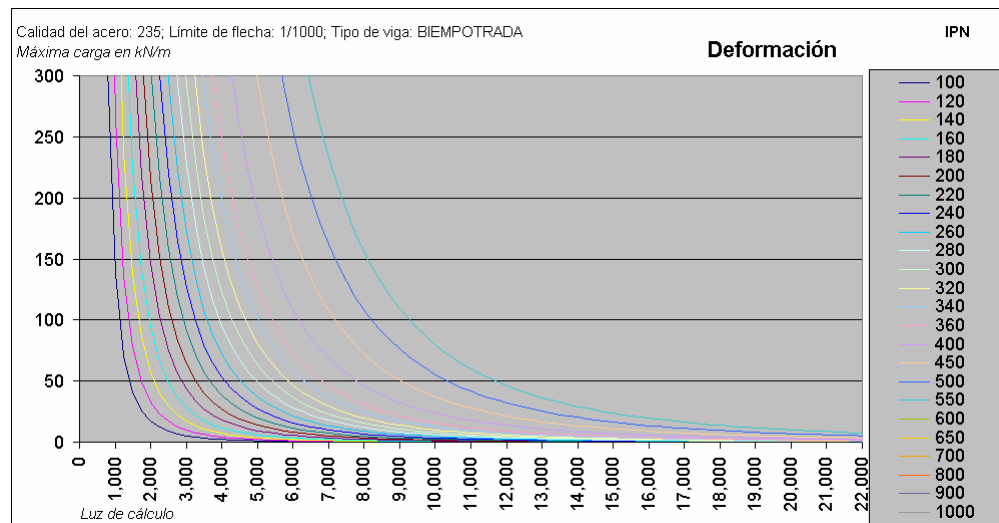
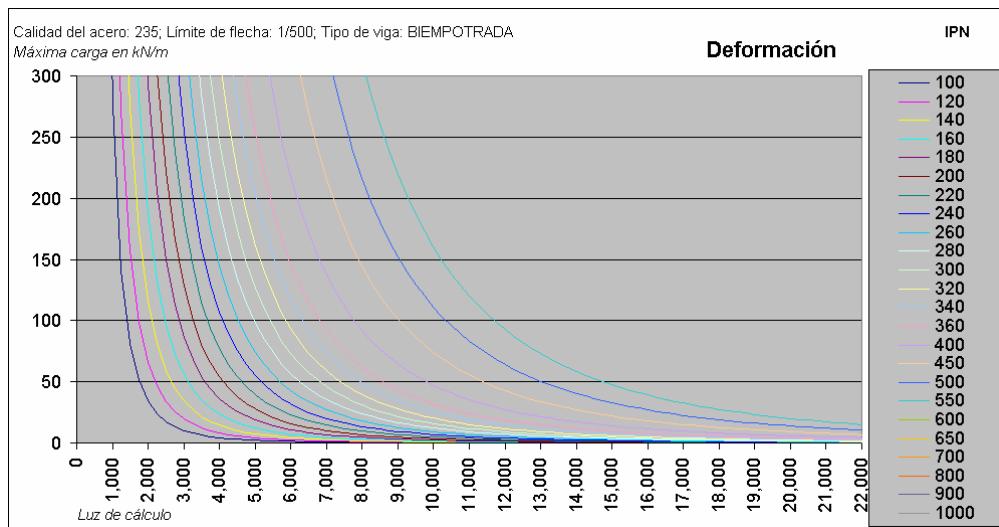
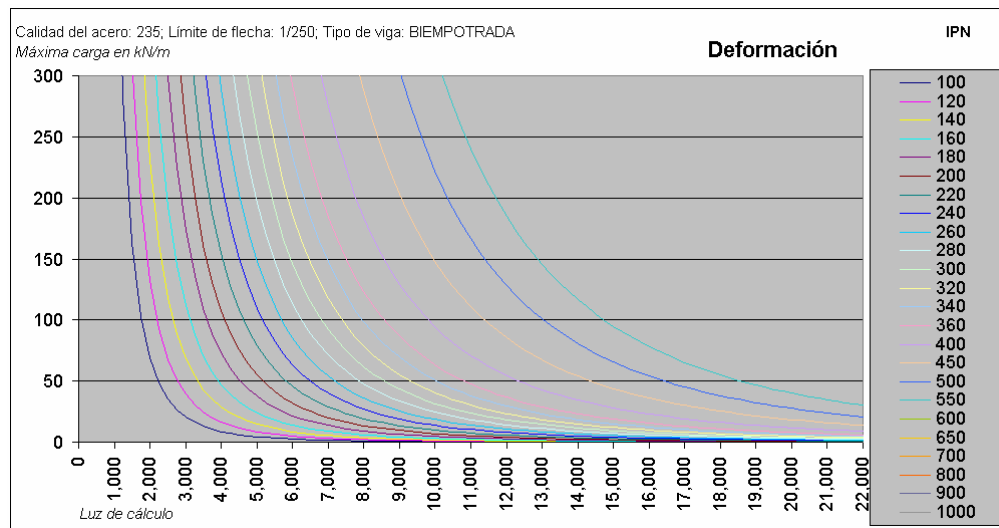
1 DEFORMACIÓN: VIGA IPN, BIAPOYADA. Carga Lineal.



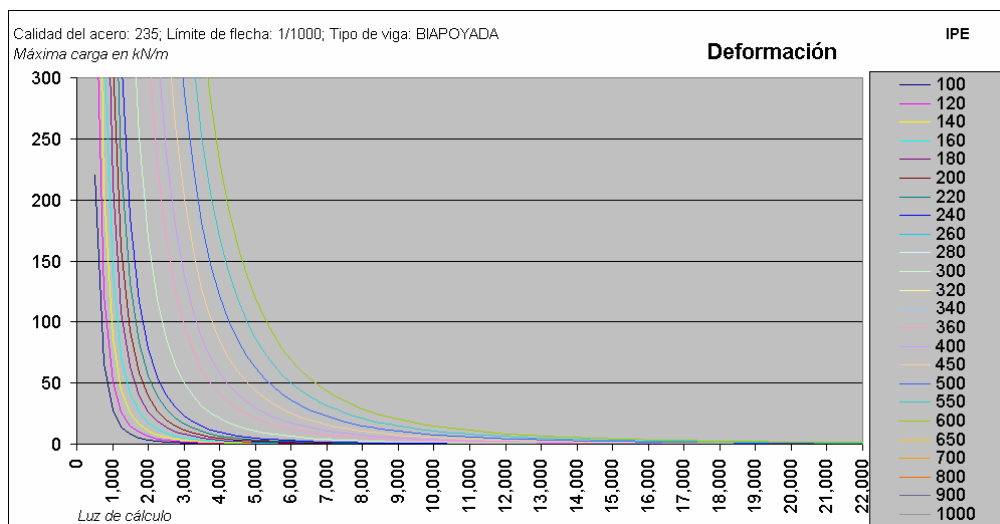
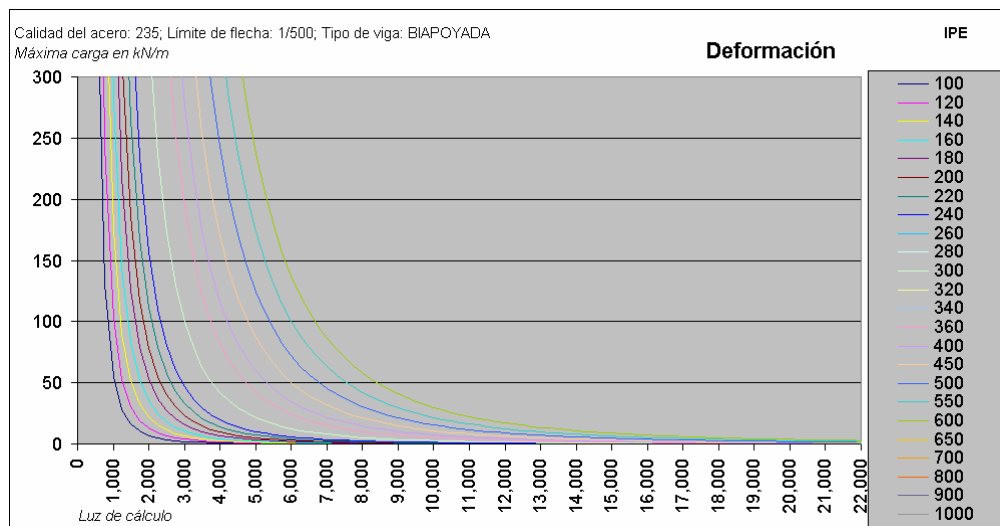
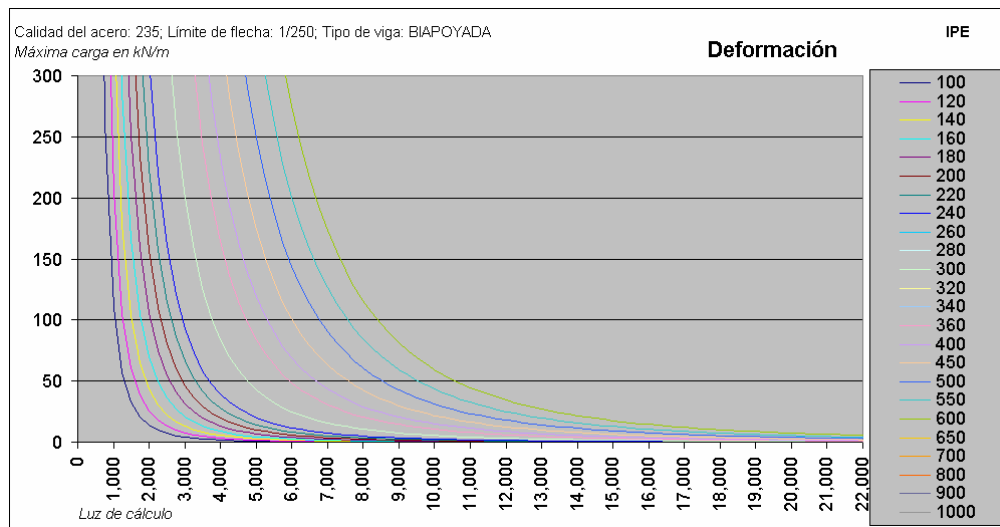
2 DEFORMACIÓN: VIGA IPN, ARTICULADA-EMPOTRADA. Carga Lineal.



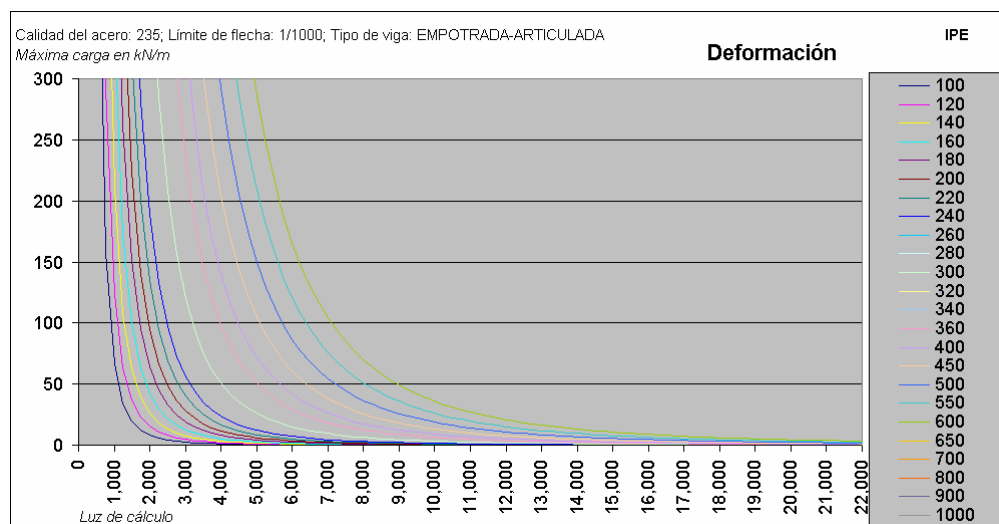
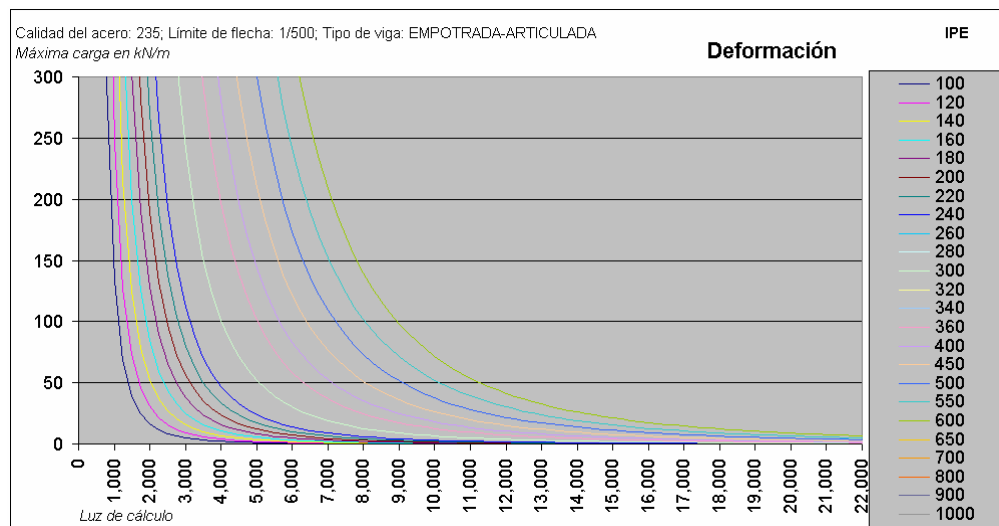
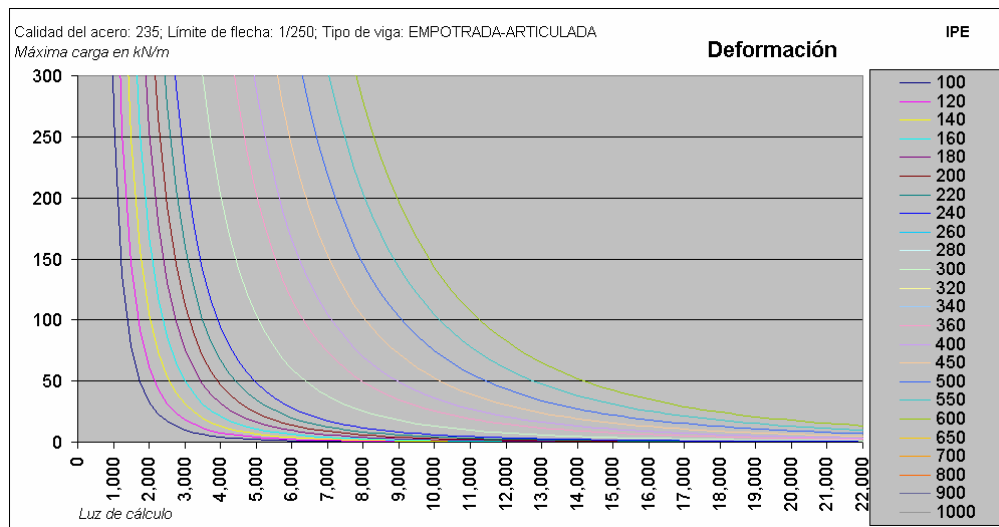
3 DEFORMACIÓN: VIGA IPN, BIEMPOTRADA. Carga Lineal.



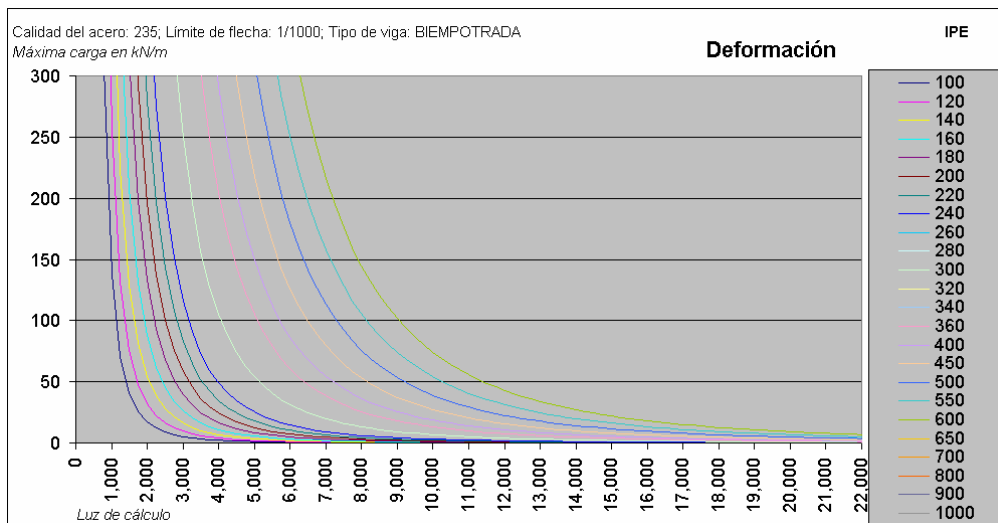
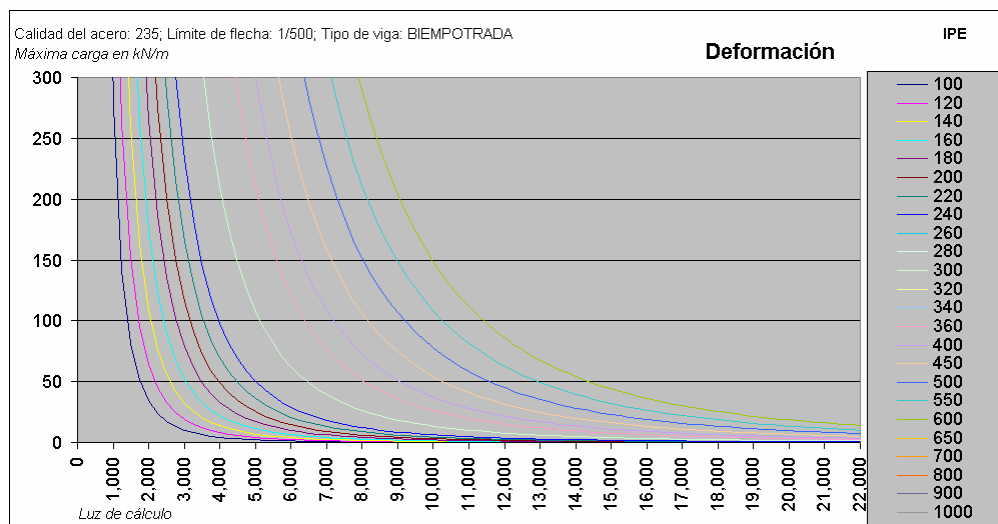
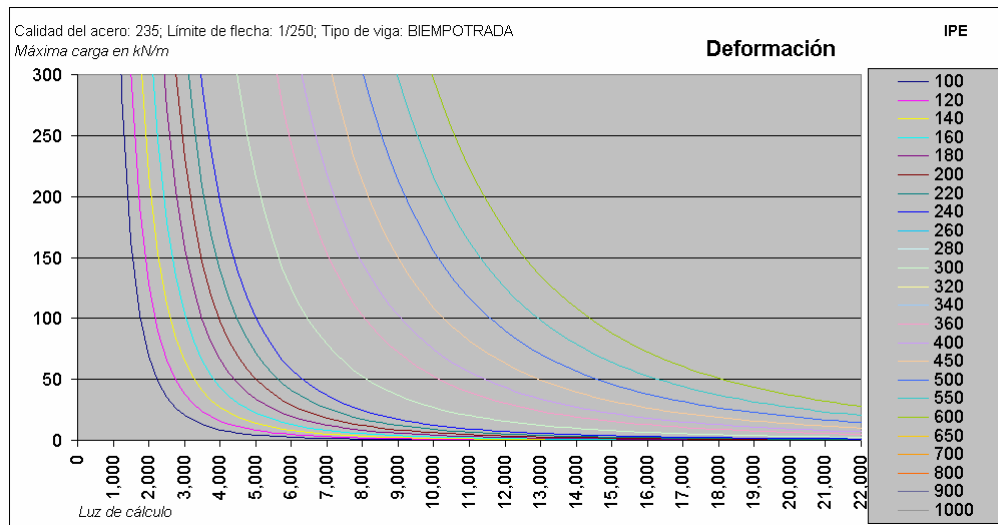
4 DEFORMACIÓN: VIGA IPE, BIAPOYADA. Carga Lineal.



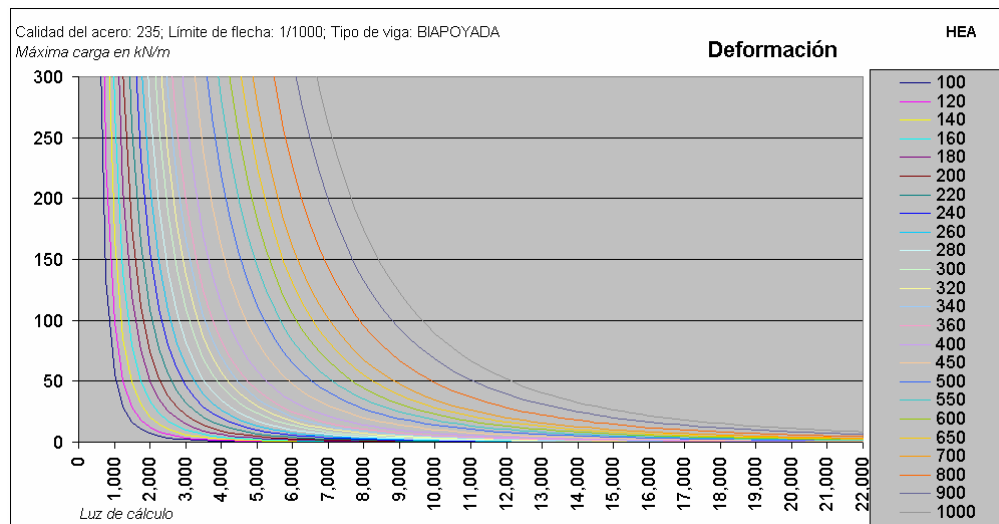
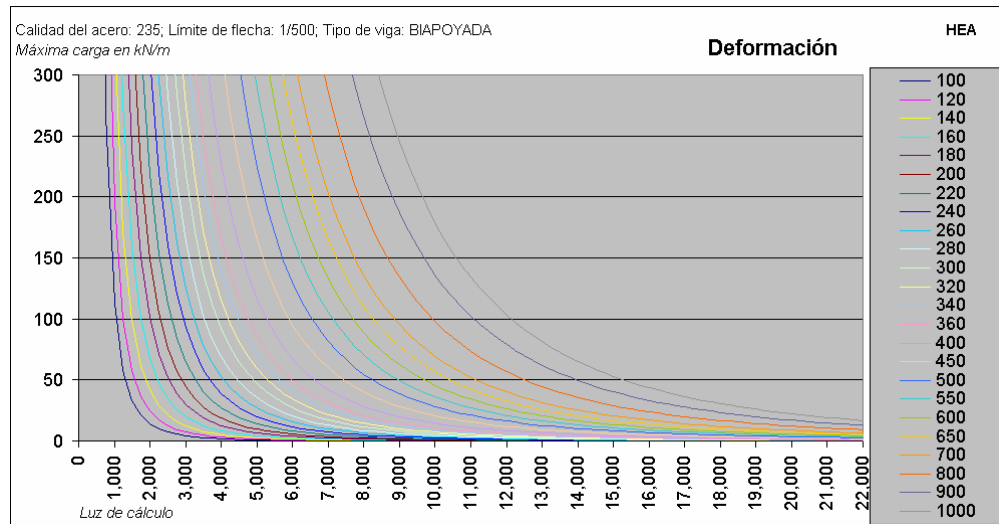
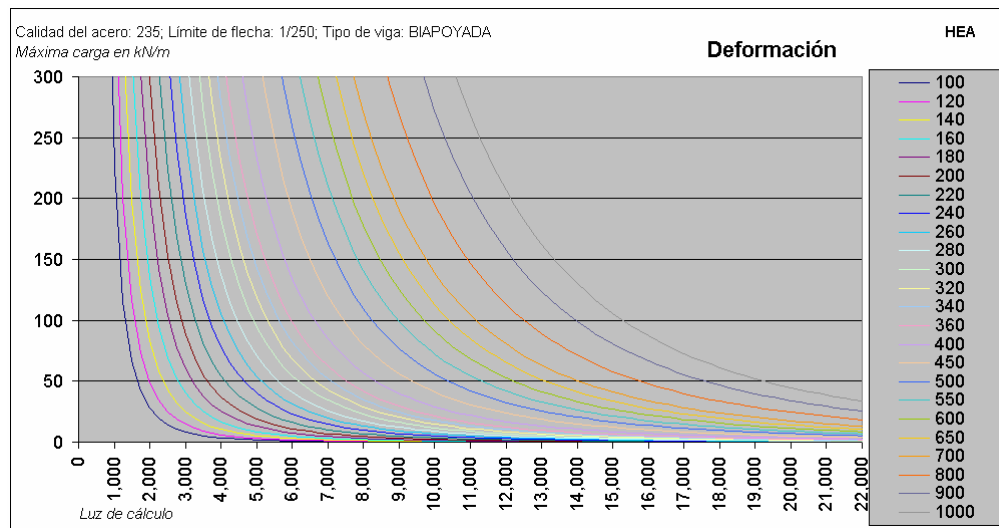
5 DEFORMACIÓN: VIGA IPE, ARTICULADA-EMPOTRADA. Carga Lineal.



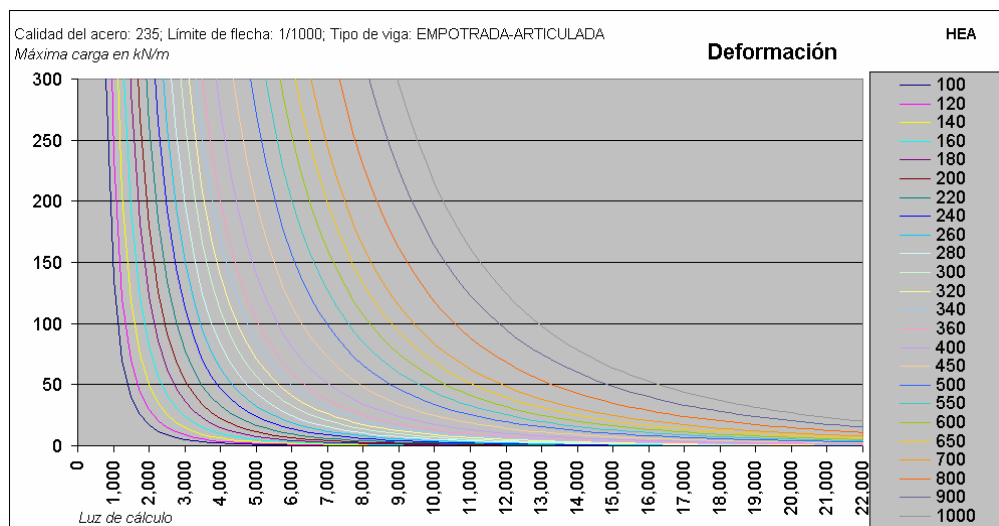
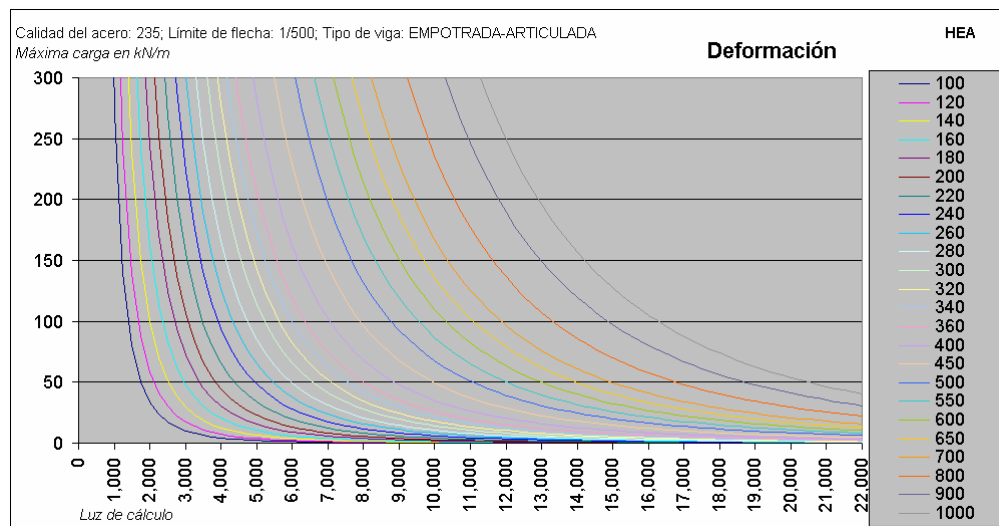
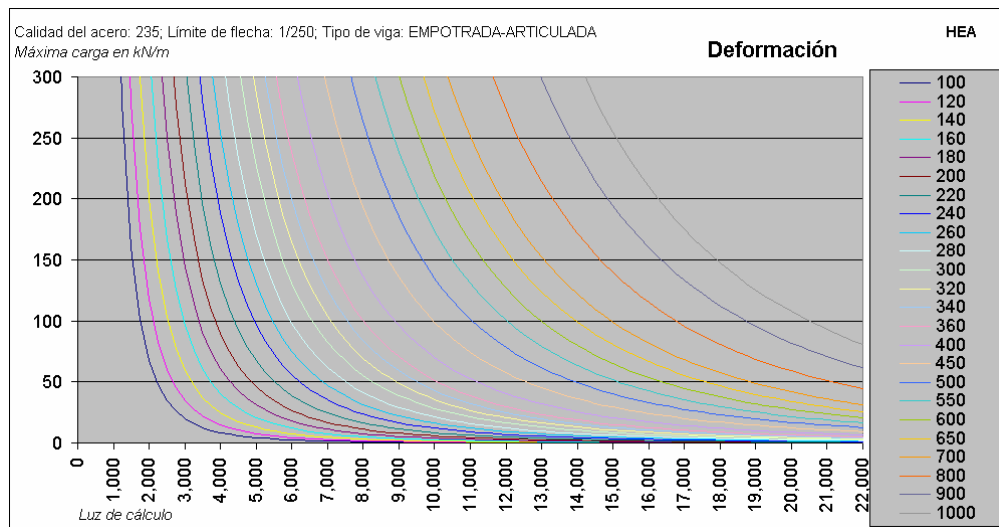
6 DEFORMACIÓN: VIGA IPE, BIEMPOTRADA. Carga Lineal.



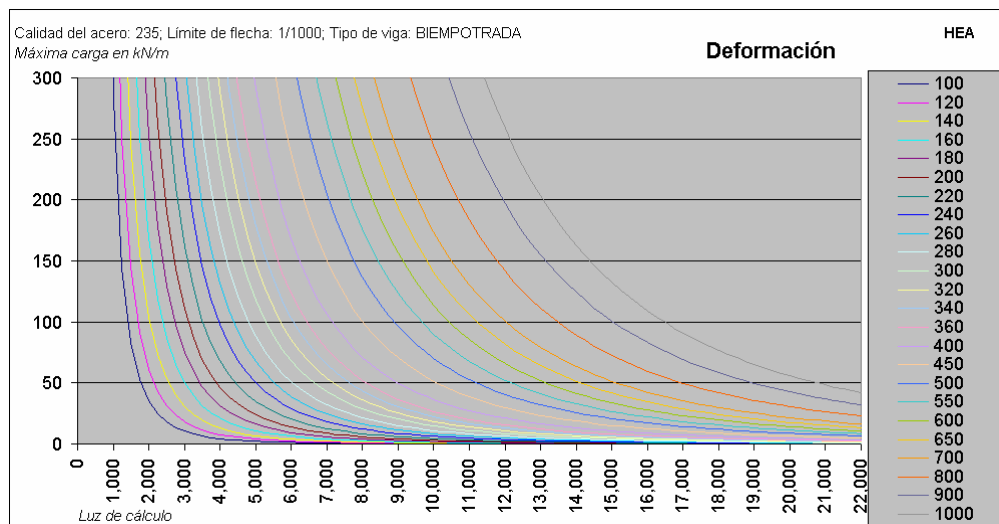
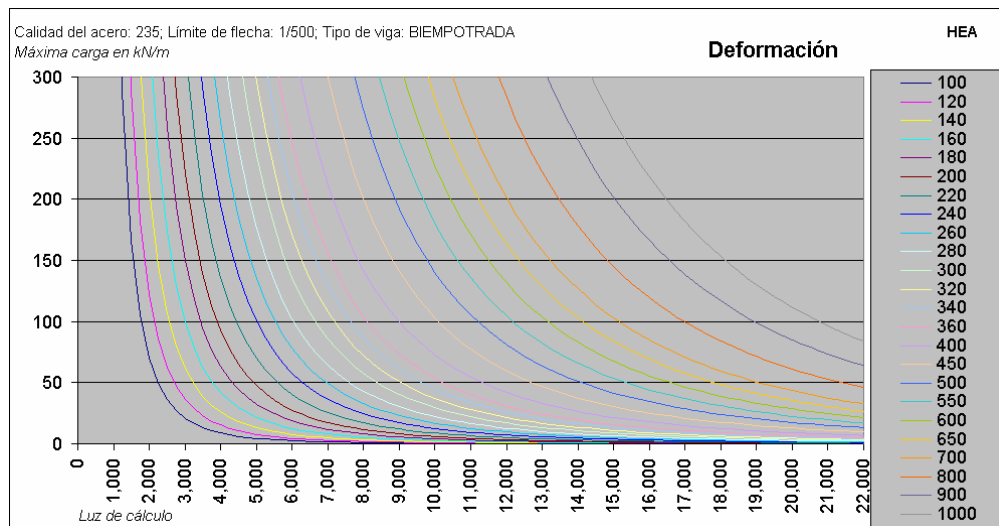
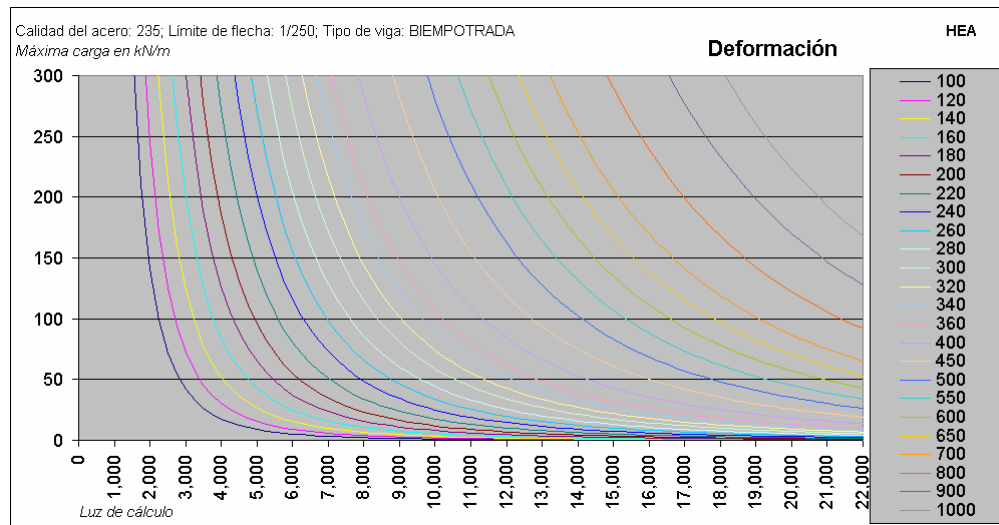
7 DEFORMACIÓN: VIGA HEA, BIAPOYADA. Carga Lineal.



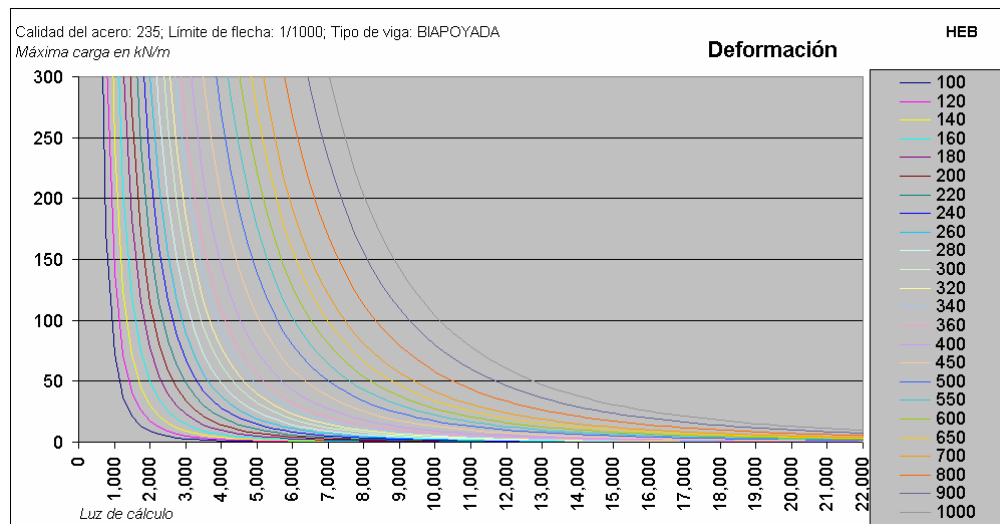
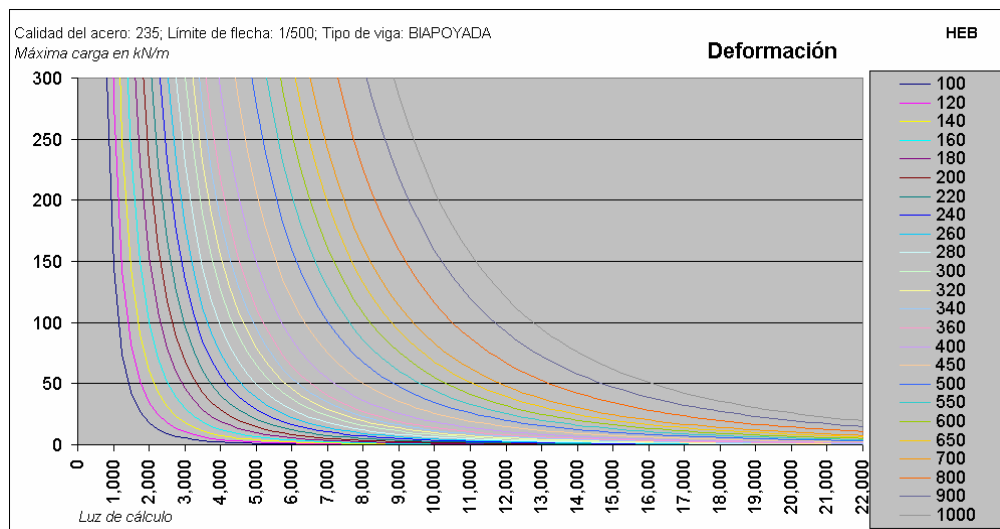
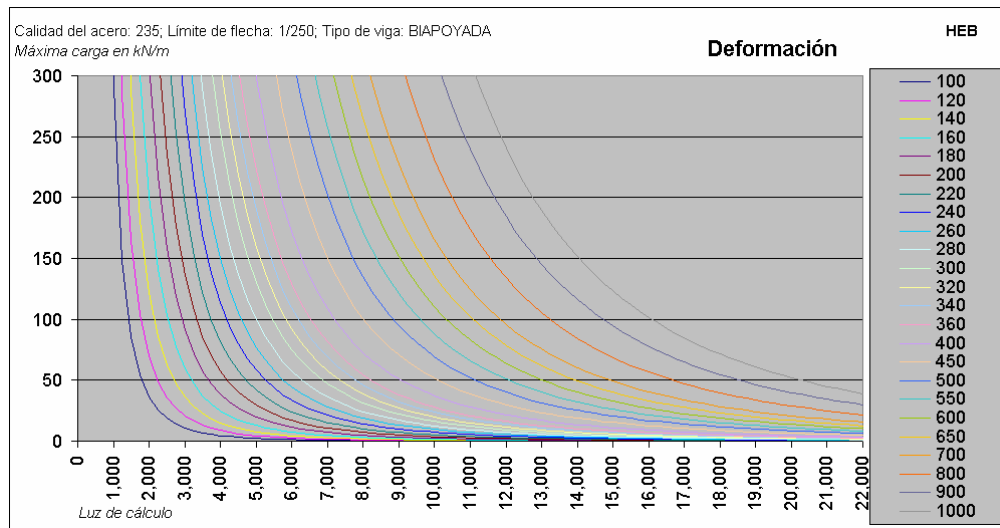
8 DEFORMACIÓN: VIGA HEA, ARTICULADA-EMPOTRADA. Carga Lineal.



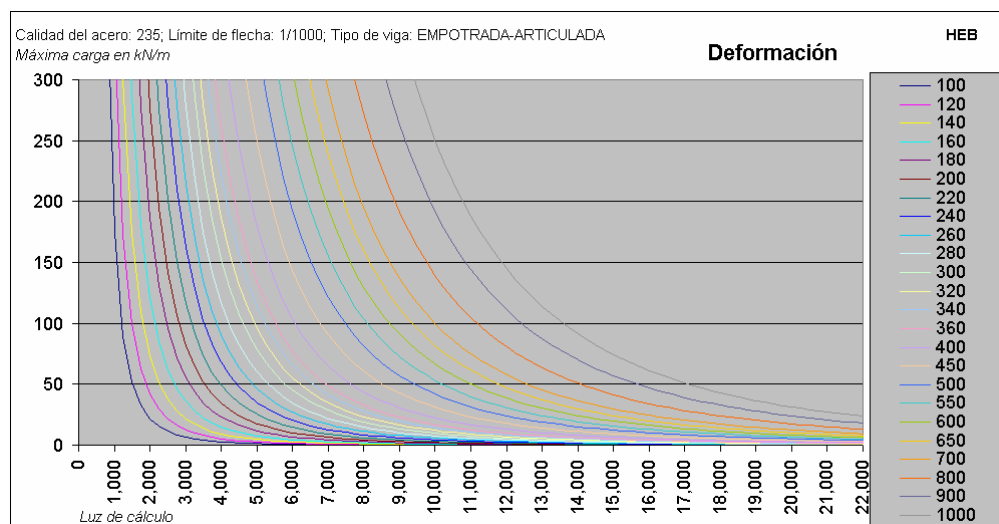
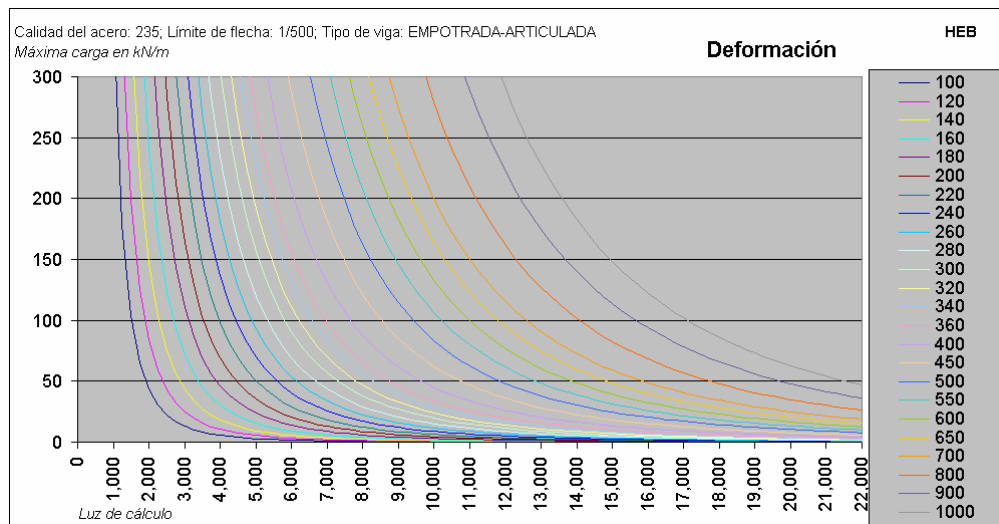
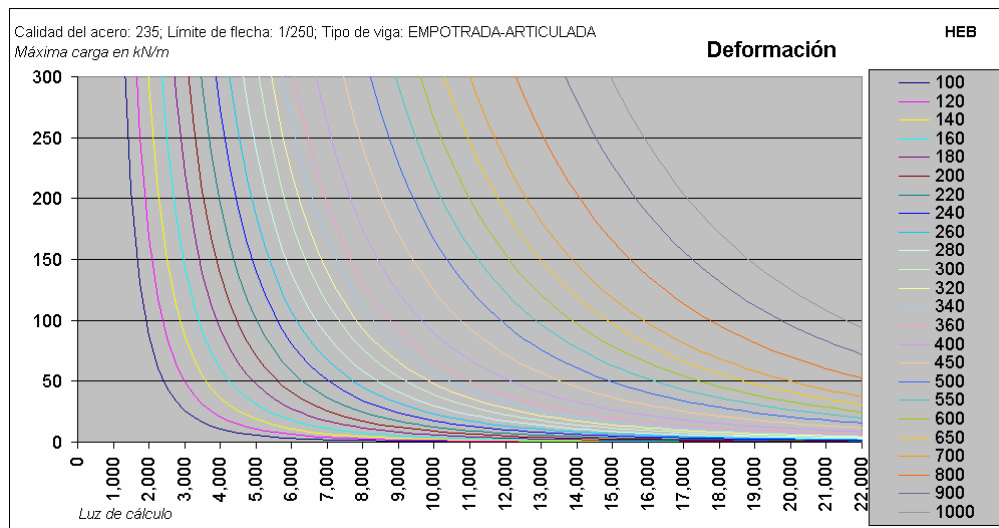
9 DEFORMACIÓN: VIGA HEA, BIEMPOTRADA. Carga Lineal.



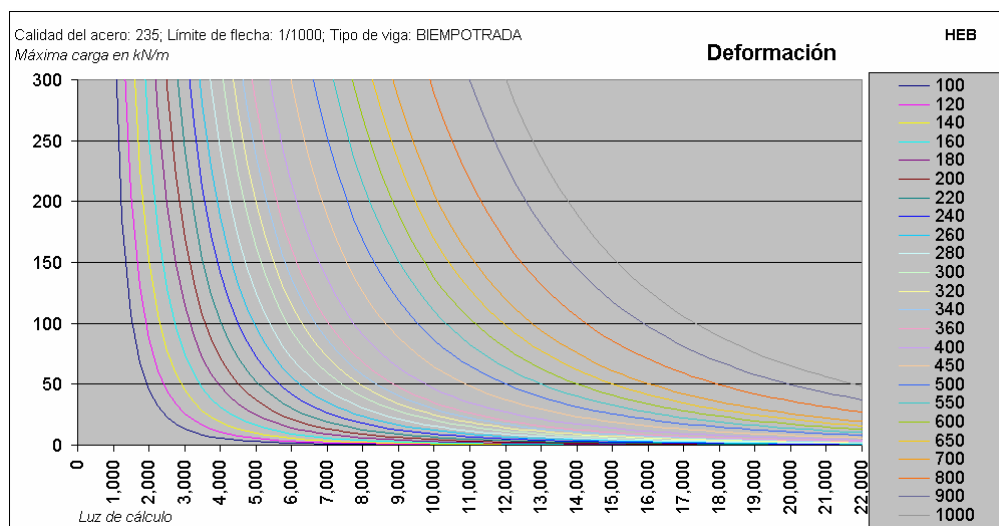
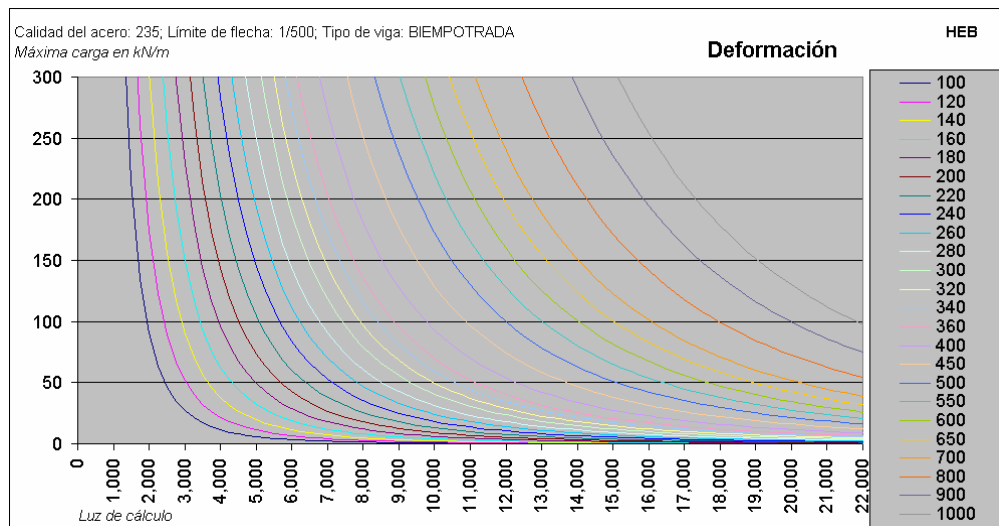
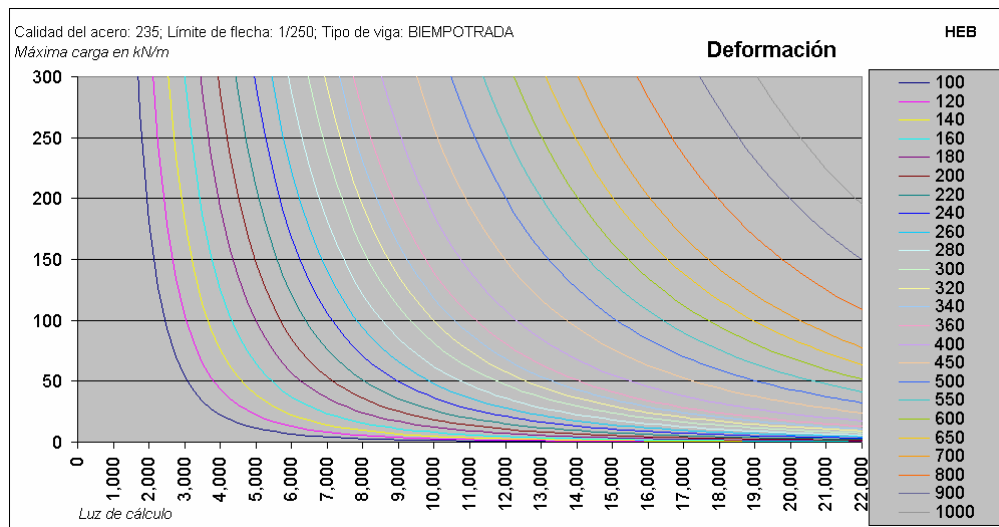
10 DEFORMACIÓN: VIGA HEB, BIAPOYADA. Carga Lineal.



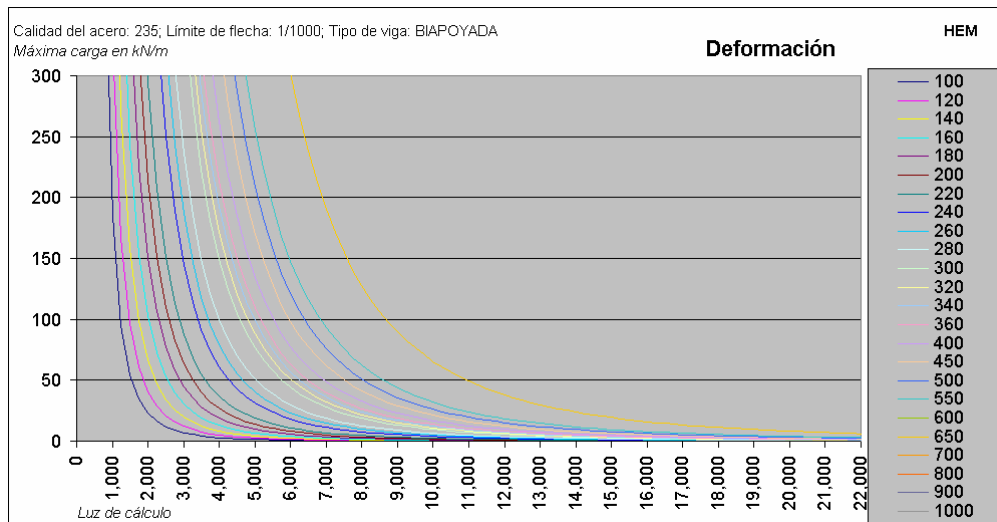
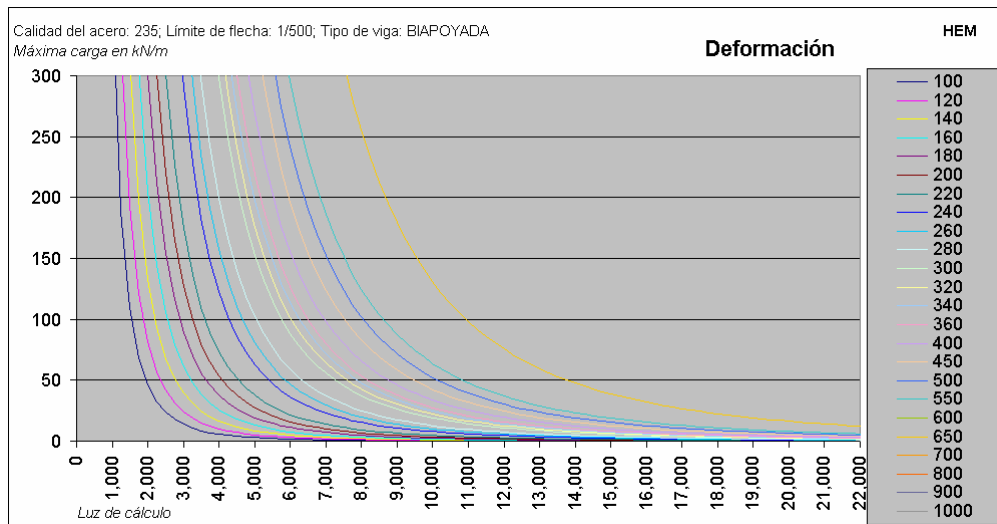
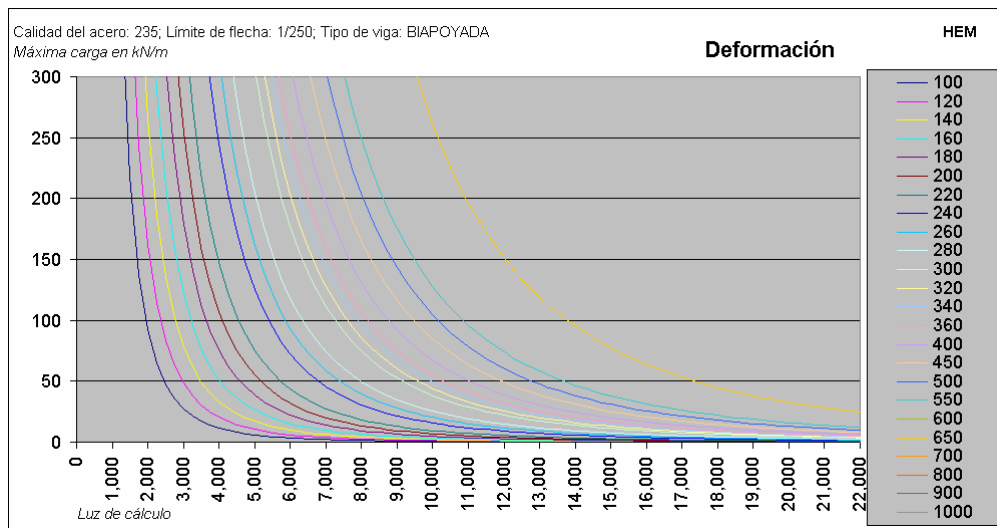
11 DEFORMACIÓN: VIGA HEB, ARTICULADA-EMPOTRADA. Carga Lineal.



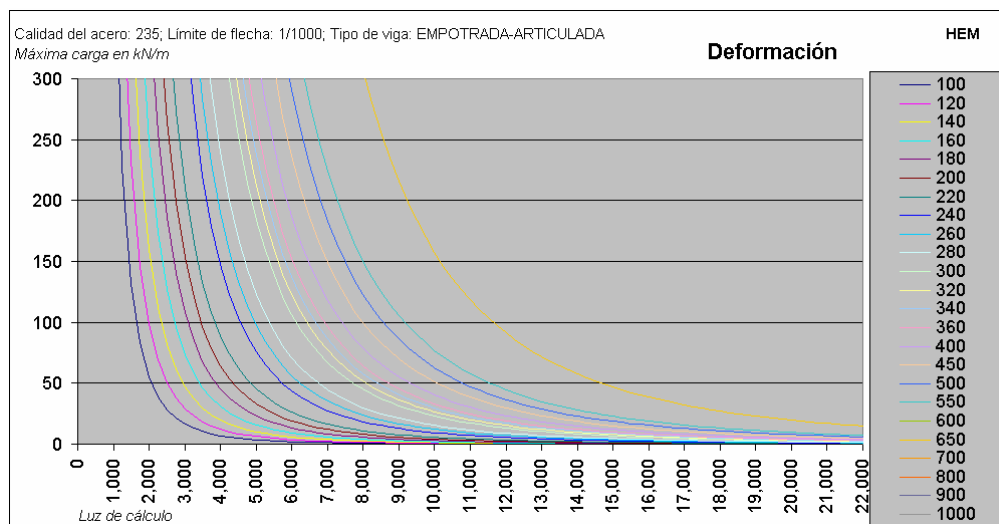
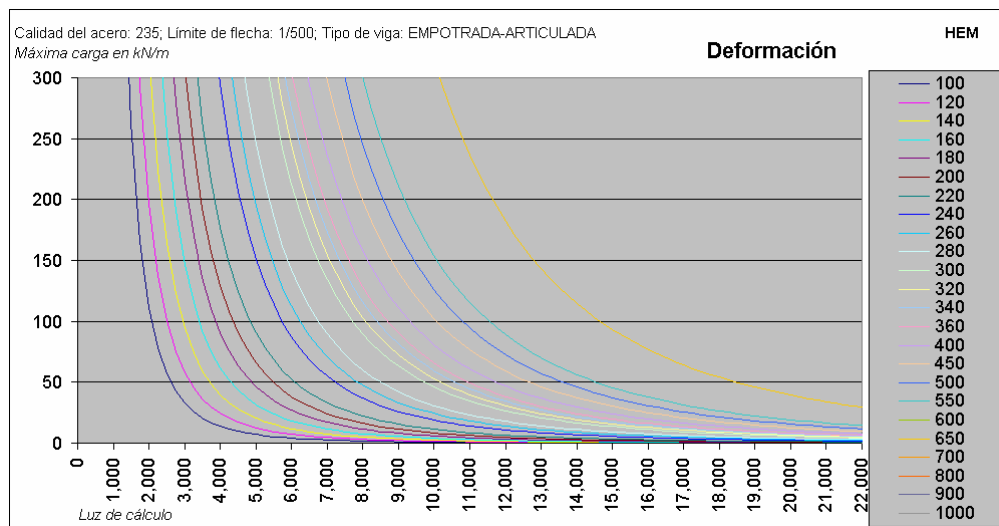
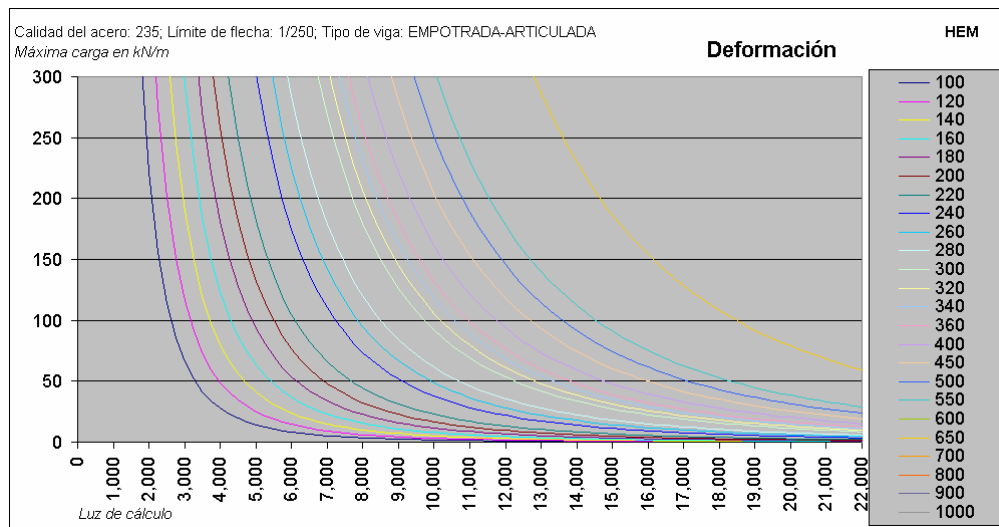
12 DEFORMACIÓN: VIGA HEB, BIEMPOTRADA. Carga Lineal.



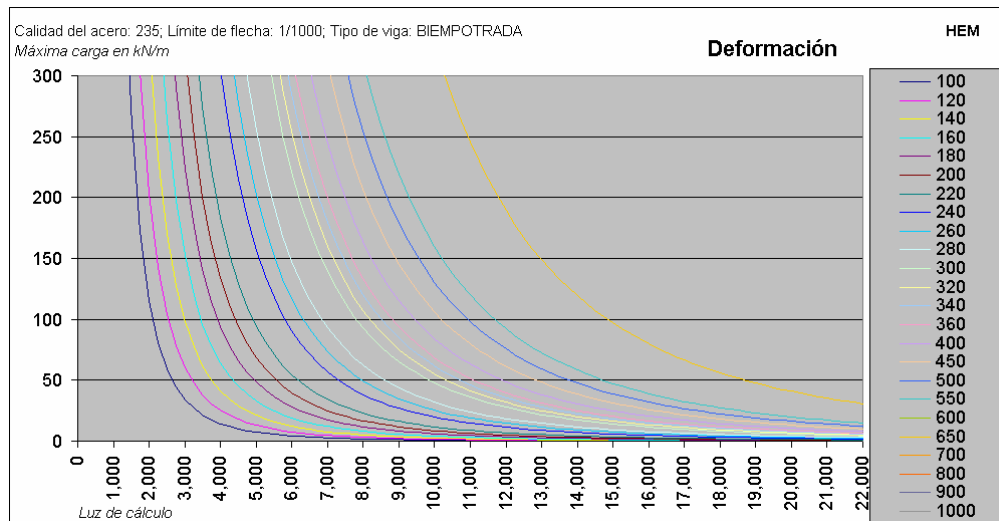
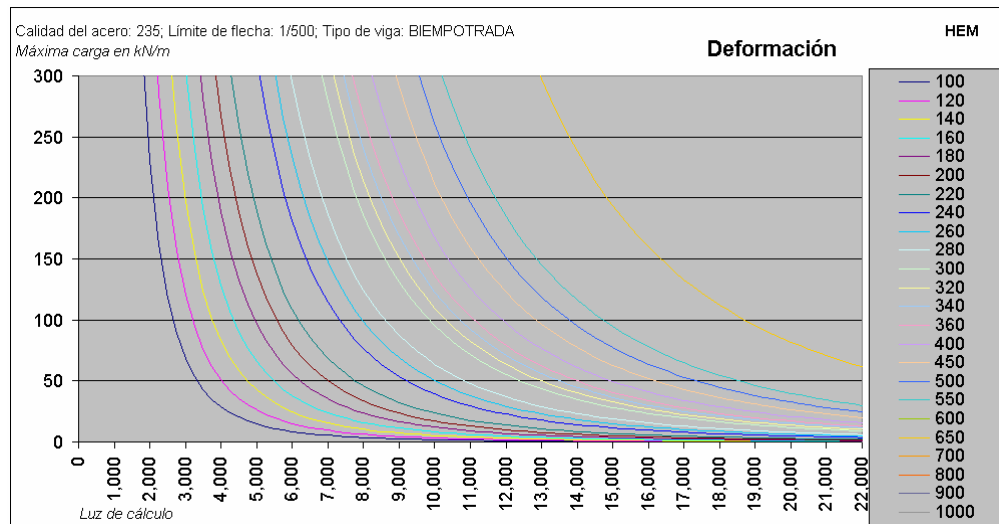
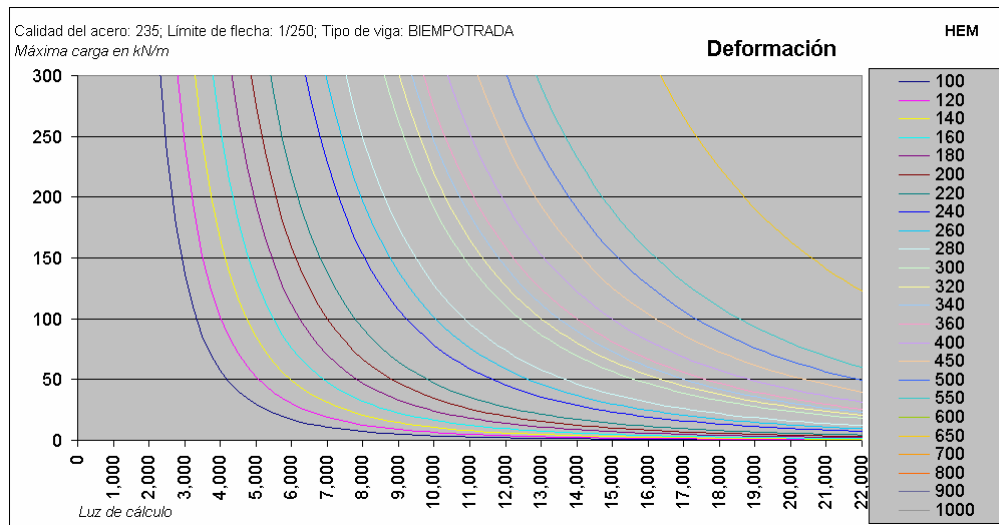
13 DEFORMACIÓN: VIGA HEM, BIAPOYADA. Carga Lineal.



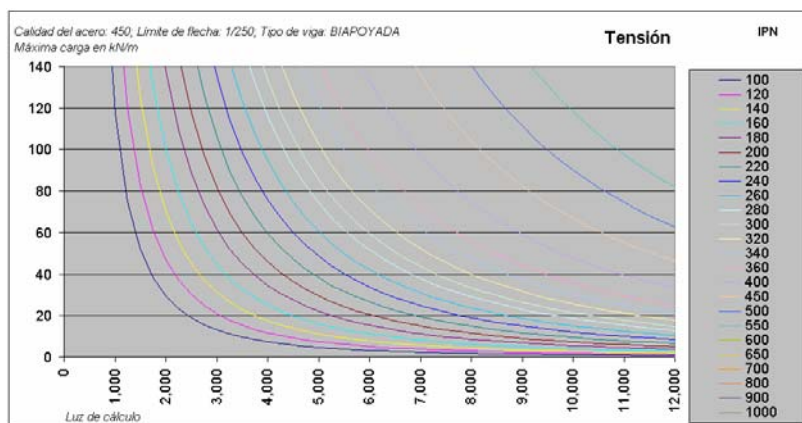
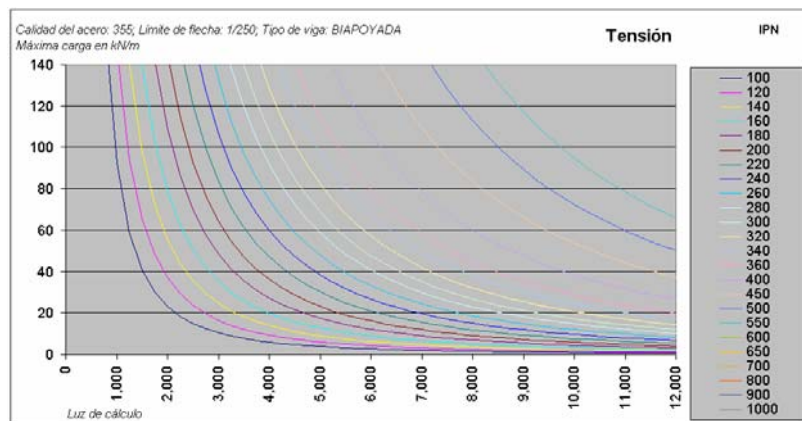
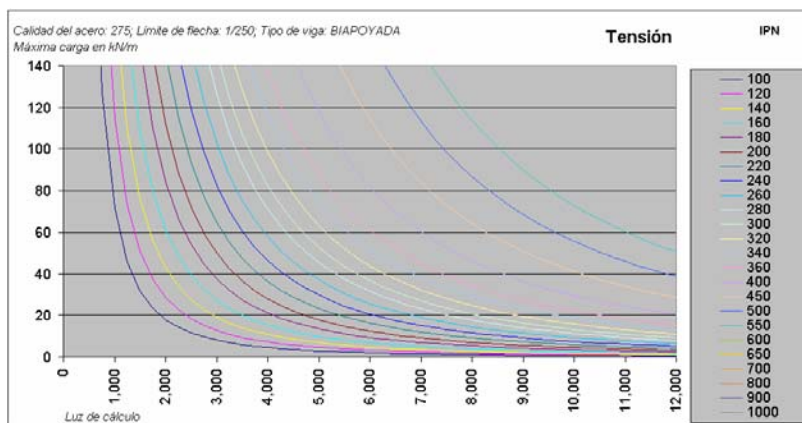
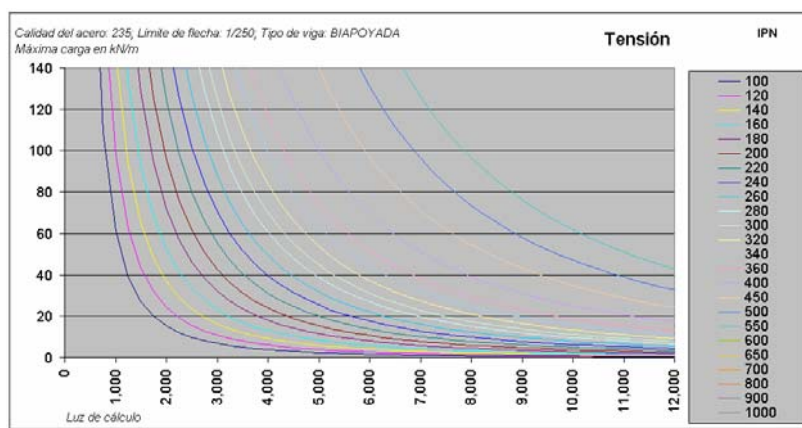
14 DEFORMACIÓN: VIGA HEM, ARTICULADA-EMPOTRADA. Carga Lineal.



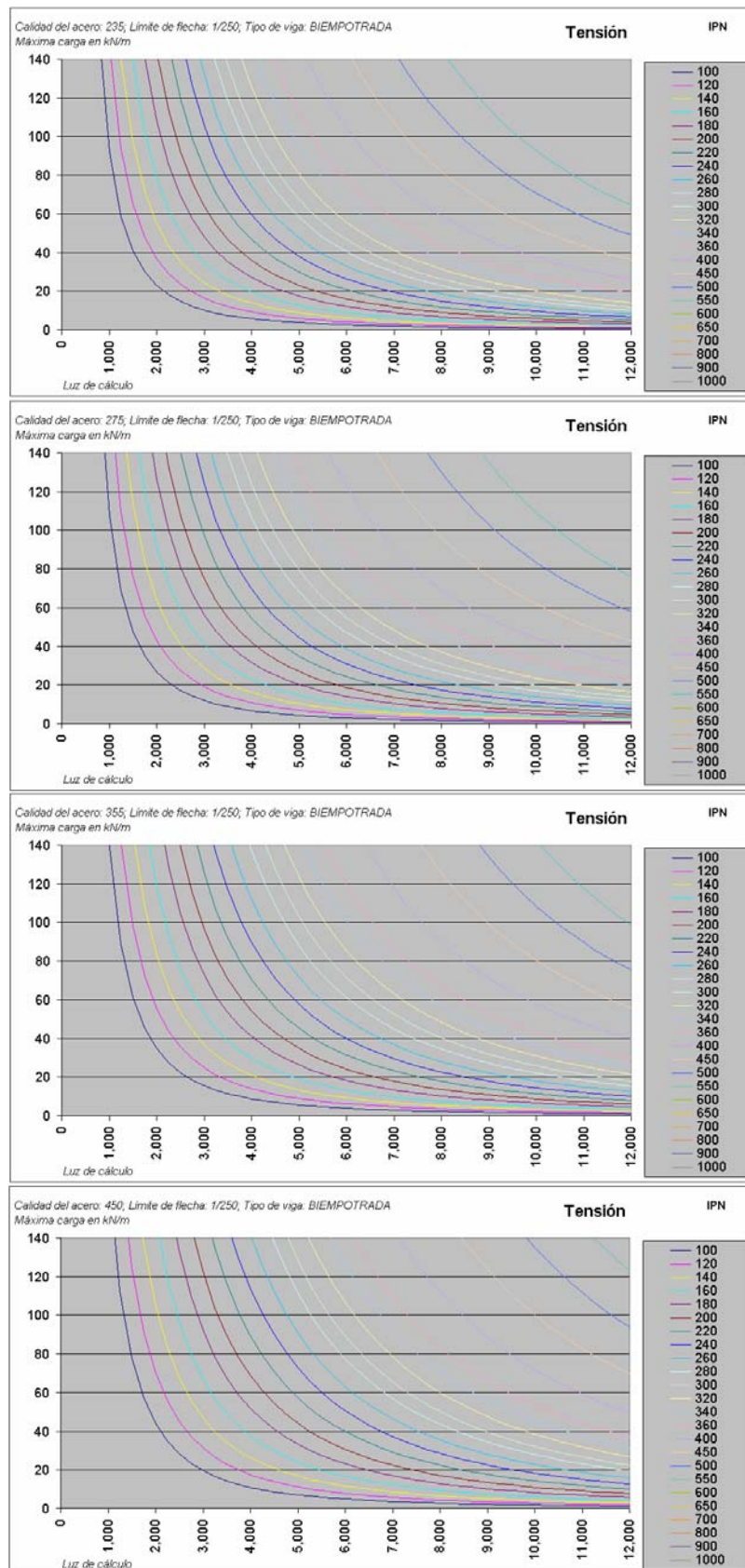
15 DEFORMACIÓN: VIGA HEM, BIEMPOTRADA. Carga Lineal.



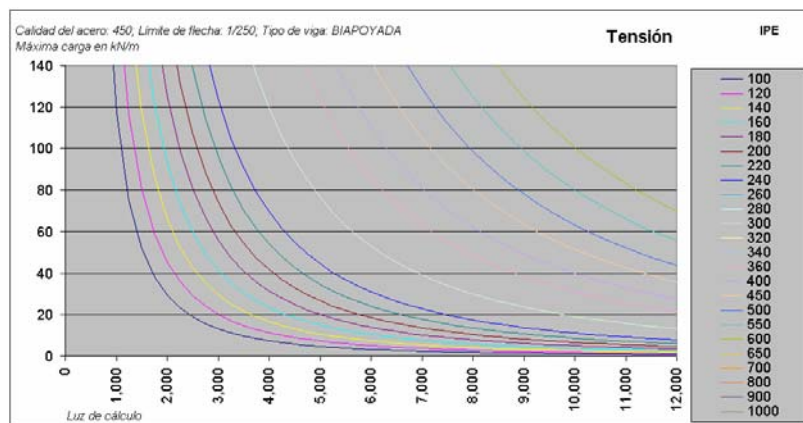
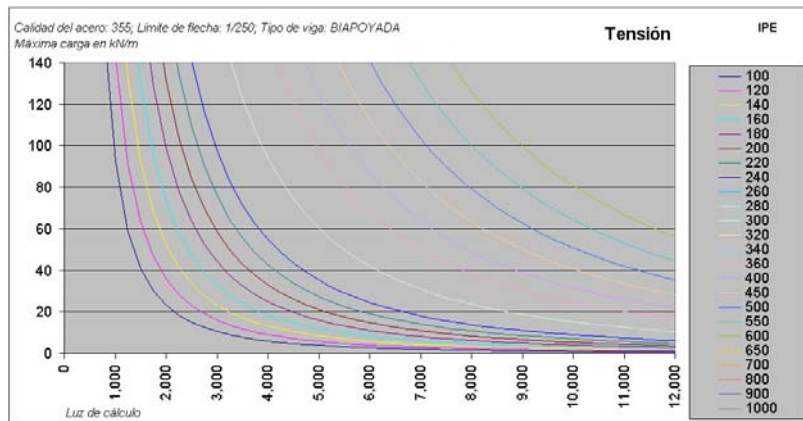
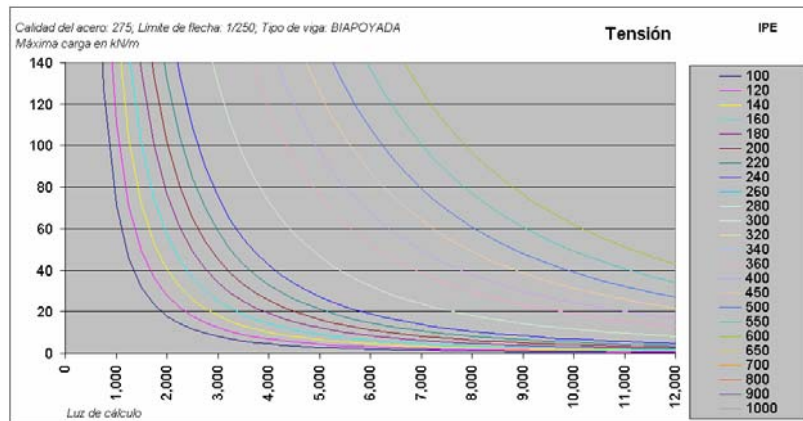
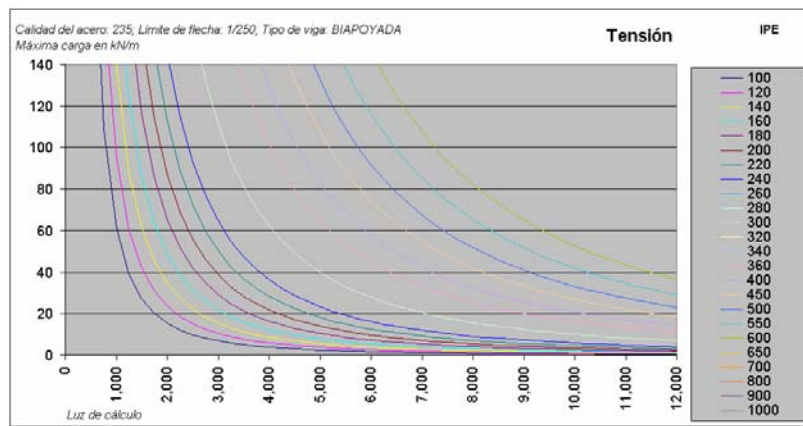
16 TENSIÓN: VIGA IPN, BIAPOYADA O ARTICULADA-EMPOTRADA. Carga Lineal.



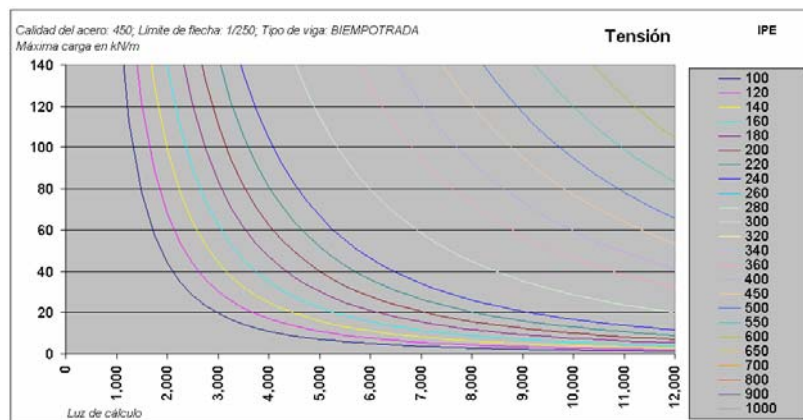
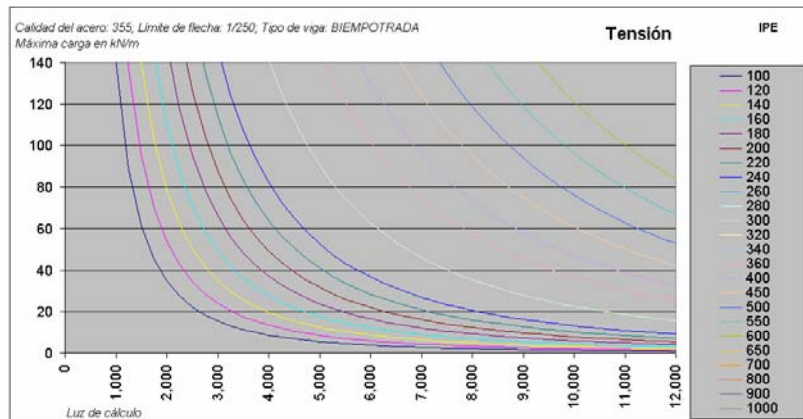
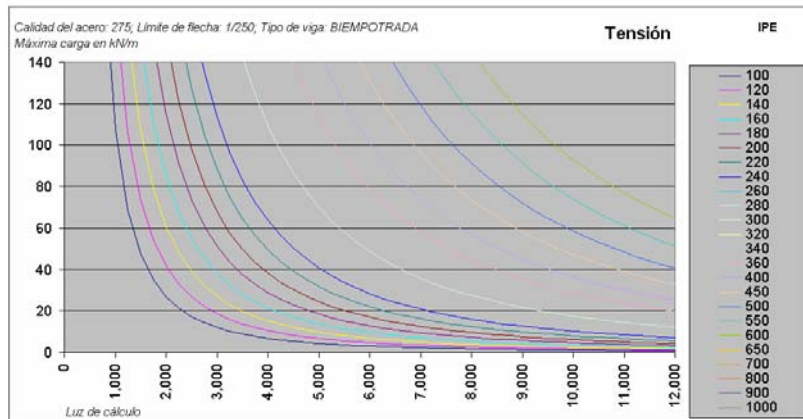
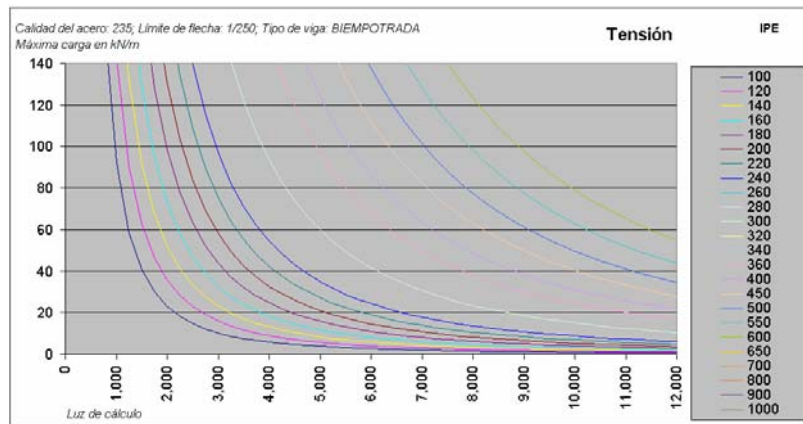
17 TENSIÓN: VIGA IPN, BIEMPOTRADA. Carga Lineal.



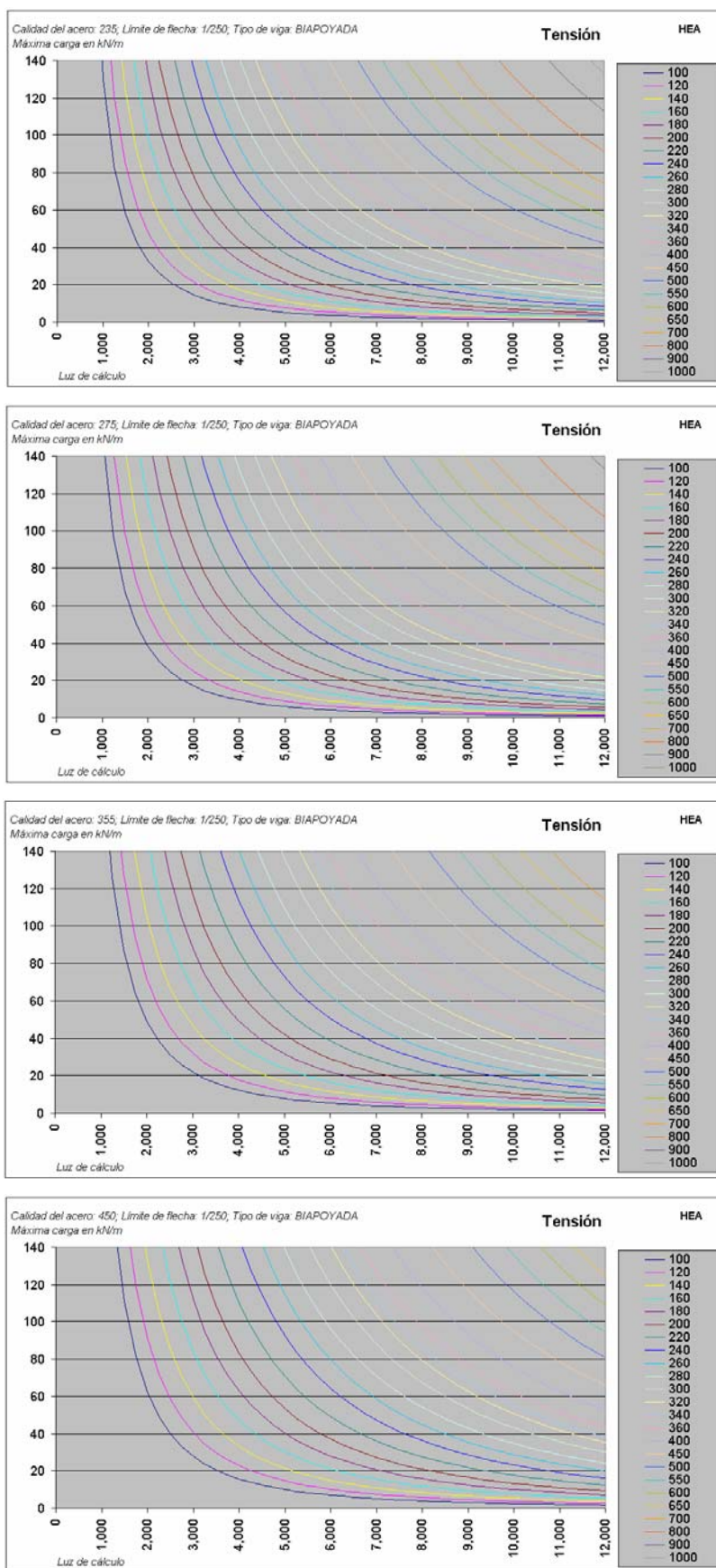
18 TENSIÓN: VIGA IPE, BIAPOYADA O ARTICULADA-EMPOTRADA. Carga Lineal.



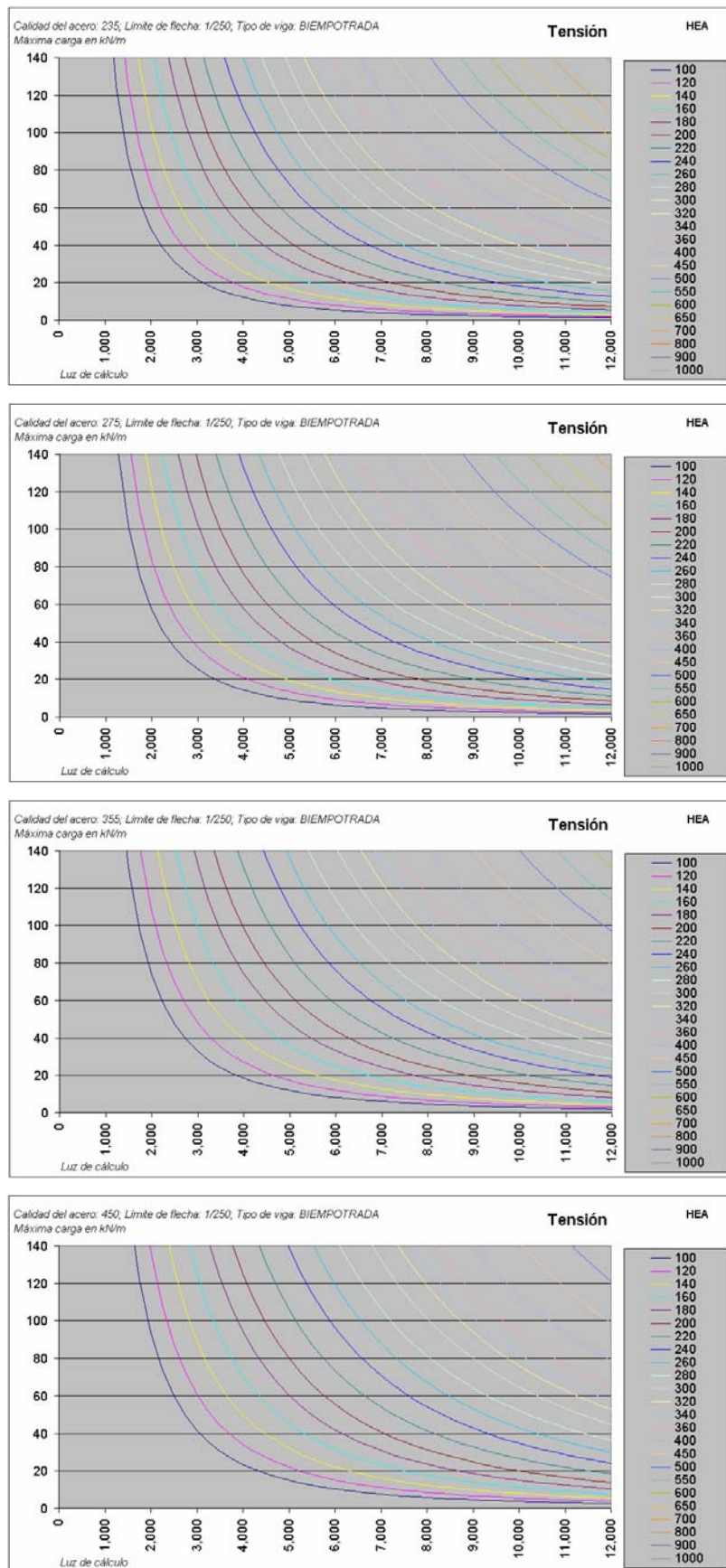
19 TENSIÓN: VIGA IPE, BIEMPOTRADA. Carga Lineal.



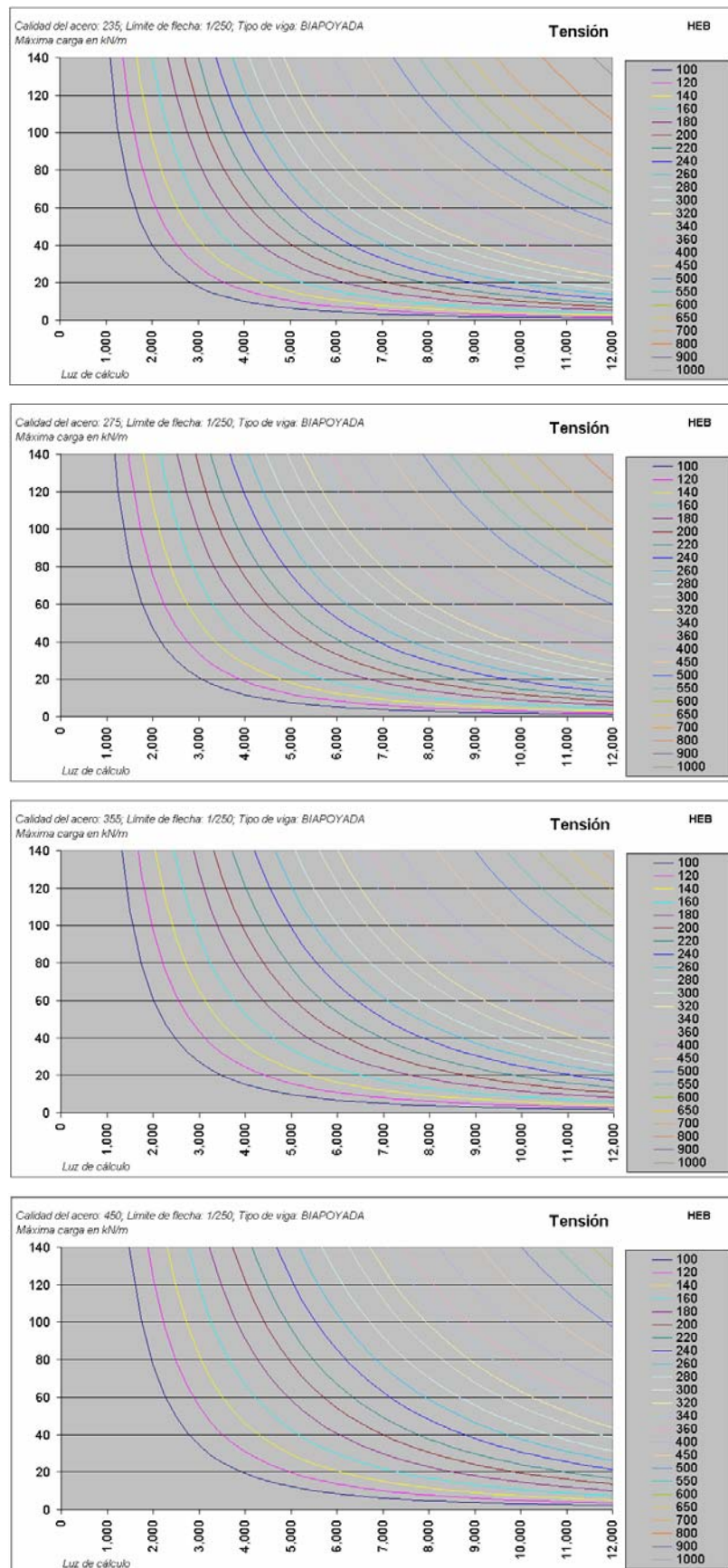
20 TENSIÓN: VIGA HEA, BIAPOYADA O ARTICULADA-EMPOTRADA. Carga Lineal.



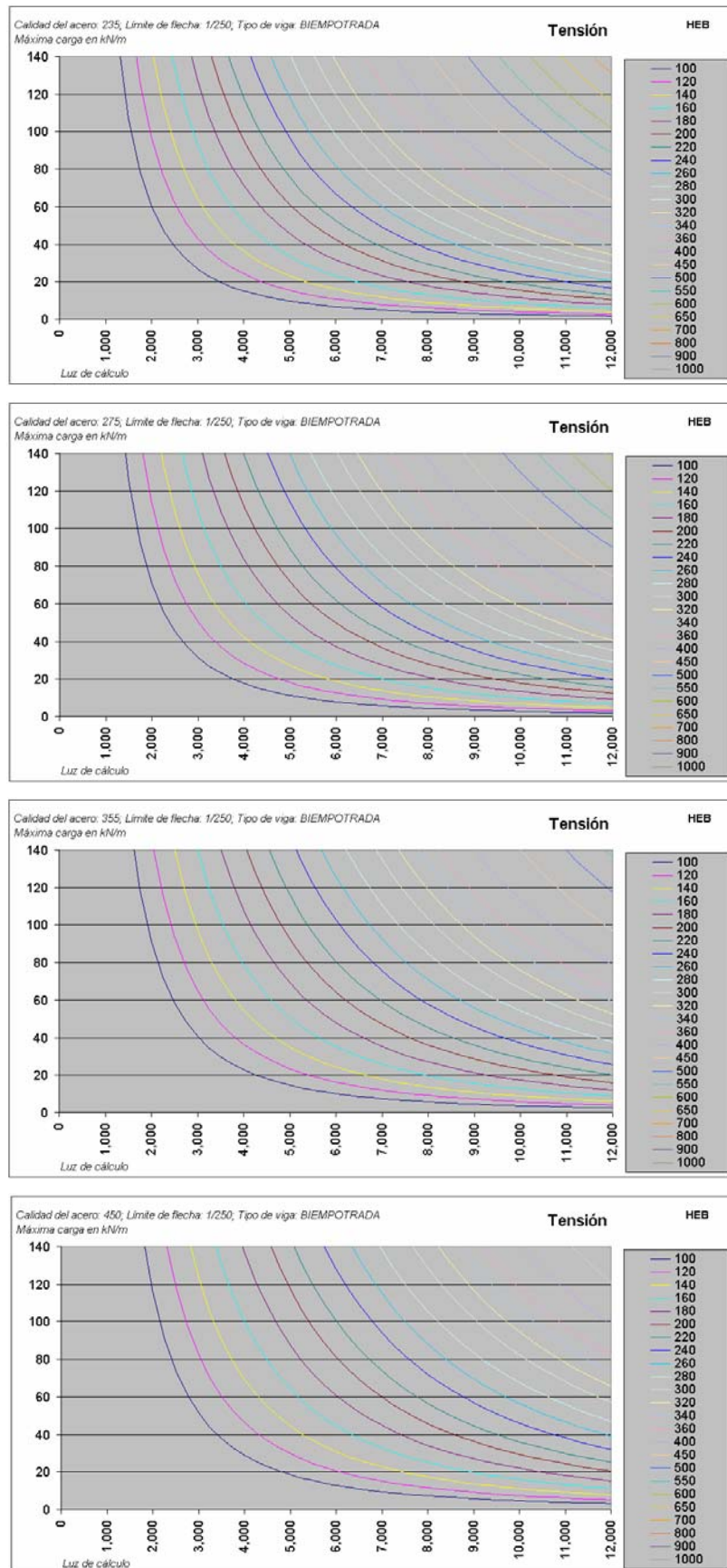
21 TENSIÓN: VIGA HEA, BIEMPOTRADA. Carga Lineal.



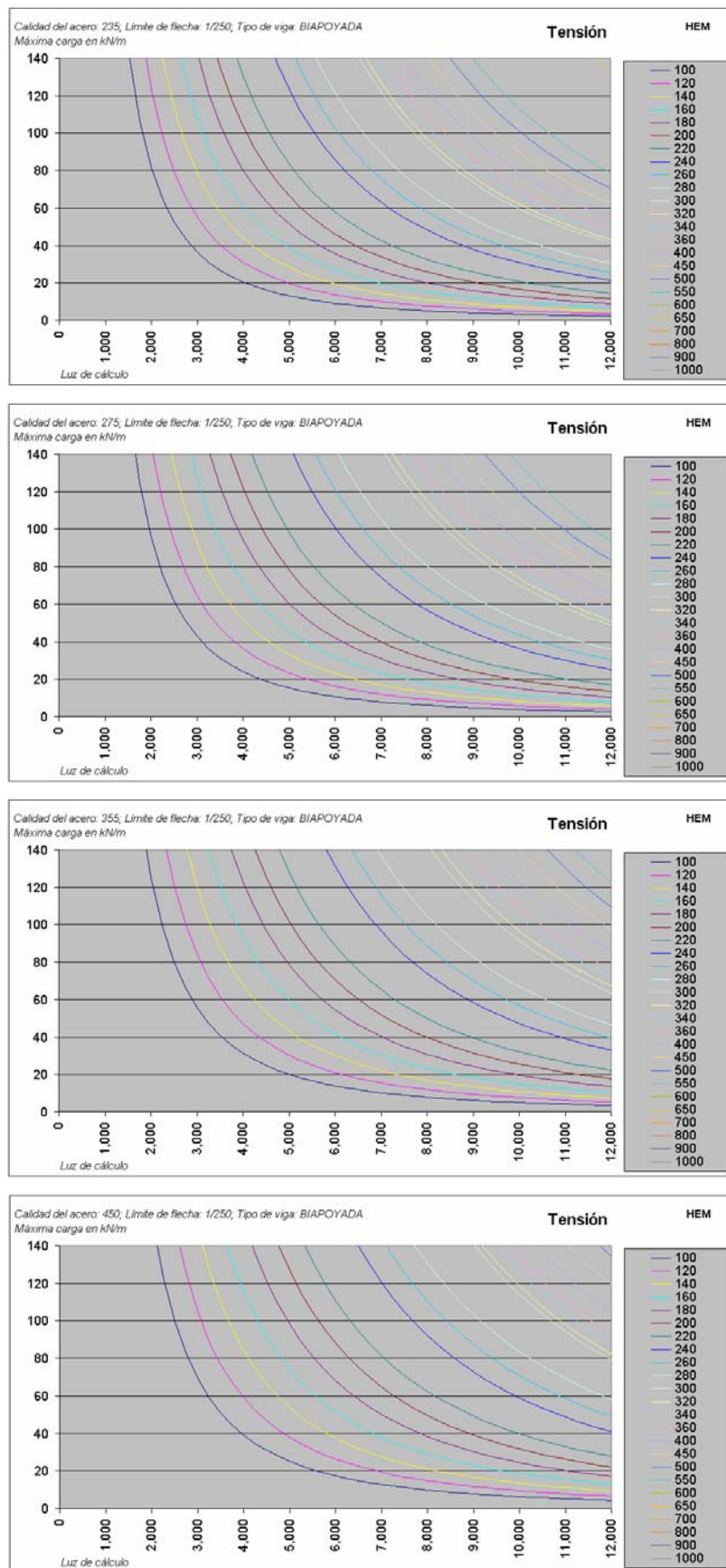
22 TENSIÓN: VIGA HEB, BIAPOYADA O ARTICULADA-EMPOTRADA. Carga Lineal.



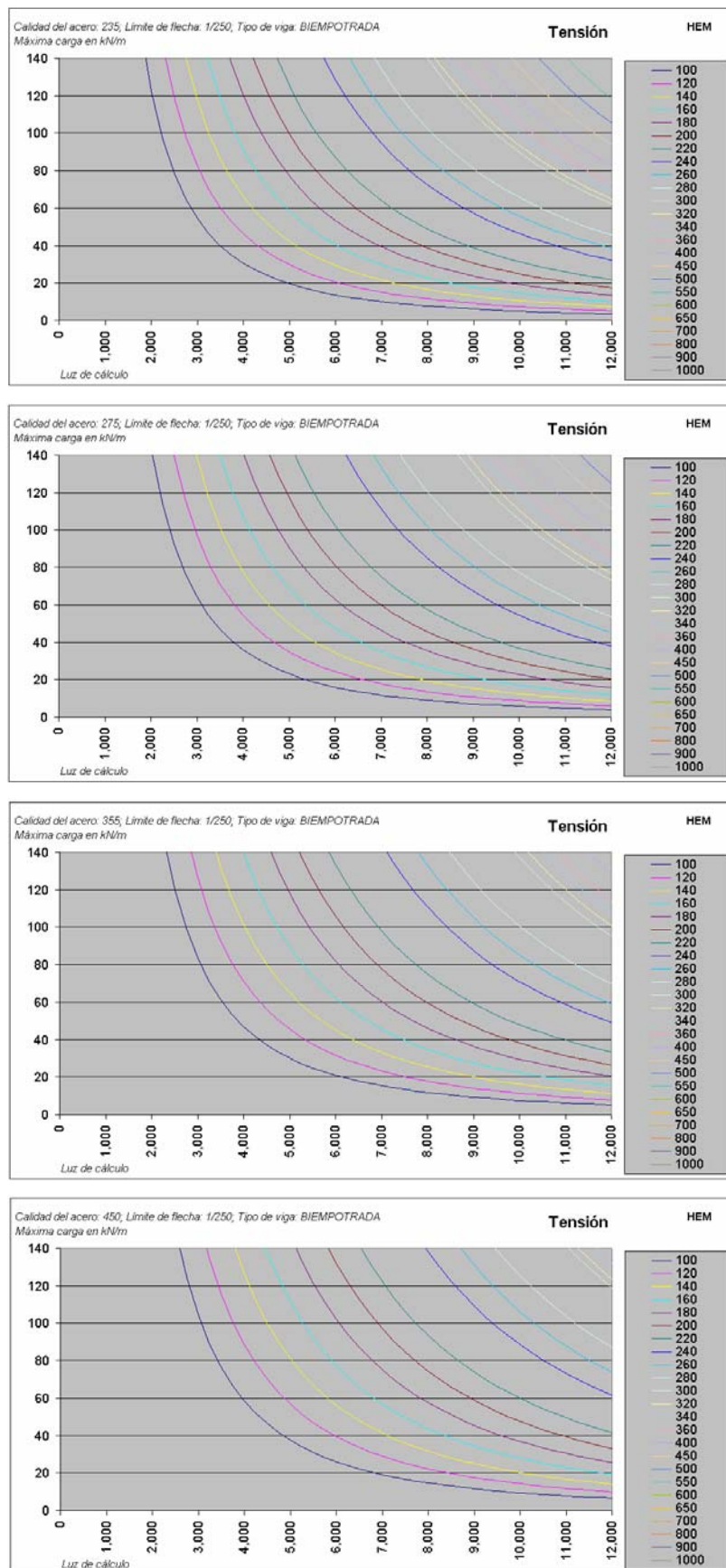
23 TENSIÓN: VIGA HEB, BIEMPOTRADA. Carga Lineal.



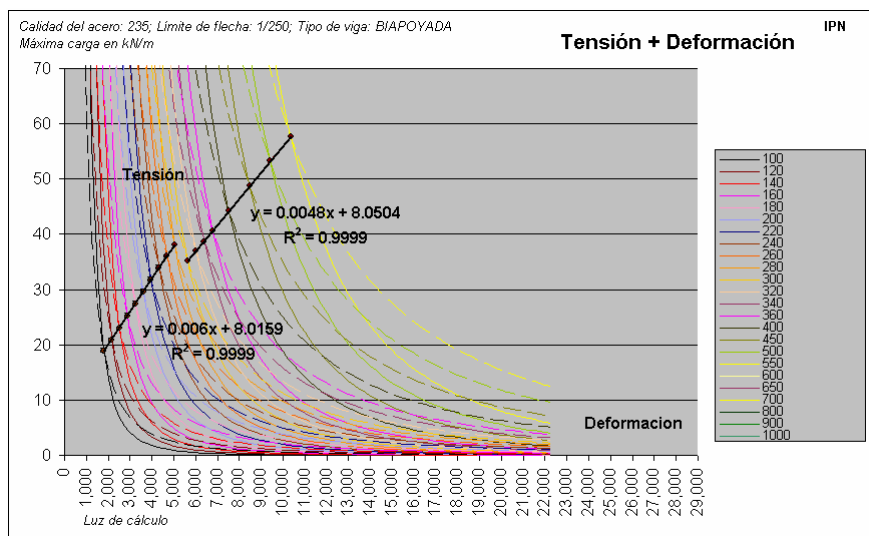
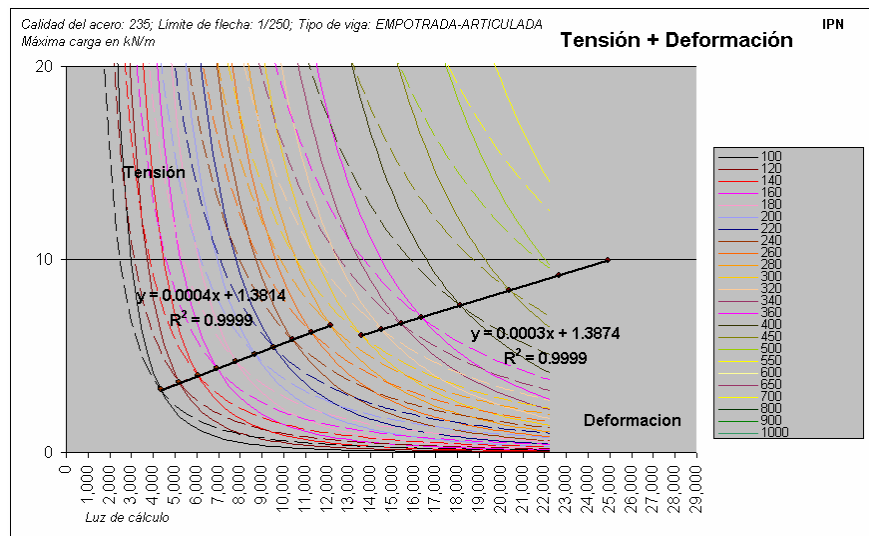
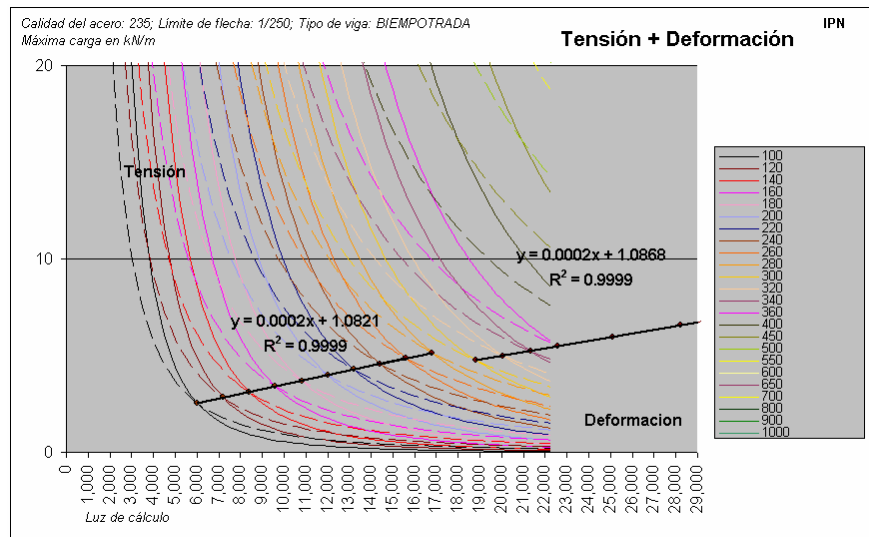
24 Tensión: VIGA HEM, BIAPOYADA O ARTICULADA-EMPOTRADA. Carga Lineal.



25 TENSIÓN: VIGA HEM, BIEMPOTRADA. Carga Lineal.

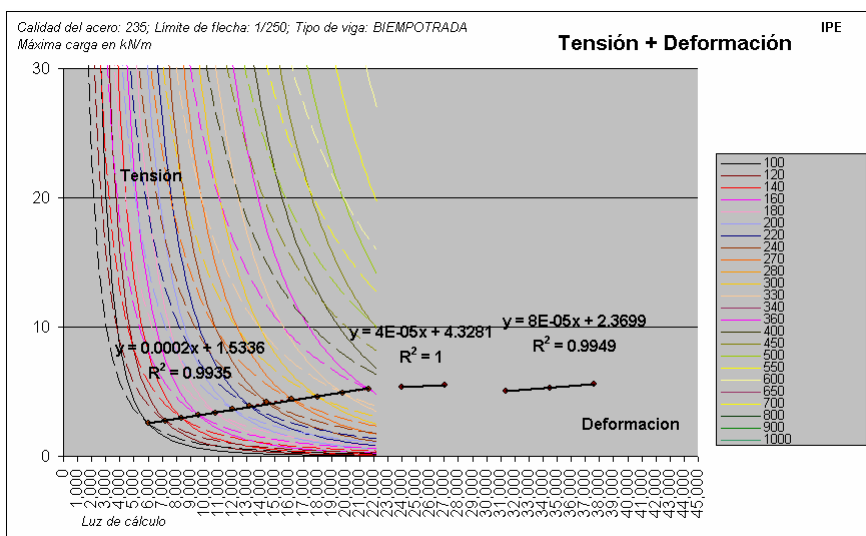
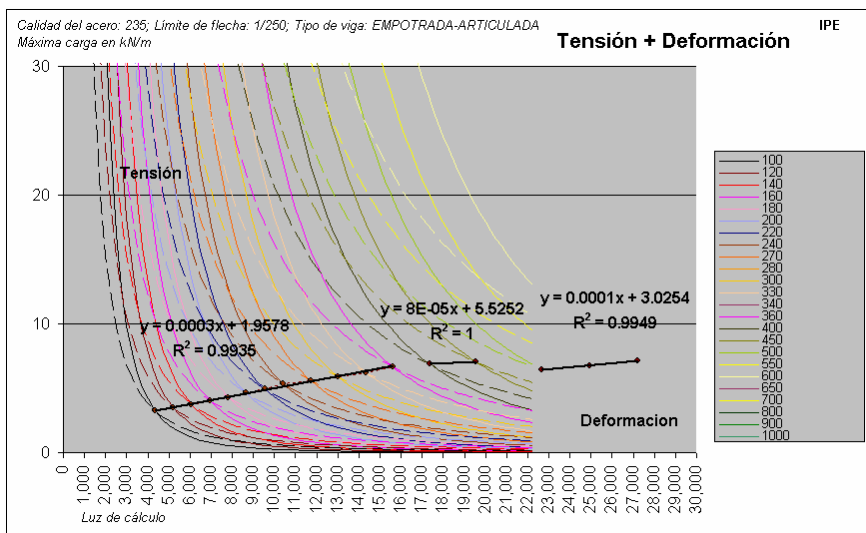
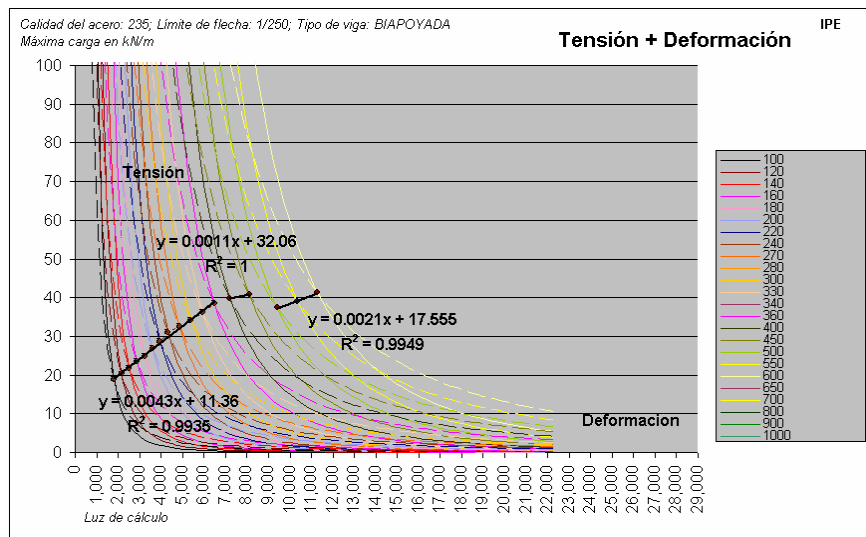


26 TENSIÓN + DEFORMACIÓN: VIGA IPN, S235, L/250. Carga Lineal.



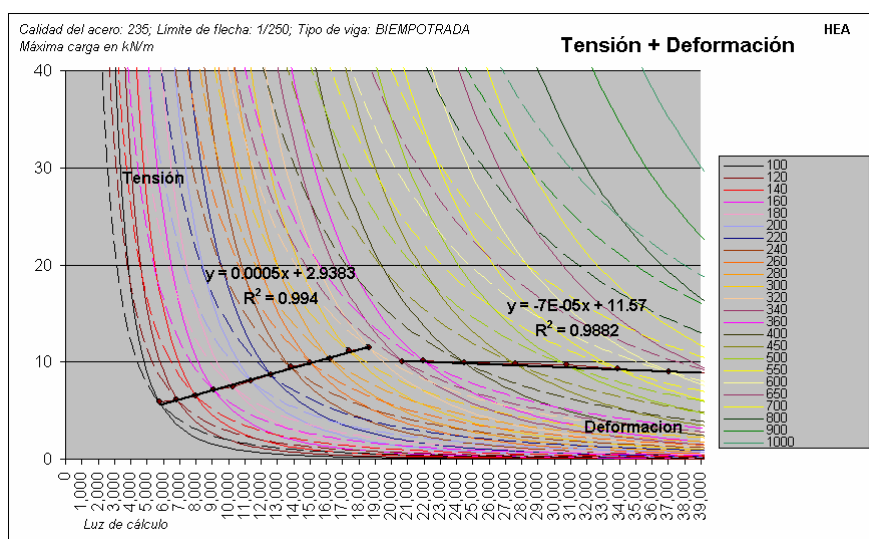
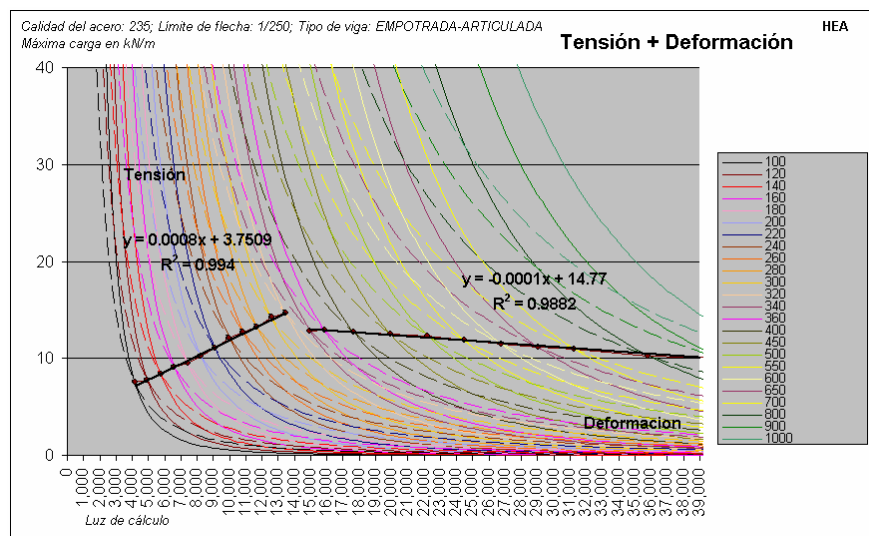
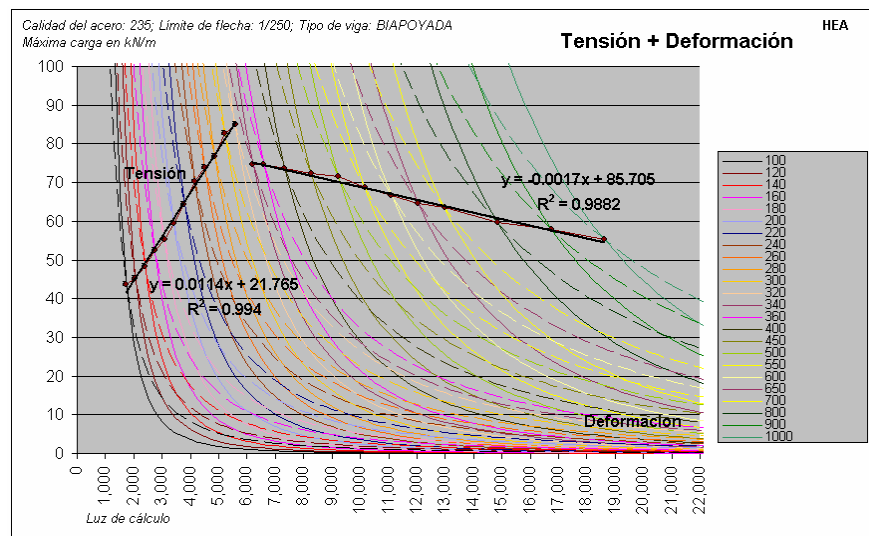
1º LINEA DE TENDENCIA, 100 al 280. 2º línea de tendencia, 300 al 1,000. La discontinuidad es debida a que el ala de la IPN-320 tiene un grueso mayor a 16mm.

27 TENSIÓN + DEFORMACIÓN: VIGA IPE, S235, L/250. Carga Lineal.



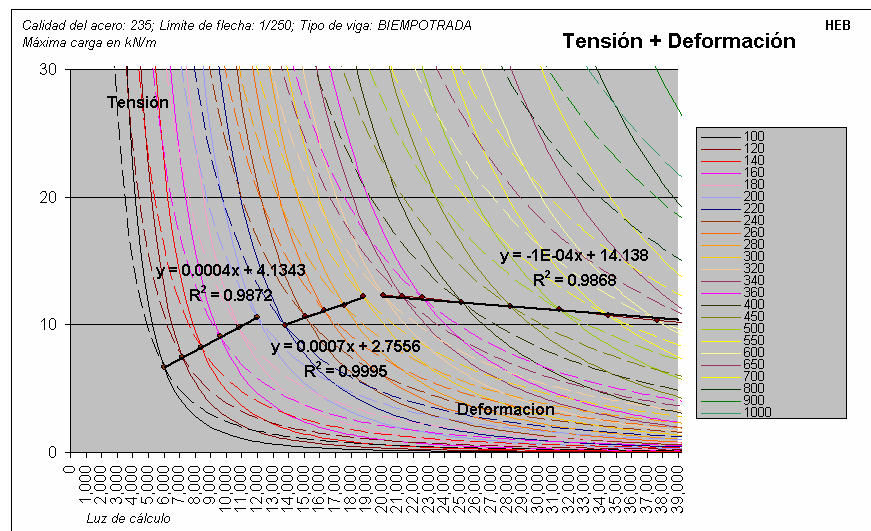
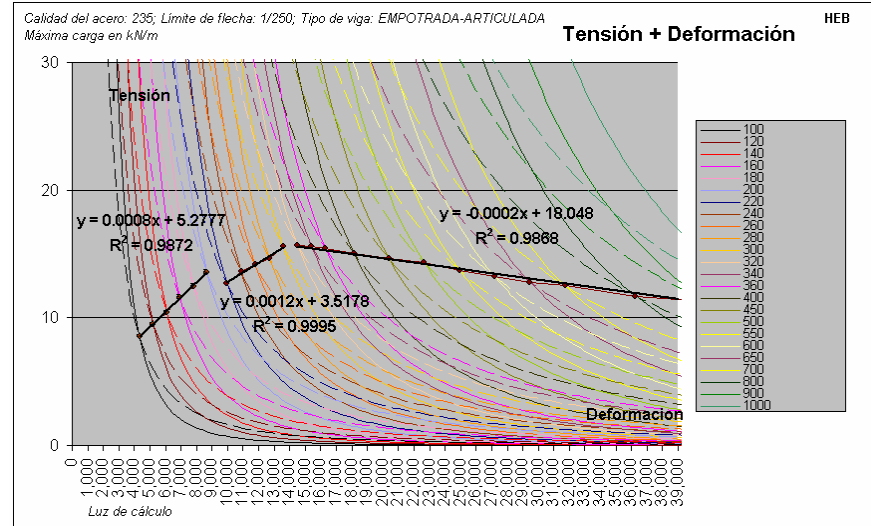
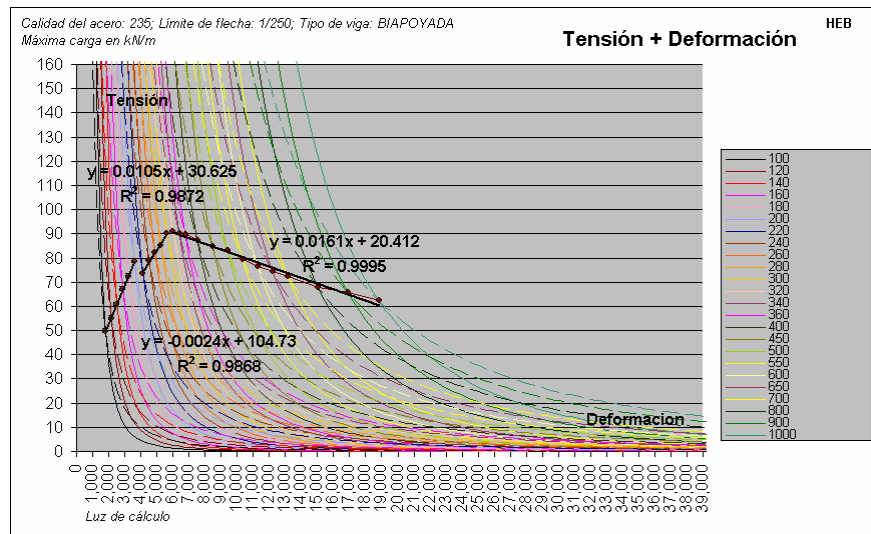
1º LINEA DE TENDENCIA, 100 al 360. 2º línea de tendencia, 400 al 450. 3º Línea de tendencia, 500 al 600

28 TENSIÓN + DEFORMACIÓN: VIGA HEA, S235, L/250. Carga Lineal.

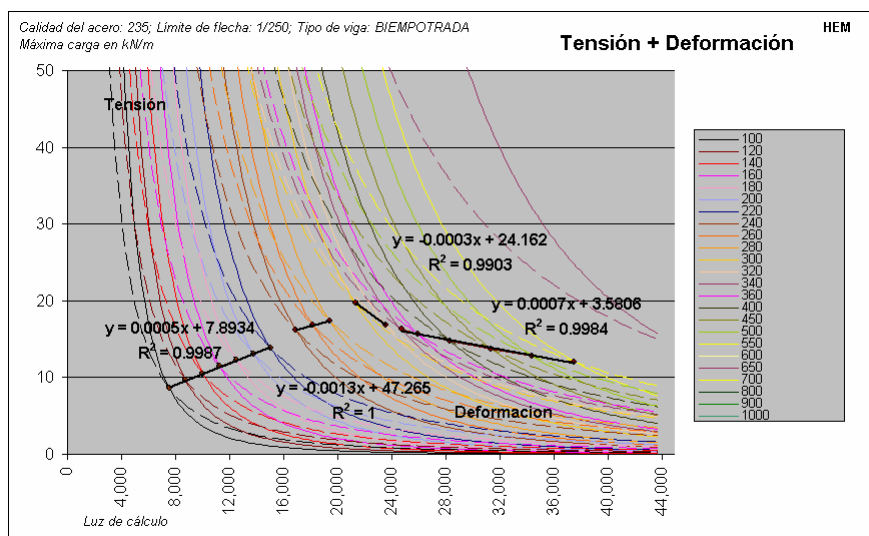
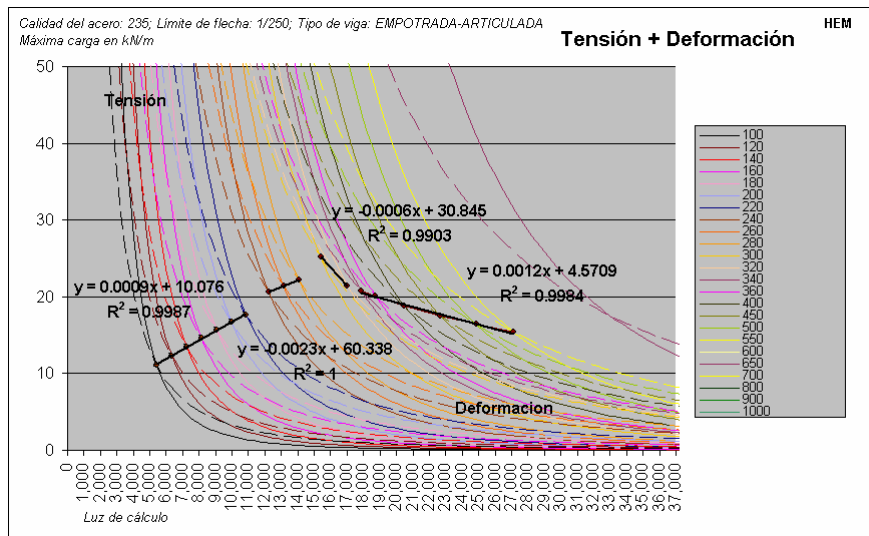
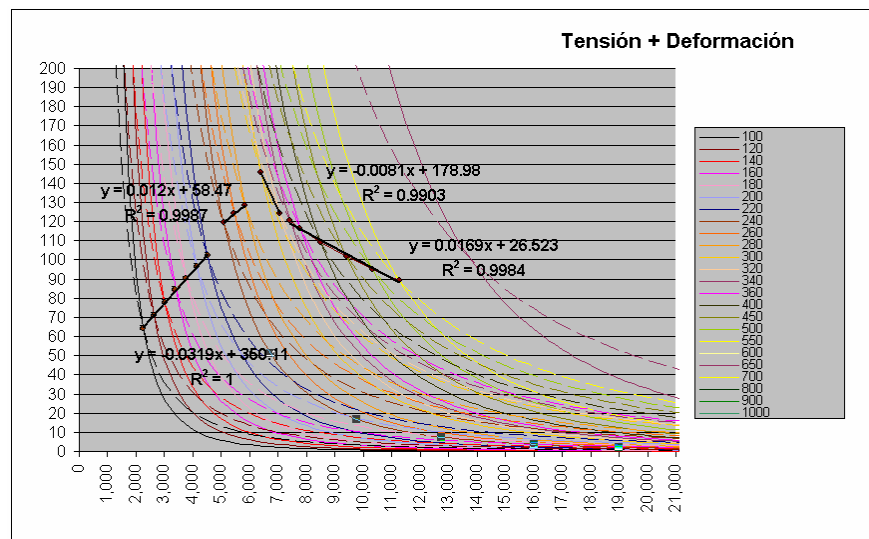


1º LINEA DE TENDENCIA, 100 al 320. 2º línea de tendencia, 340 al 1000

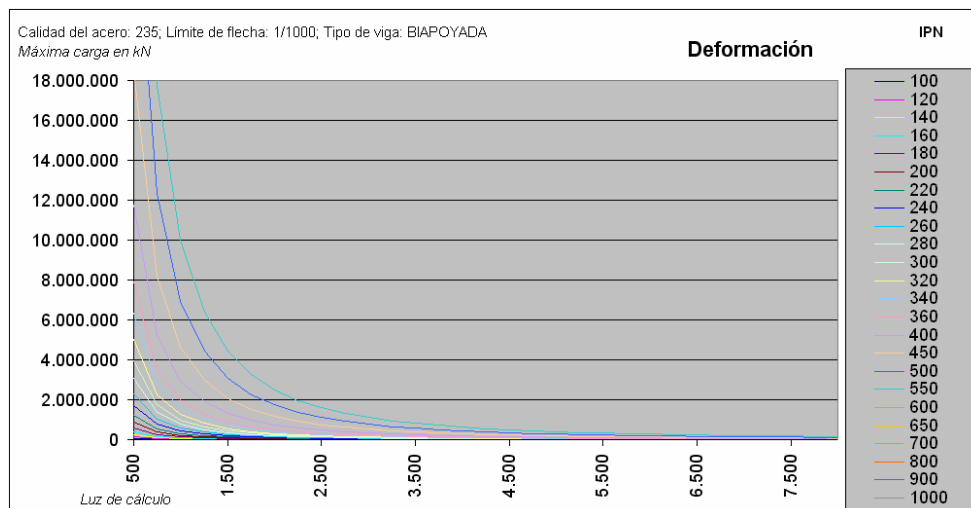
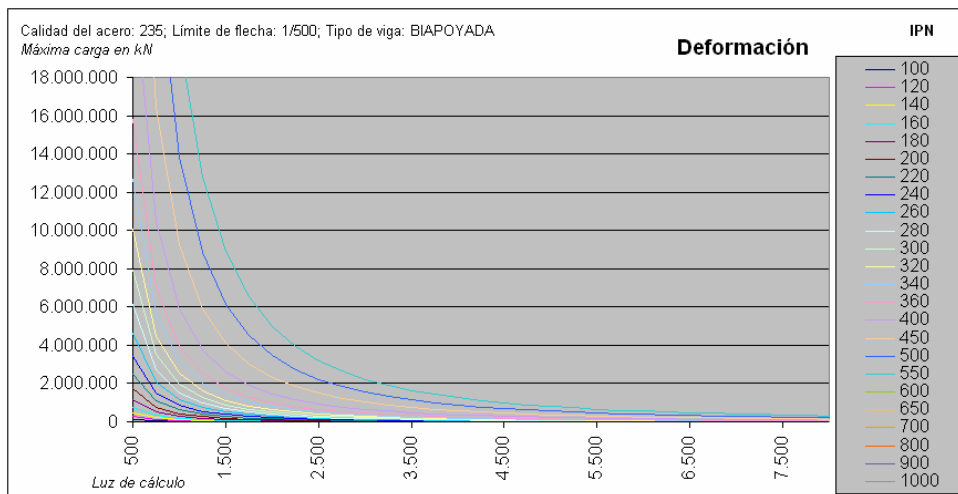
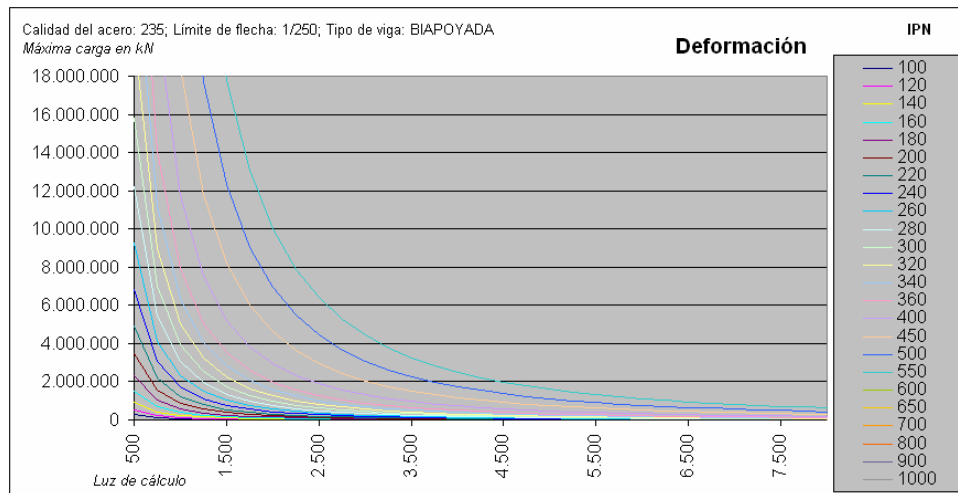
29 TENSIÓN + DEFORMACIÓN: VIGA HEB, S235, L/250. Carga Lineal.



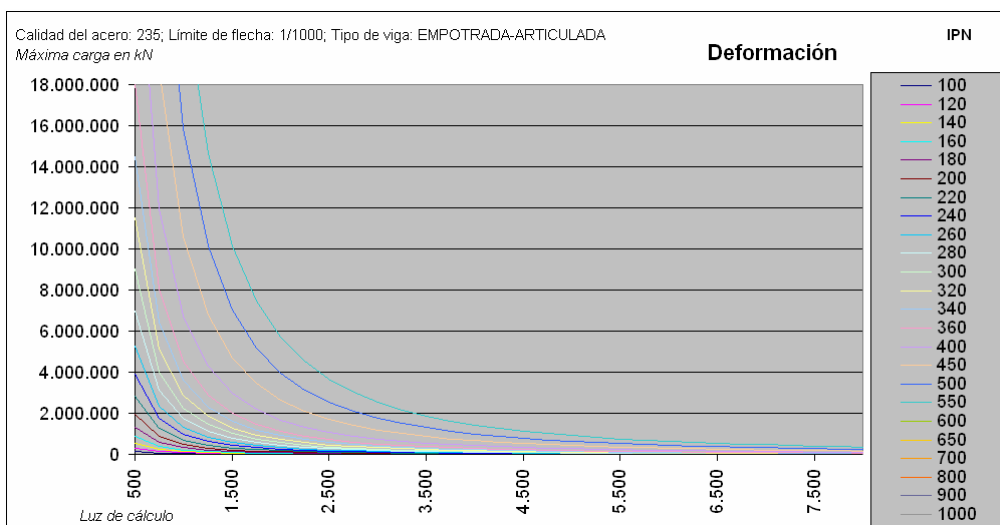
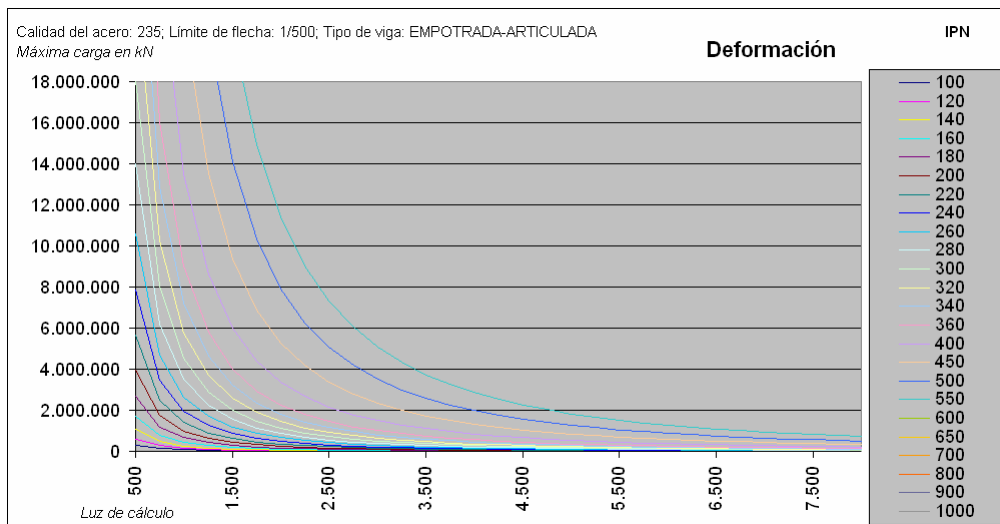
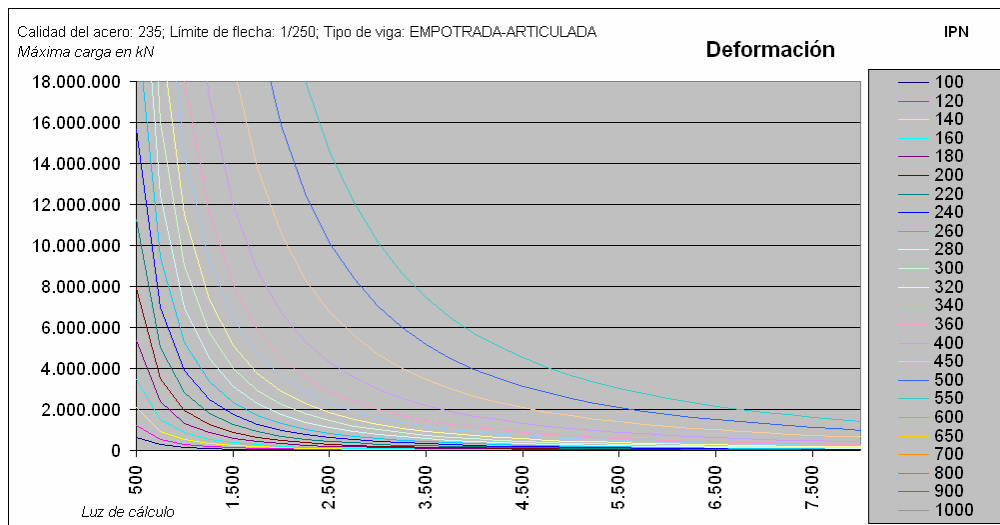
30 Tensión + DEFORMACIÓN: VIGA HEM, S235, L/250. Carga Lineal.



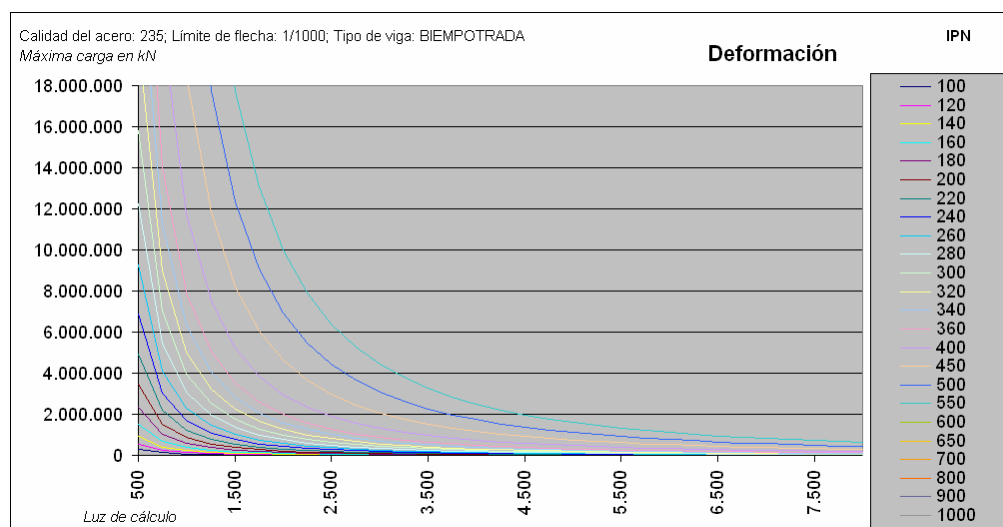
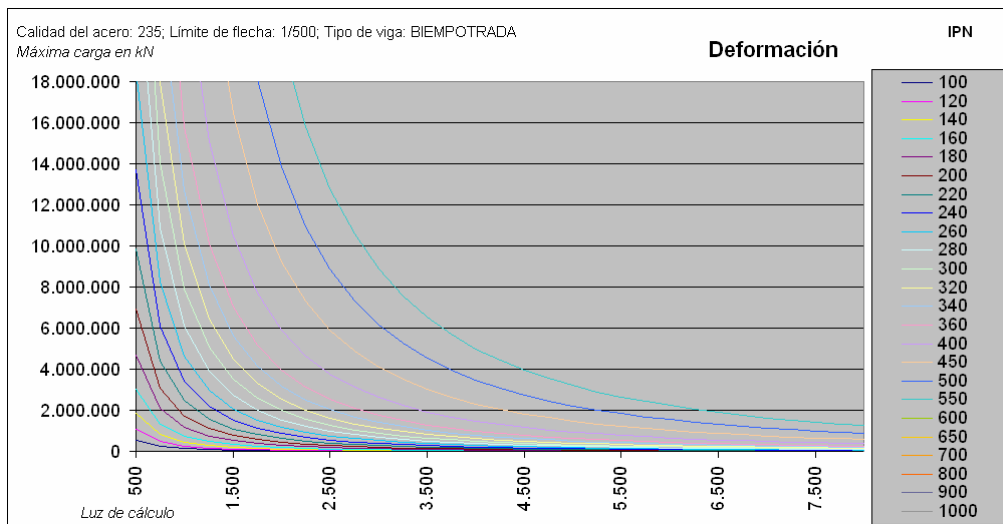
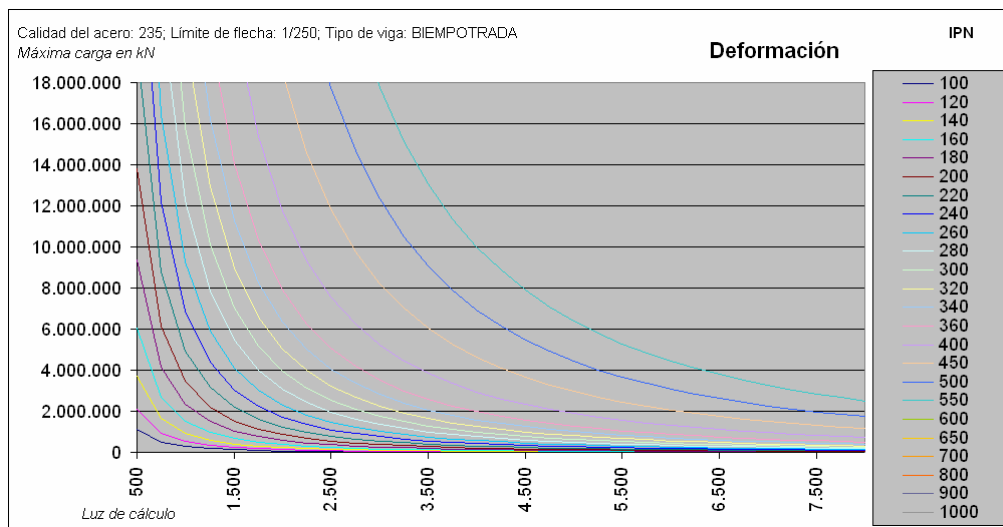
31 DEFORMACIÓN: VIGA IPN, BIAPOYADA. CARGA PUNTUAL.



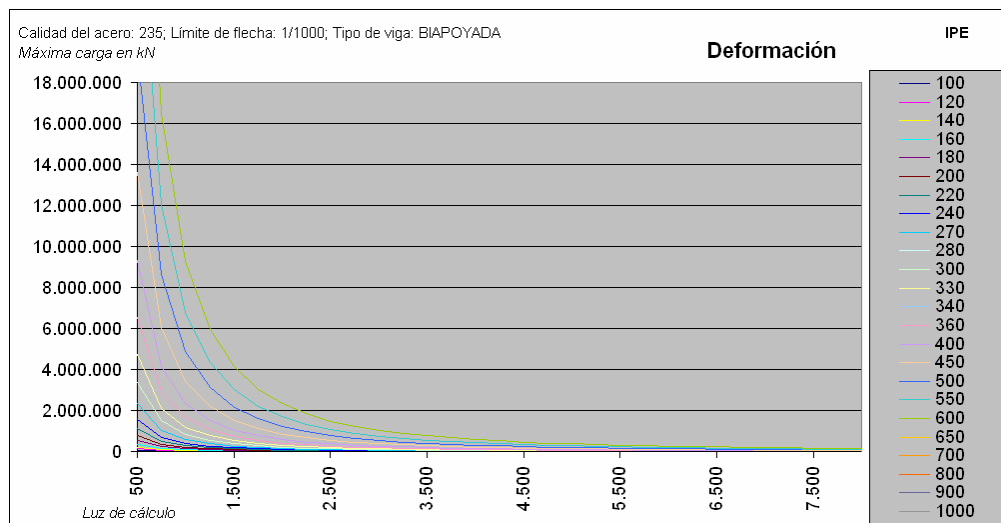
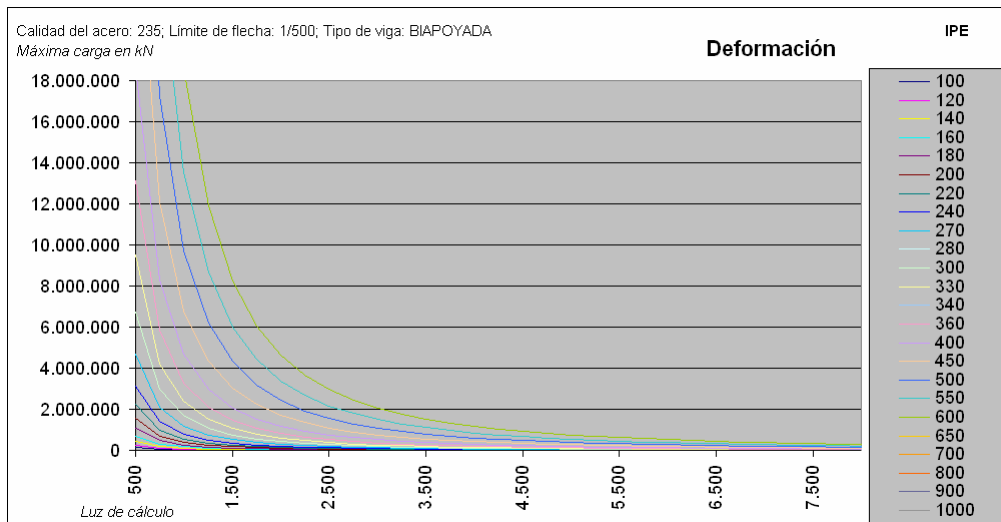
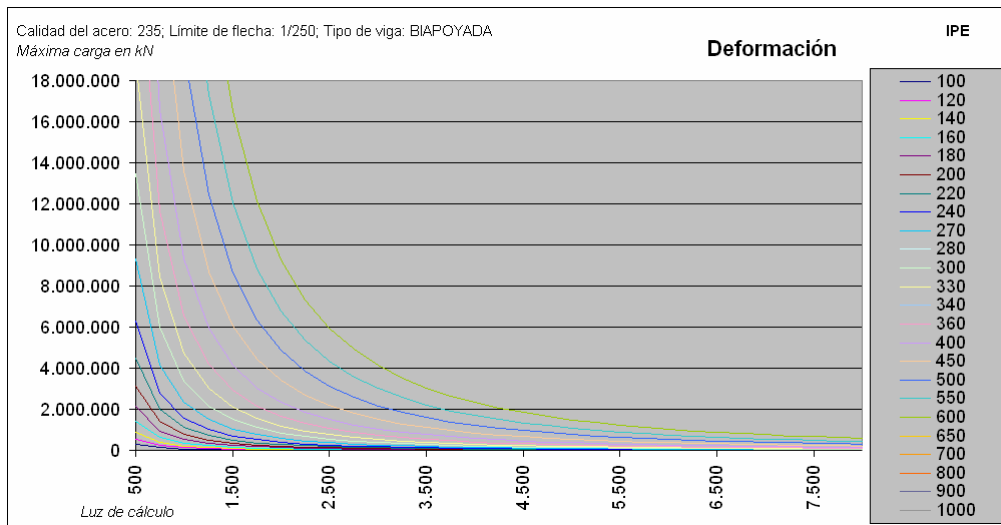
32 DEFORMACIÓN: VIGA IPN, ARTICULADA-EMPOTRADA. CARGA PUNTUAL.



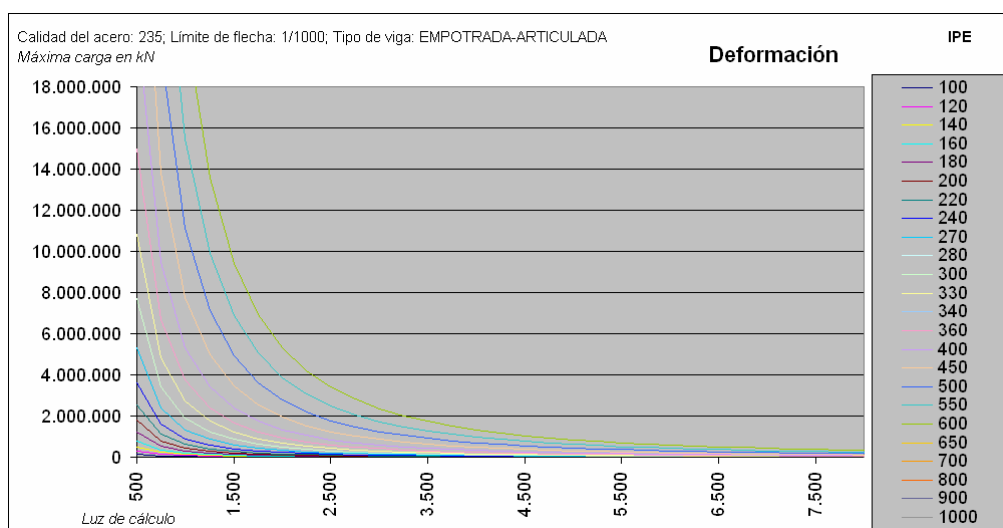
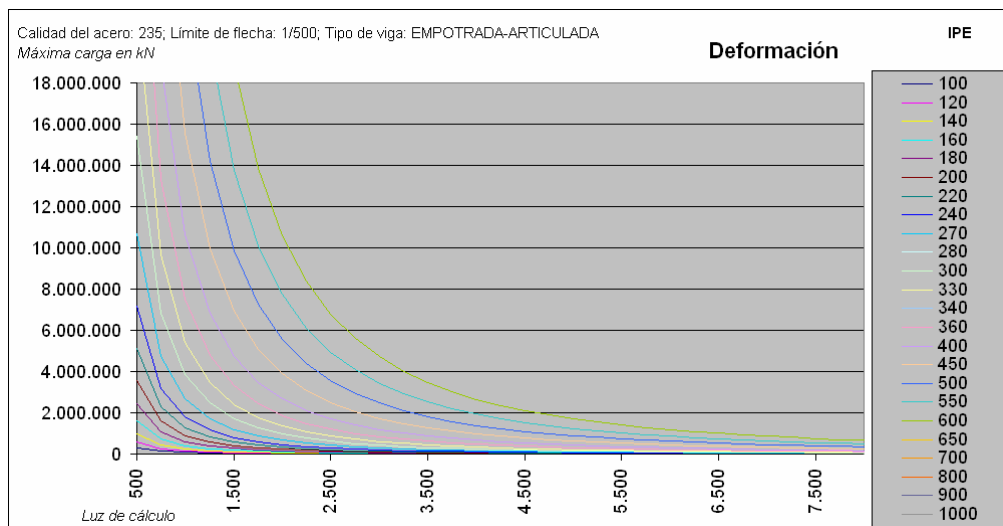
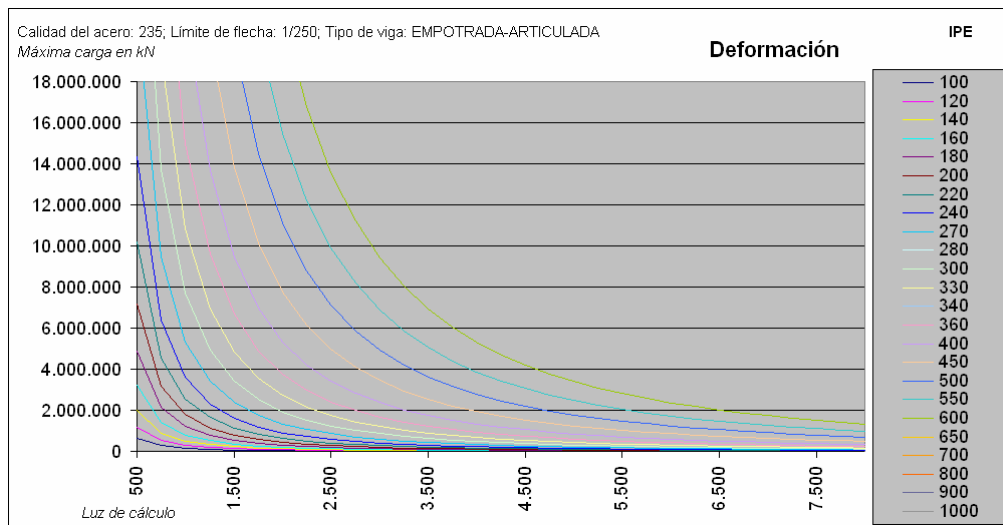
33 DEFORMACIÓN: VIGA IPN, BIEMPOTRADA. CARGA PUNTUAL.



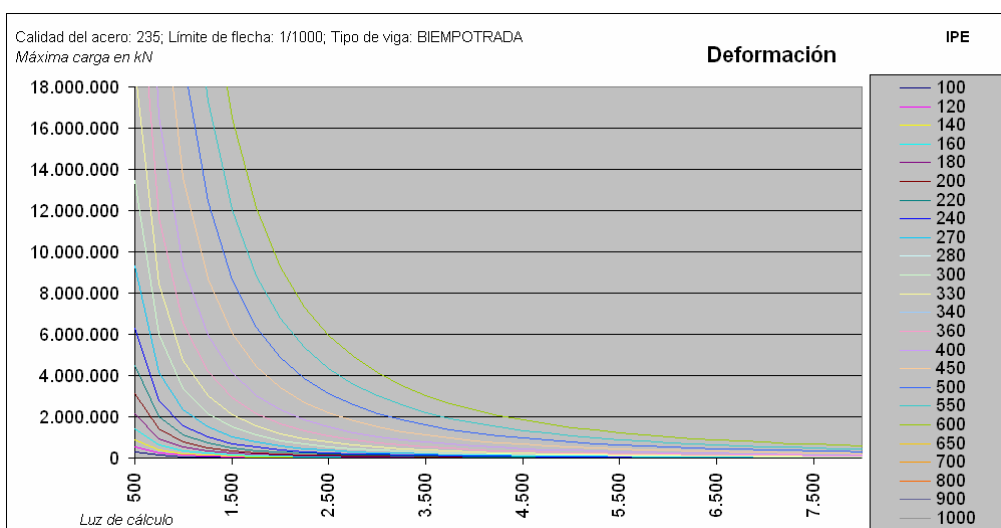
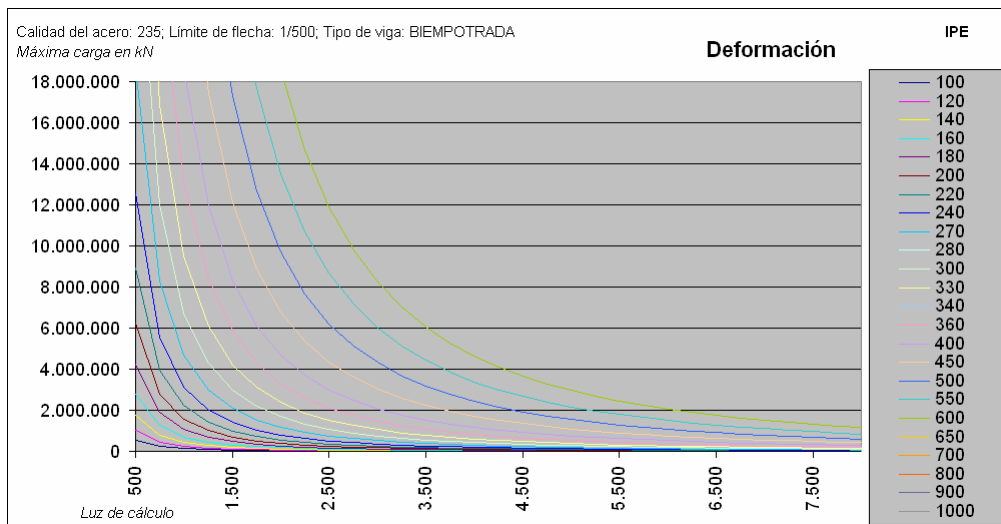
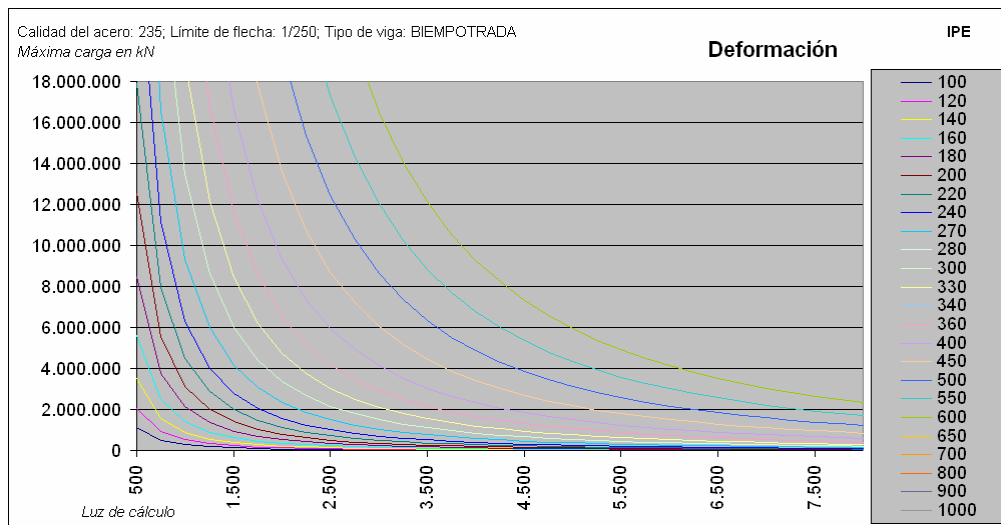
34 DEFORMACIÓN: VIGA IPE, BIAPOYADA. CARGA PUNTUAL.



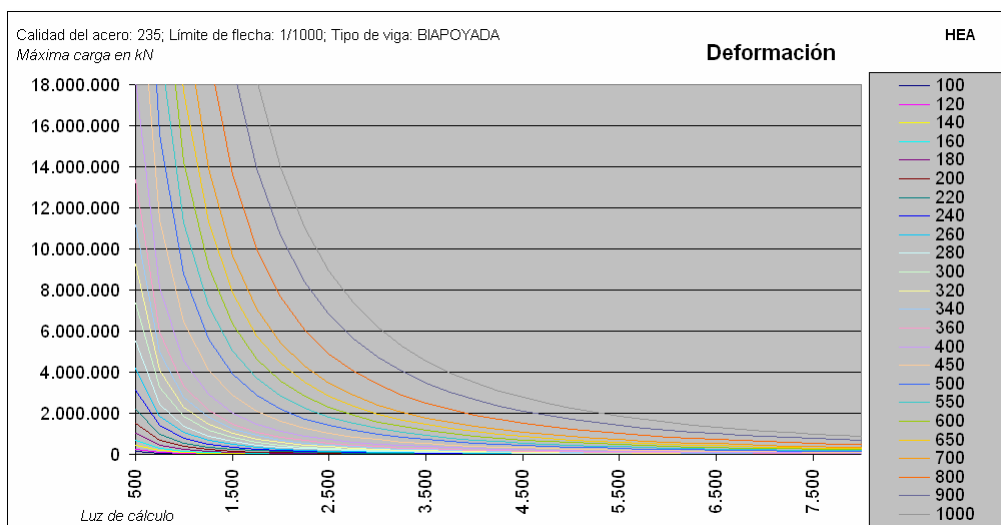
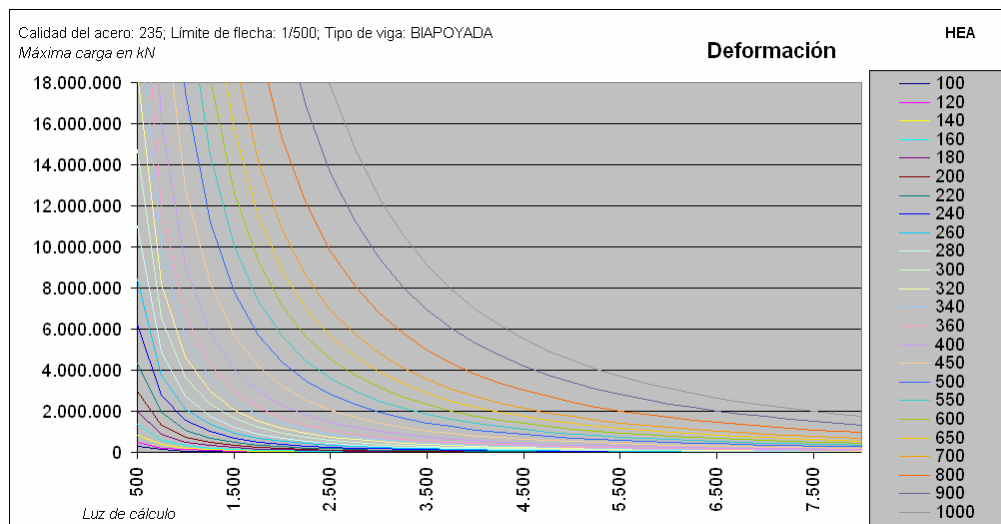
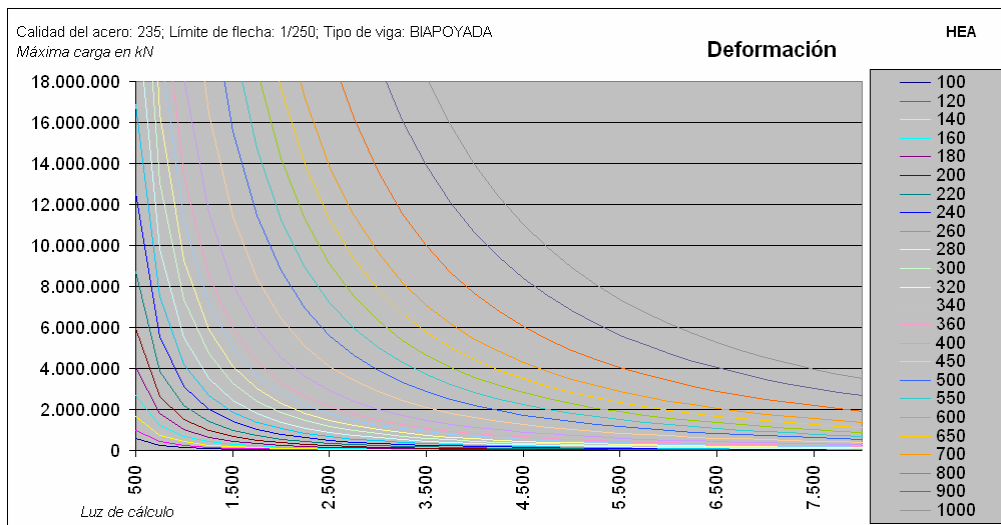
35 DEFORMACIÓN: VIGA IPE, ARTICULADA-EMPOTRADA. CARGA PUNTUAL.



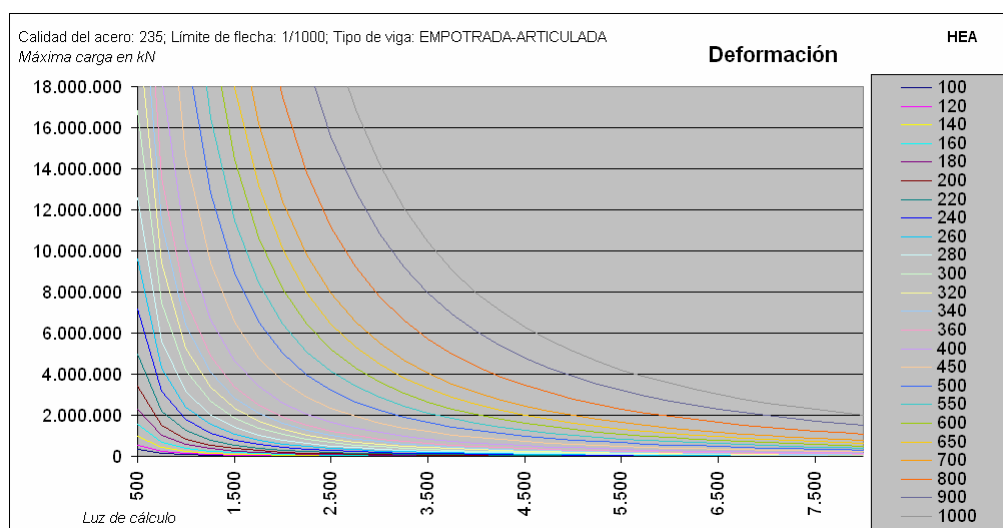
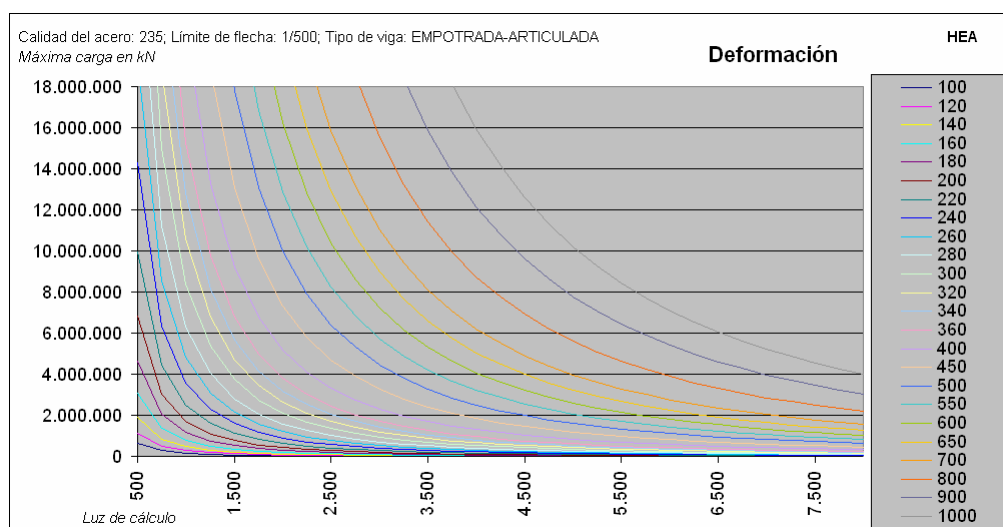
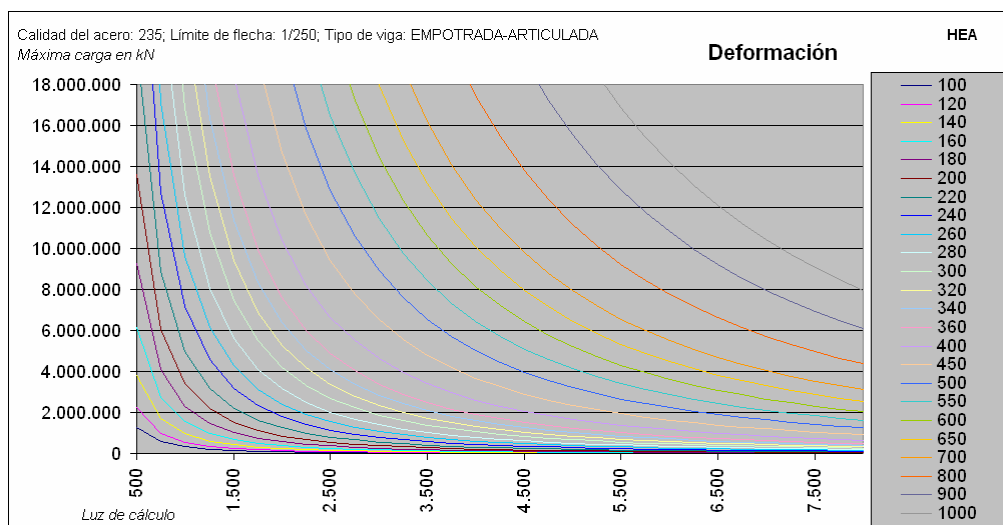
36 DEFORMACIÓN: VIGA IPE, BIEMPOTRADA. CARGA PUNTUAL.



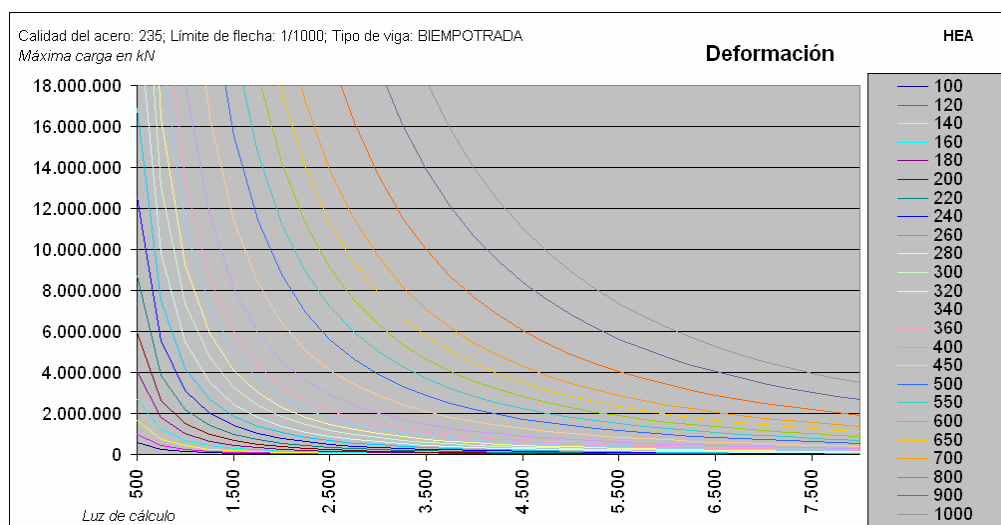
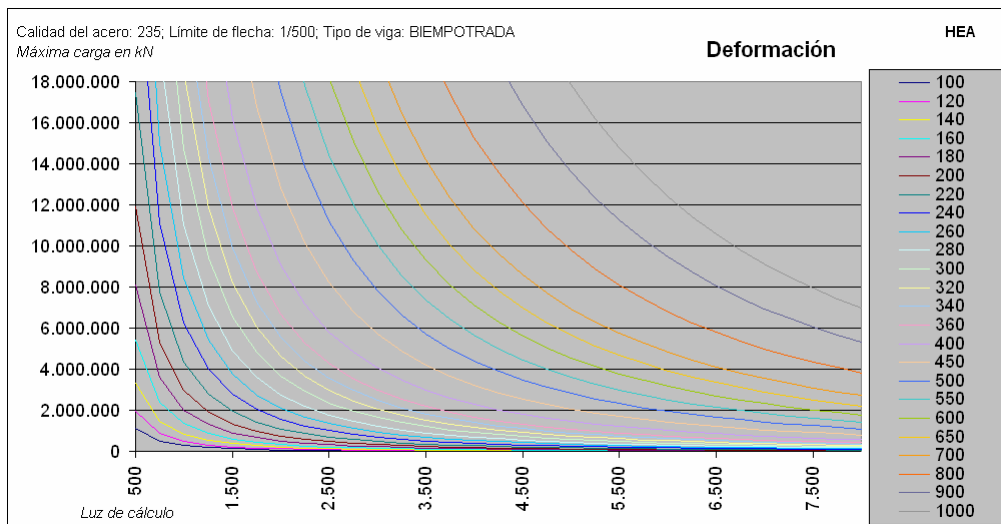
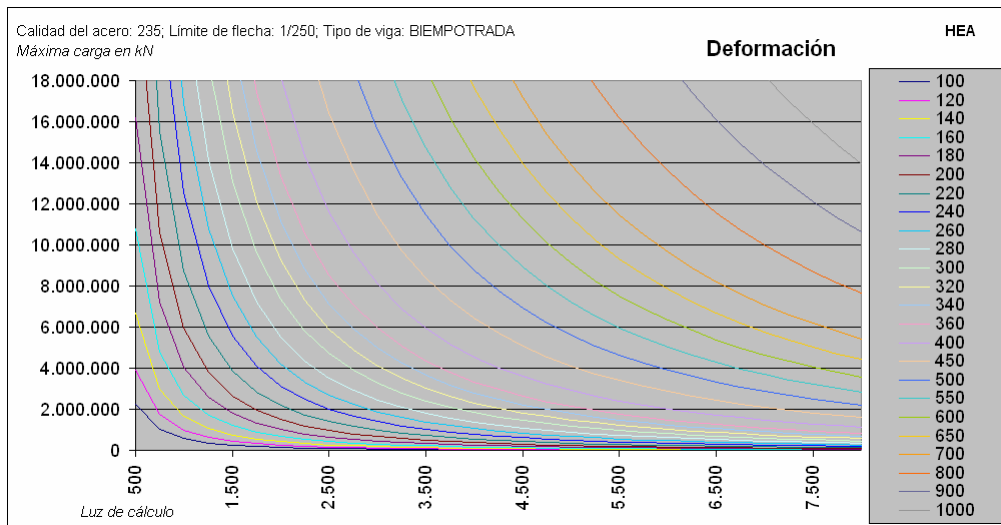
37 DEFORMACIÓN: VIGA HEA, BIAPOYADA. CARGA PUNTUAL.



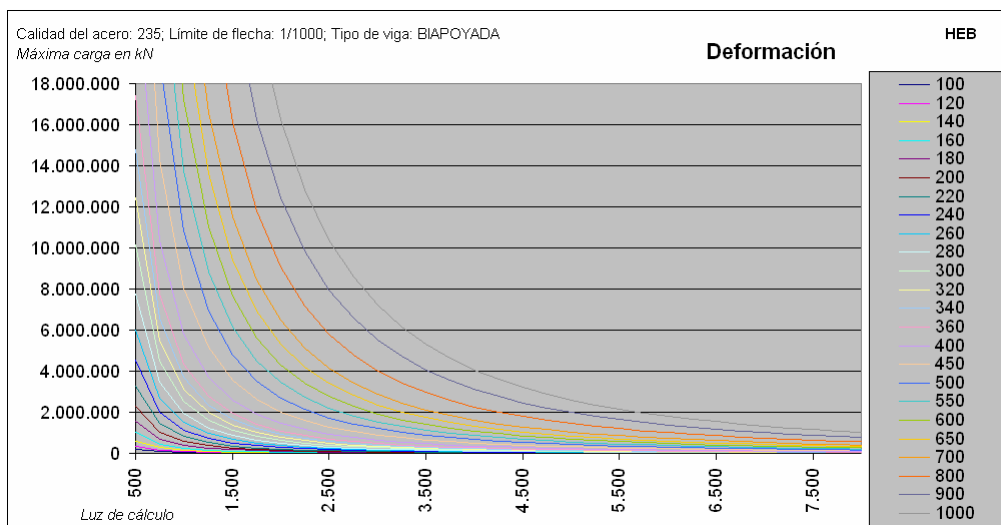
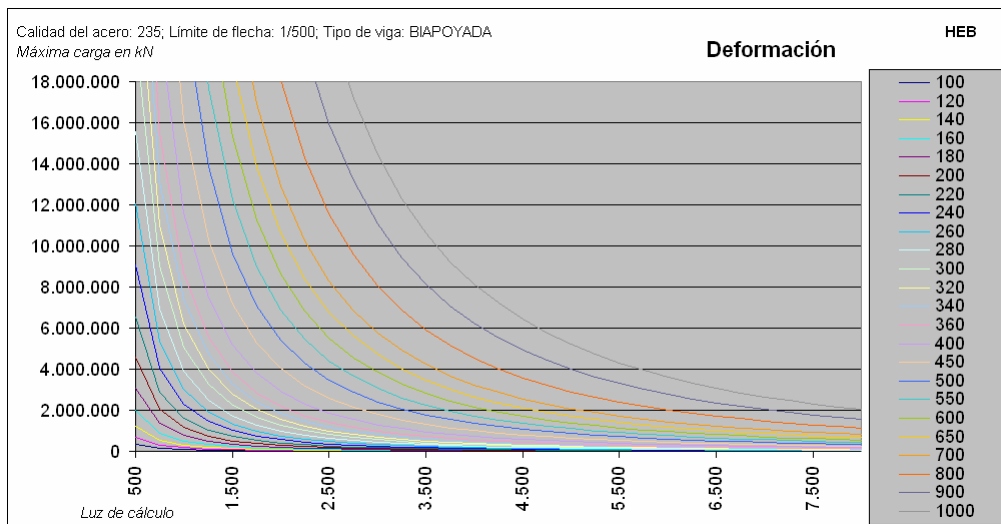
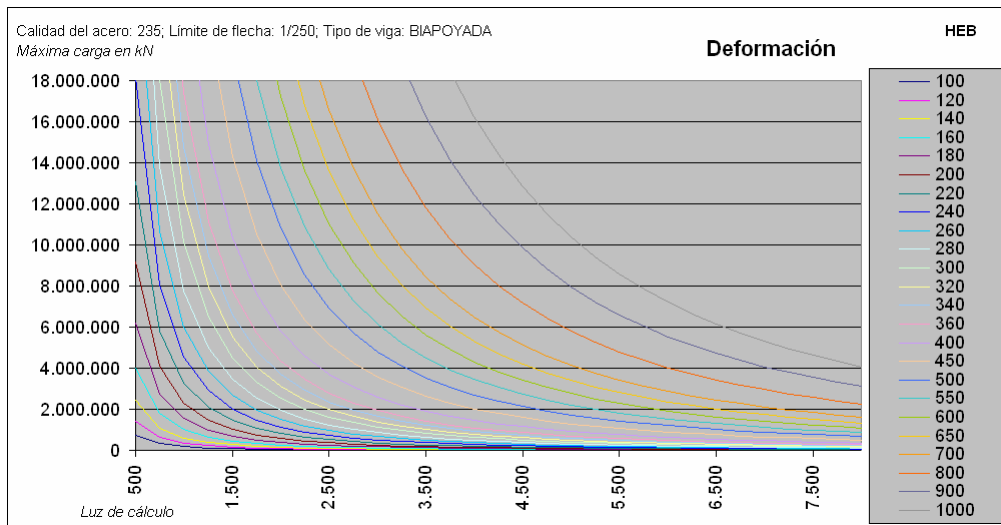
38 DEFORMACIÓN: VIGA HEA, ARTICULADA-EMPOTRADA. CARGA PUNTUAL.



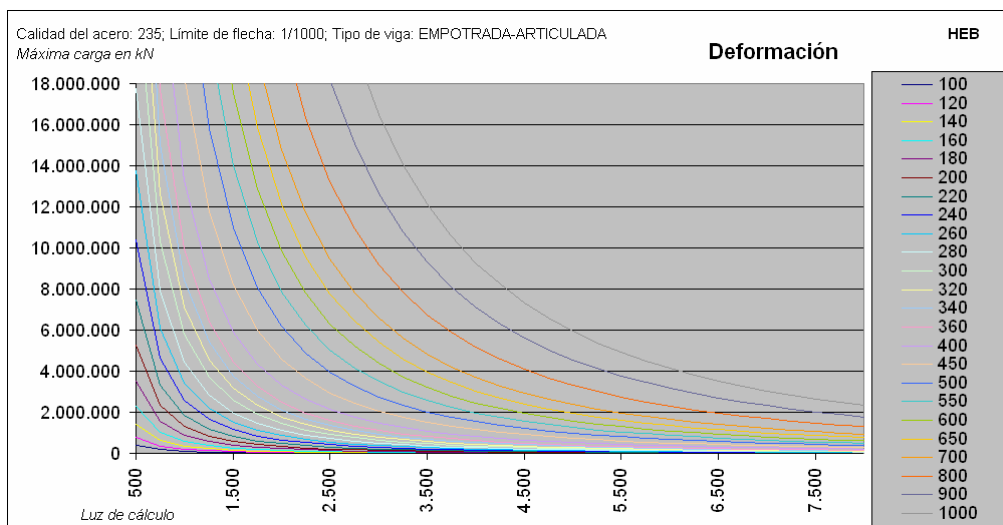
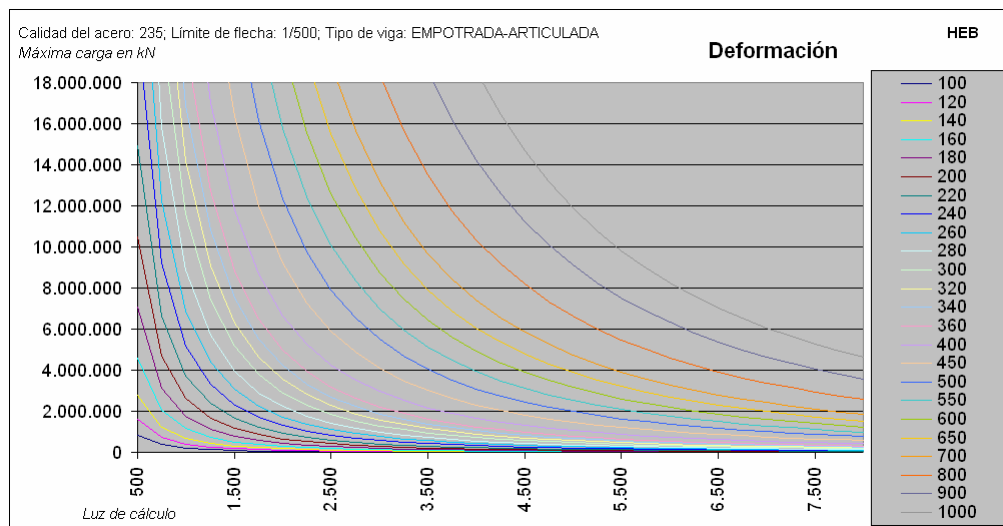
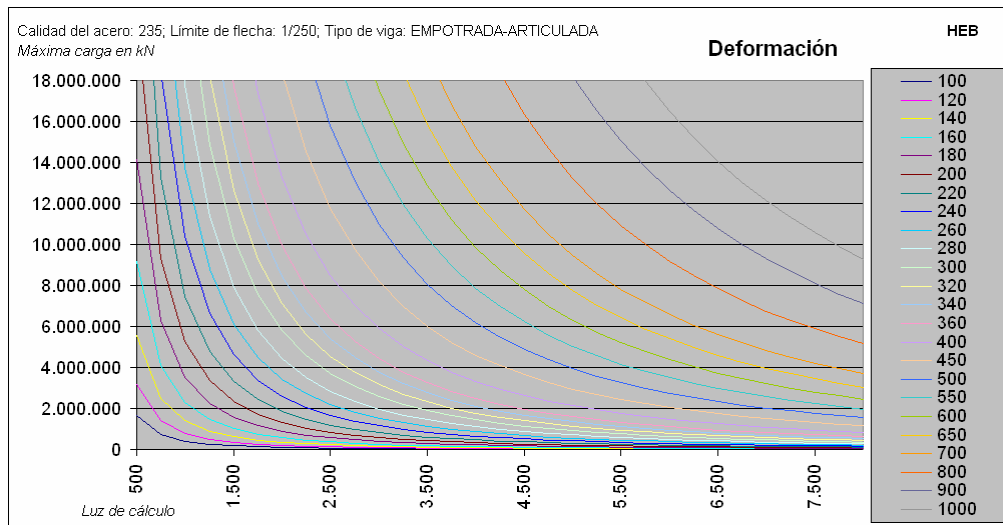
39 DEFORMACIÓN: VIGA HEA, BIEMPOTRADA. CARGA PUNTUAL.



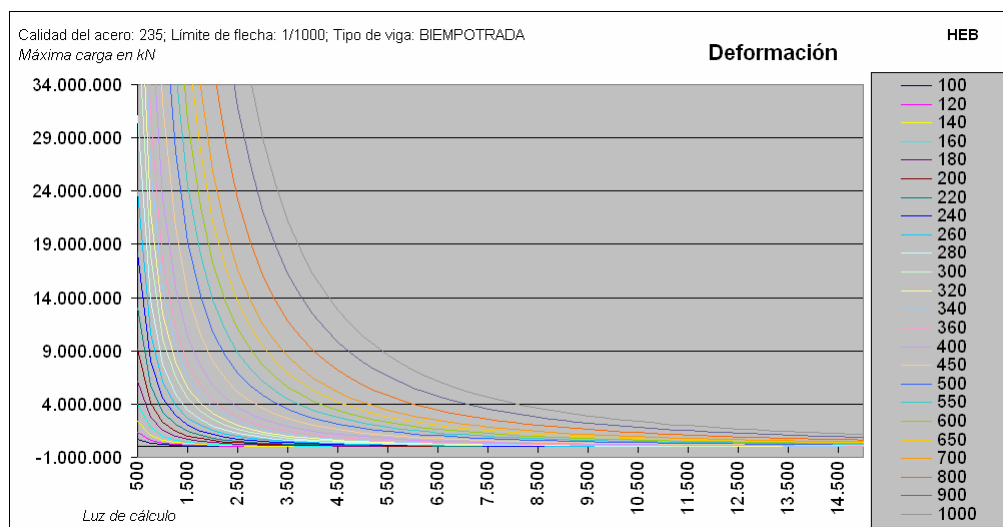
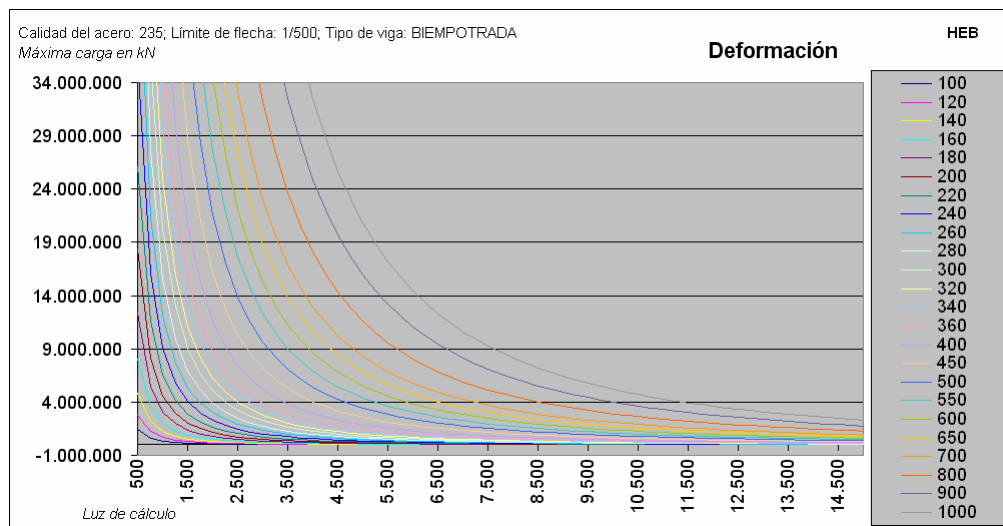
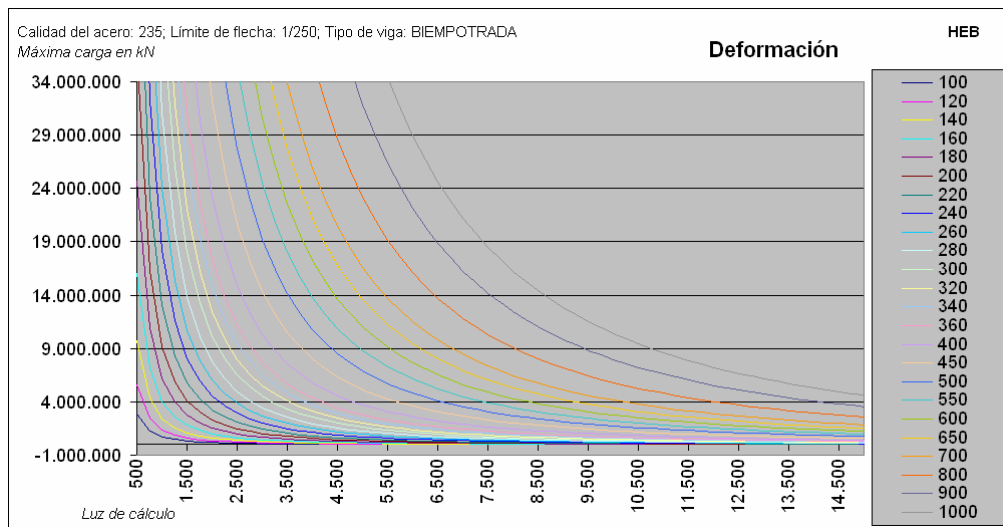
40 DEFORMACIÓN: VIGA HEB, BIAPOYADA. CARGA PUNTUAL.



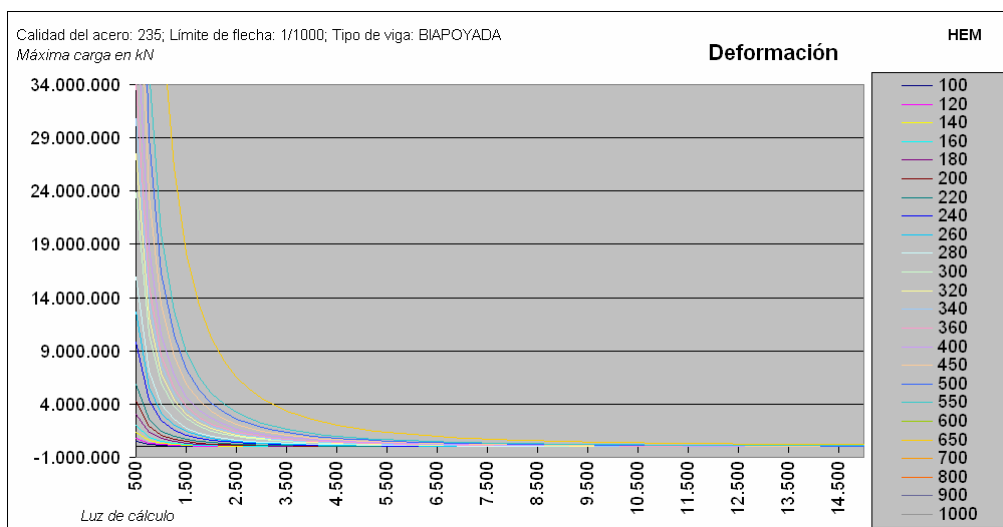
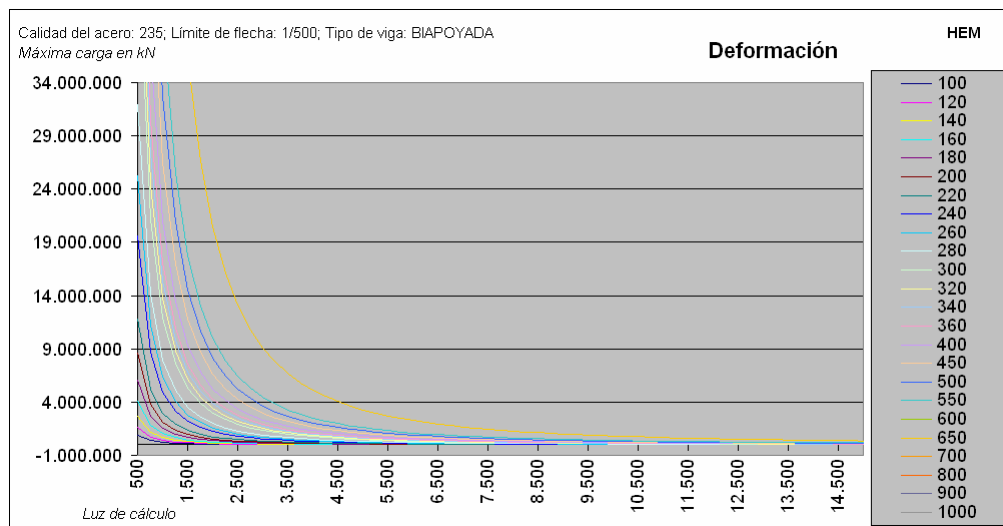
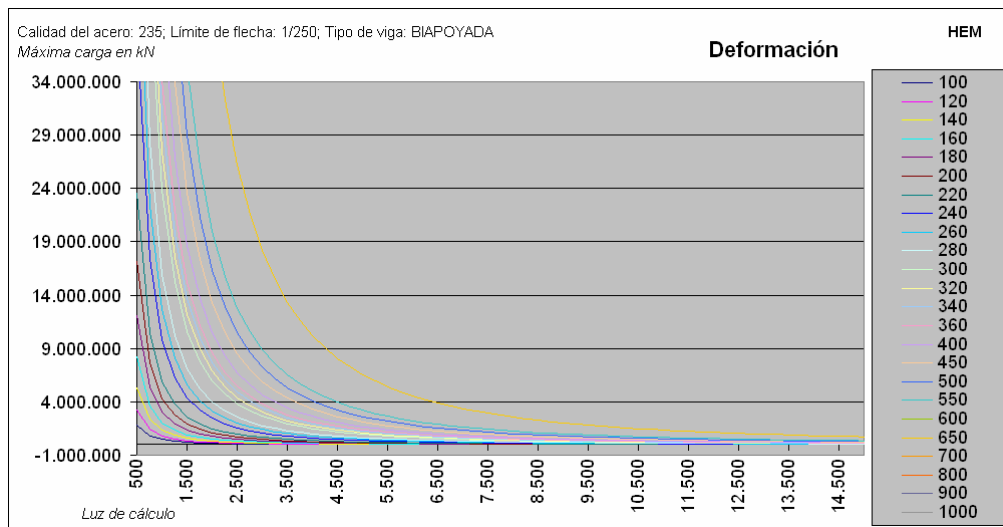
41 DEFORMACIÓN: VIGA HEB, APOYADA-EMPOTRADA. CARGA PUNTUAL.



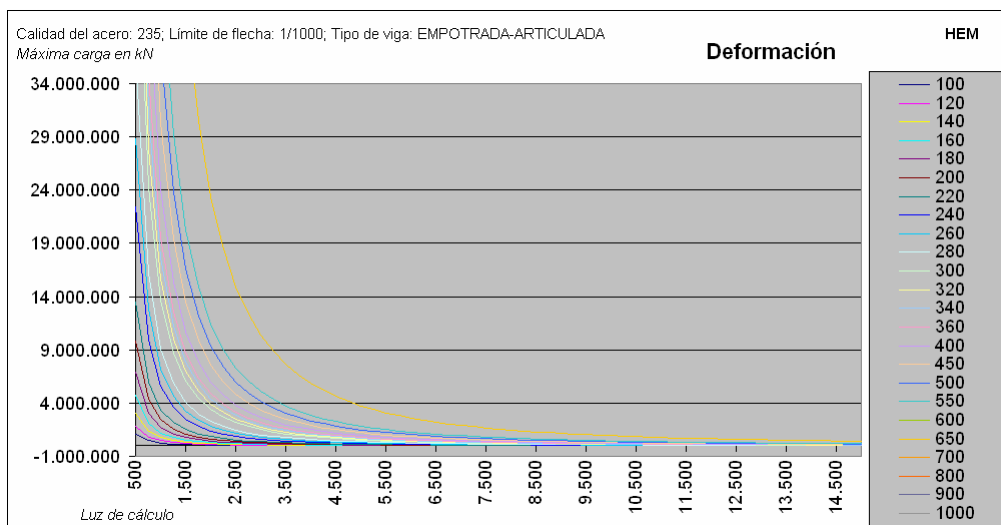
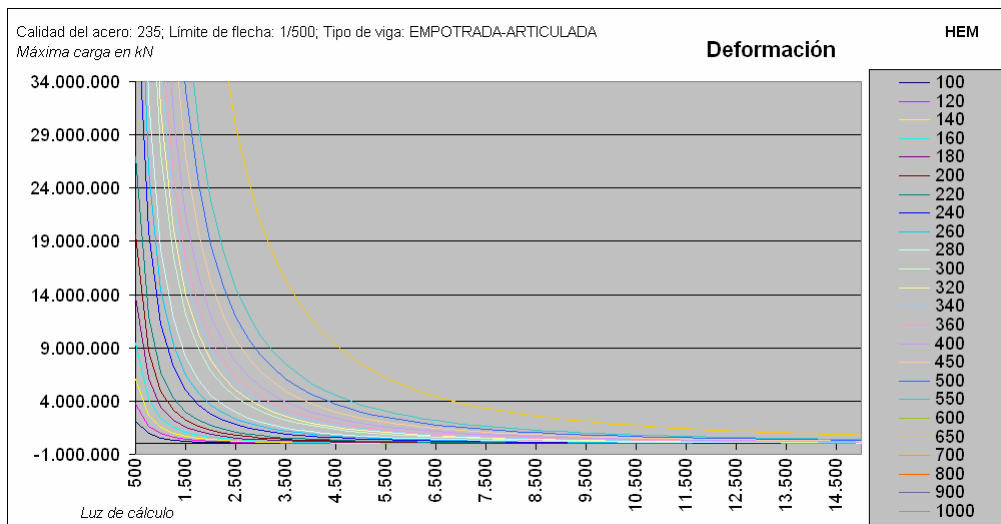
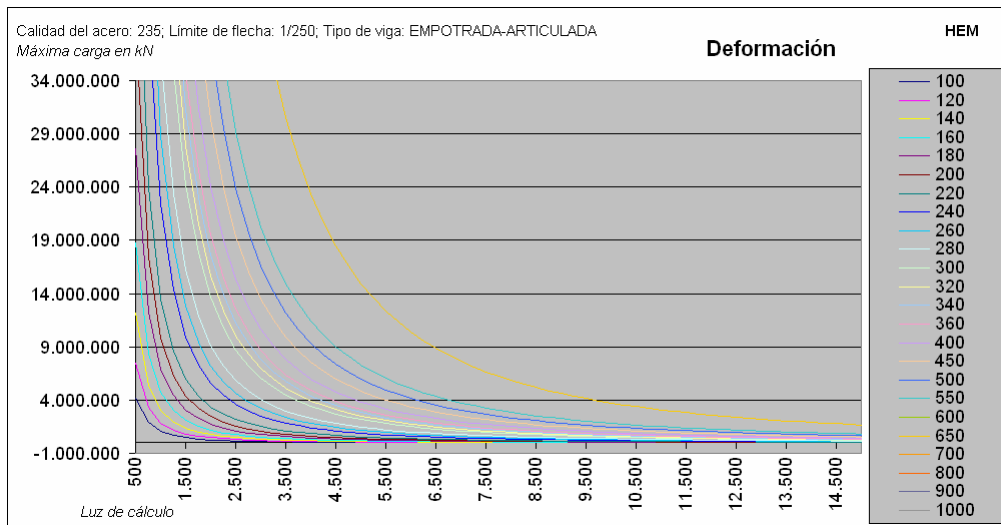
42 DEFORMACIÓN: VIGA HEB, BIEMPOTRADA. CARGA PUNTUAL.



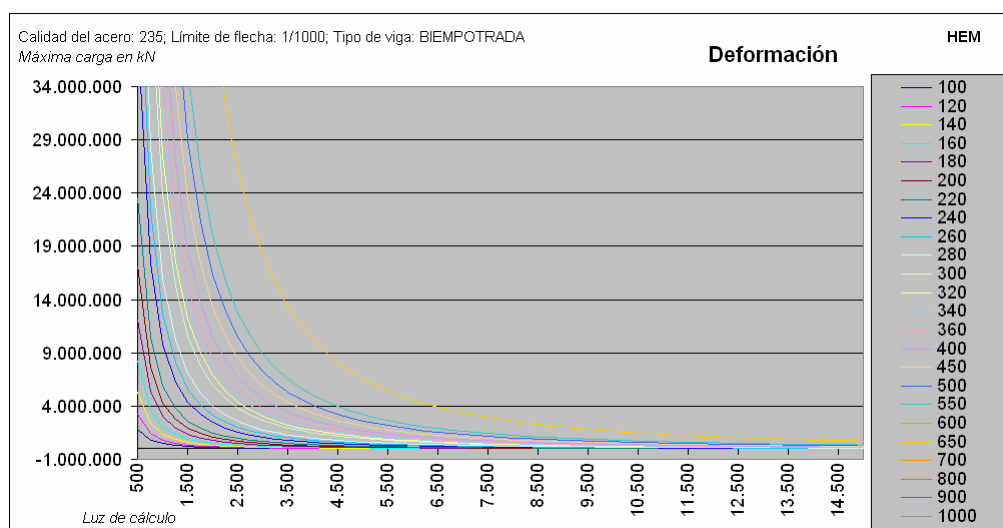
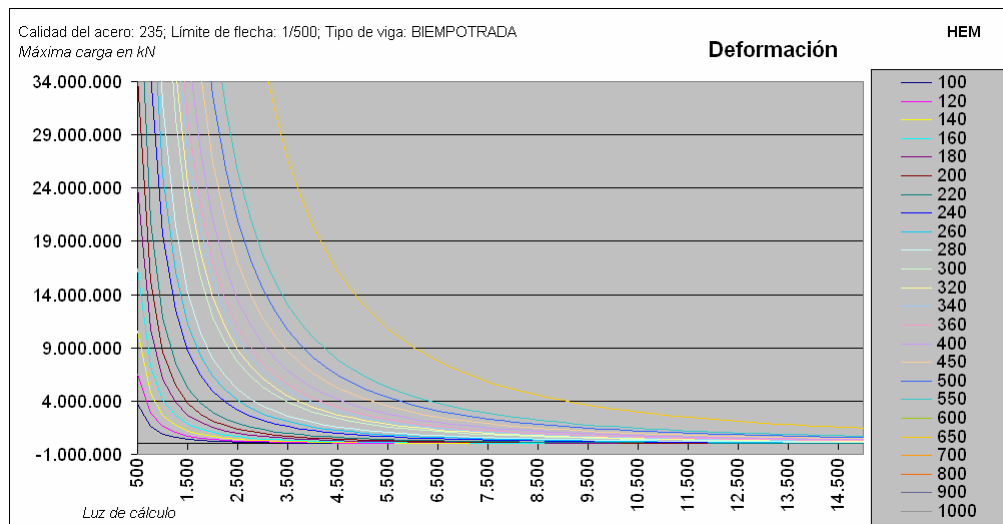
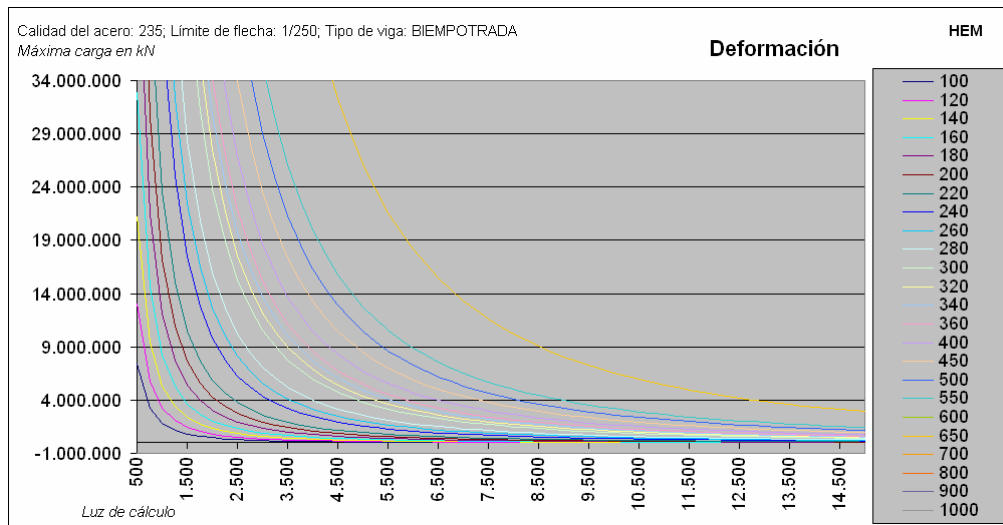
43 DEFORMACIÓN: VIGA HEM, BIAPOYADA. CARGA PUNTUAL.



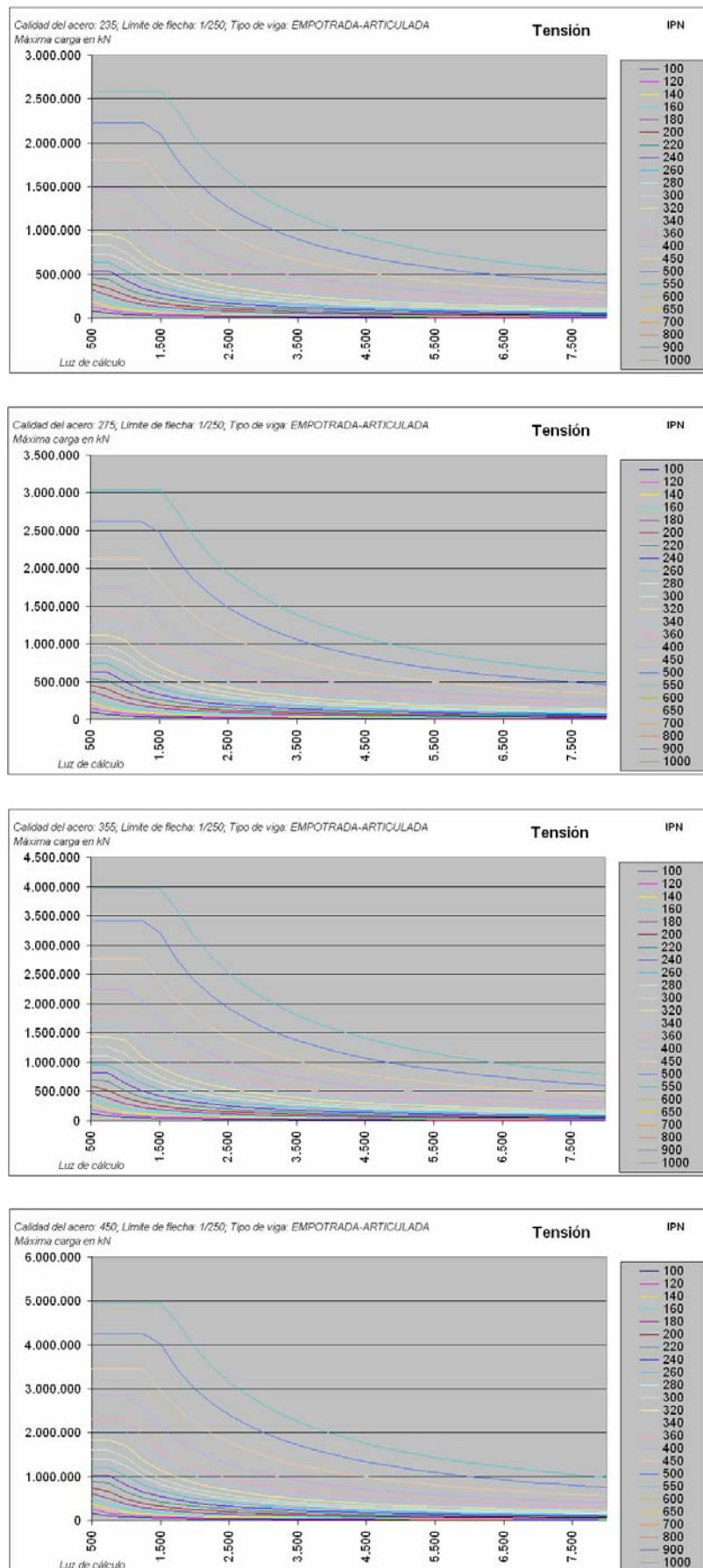
44 DEFORMACIÓN: VIGA HEM, APOYADA-EMPOTRADA. CARGA PUNTUAL.



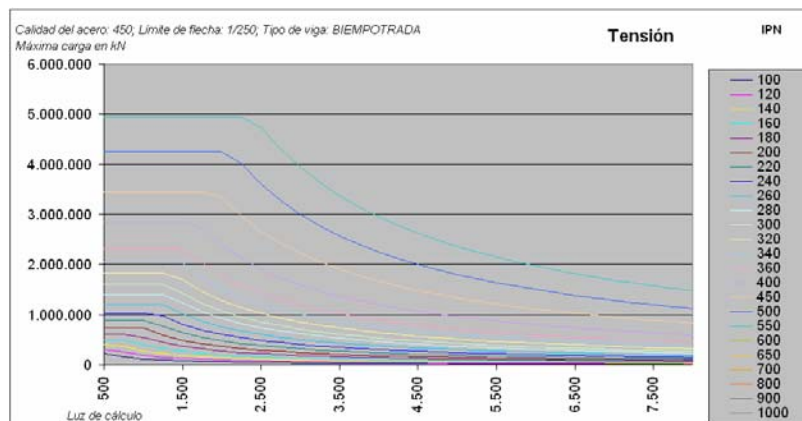
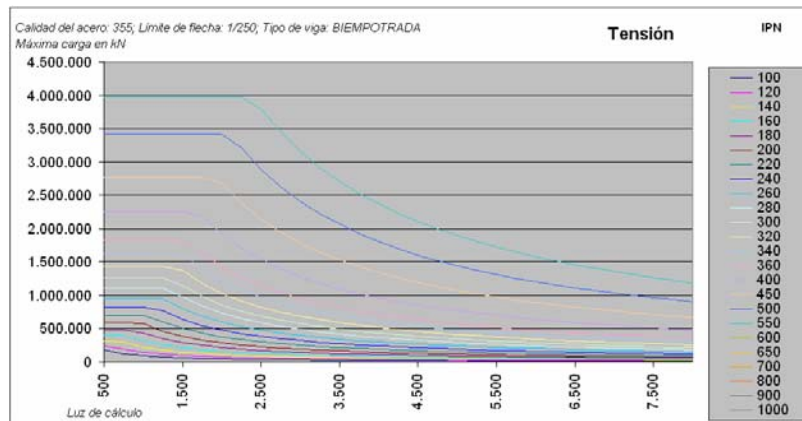
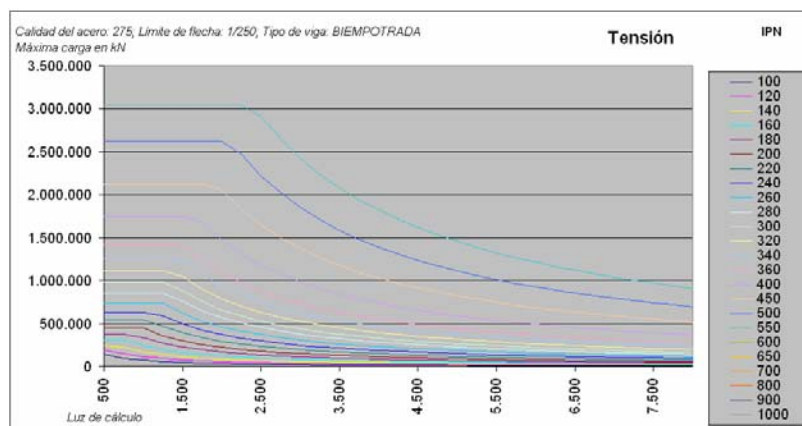
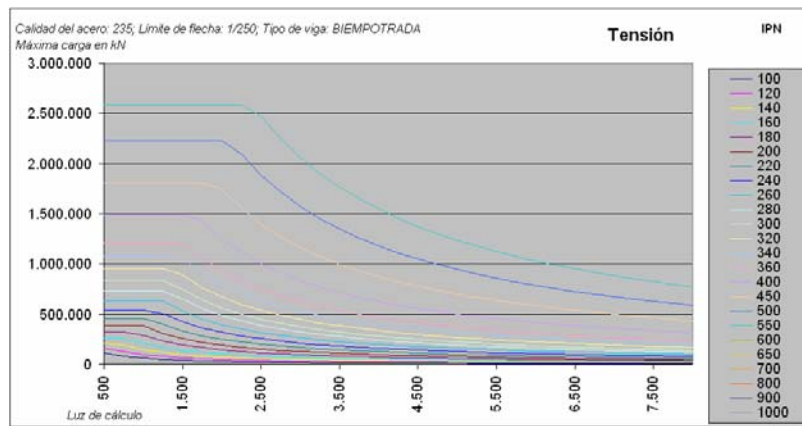
45 DEFORMACIÓN: VIGA HEM, BIEMPOTRADA. CARGA PUNTUAL.



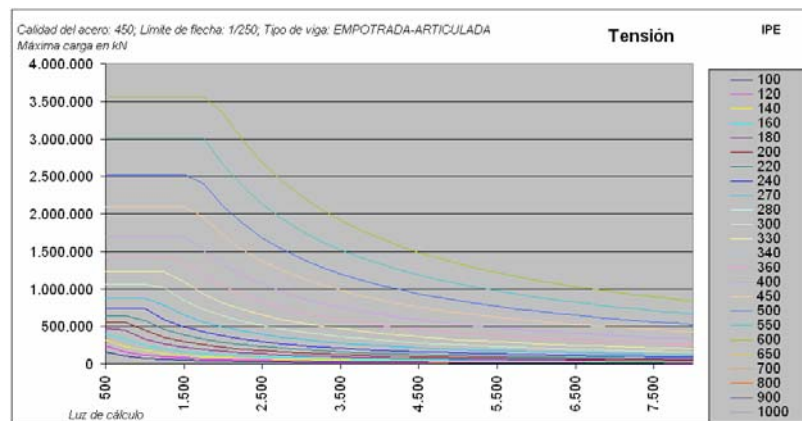
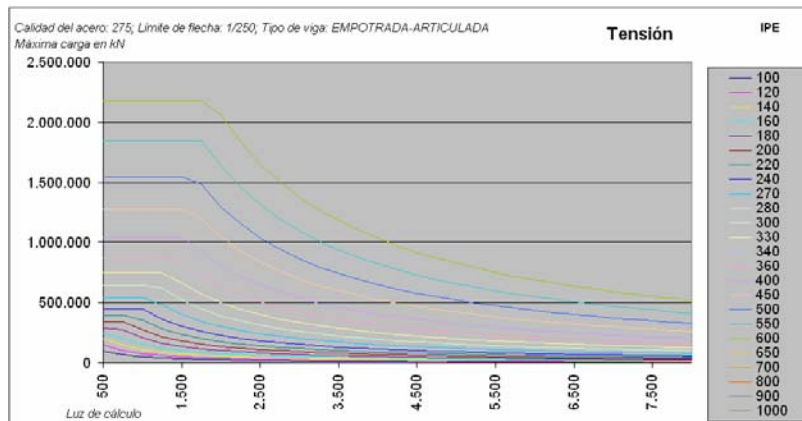
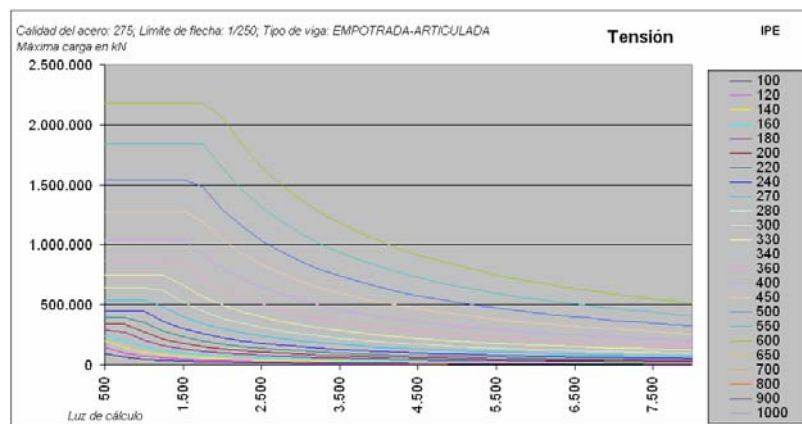
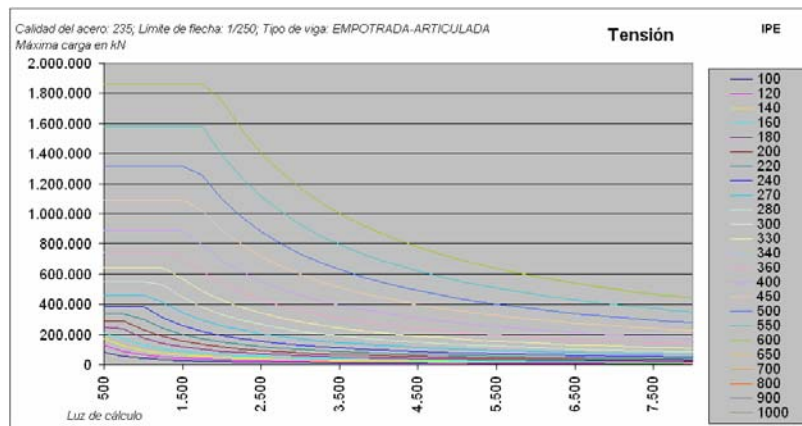
46 TENSIÓN: VIGA IPN, BIAPOYADA O ARTICULADA-EMPOTRADA. CARGA PUNTUAL.



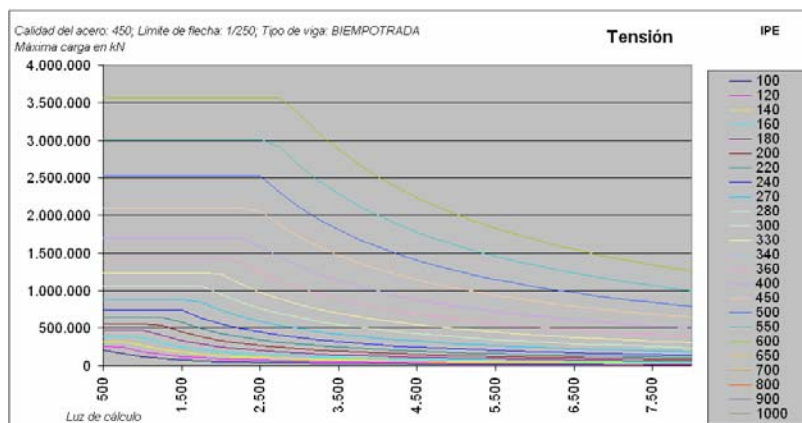
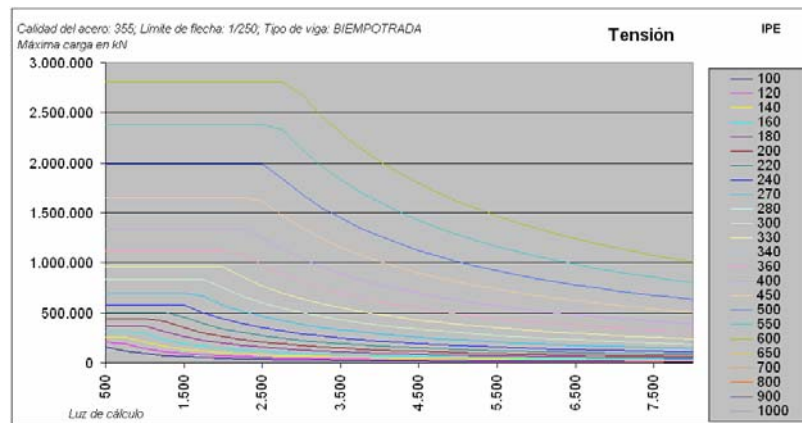
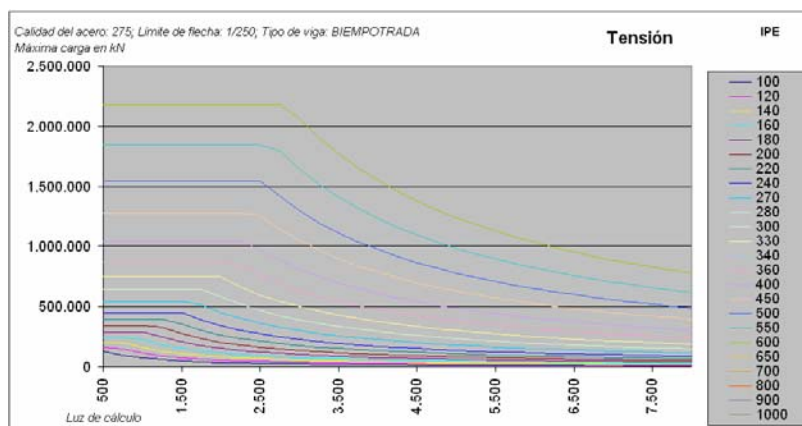
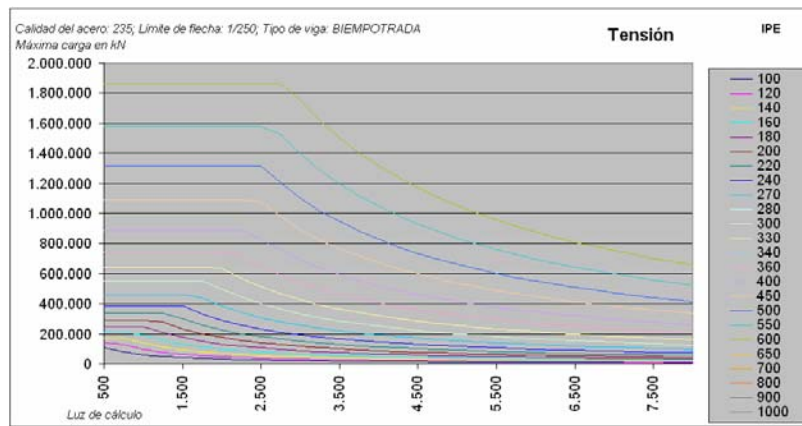
47 TENSIÓN: VIGA IPN, BIEMPOTRADA. CARGA PUNTUAL.



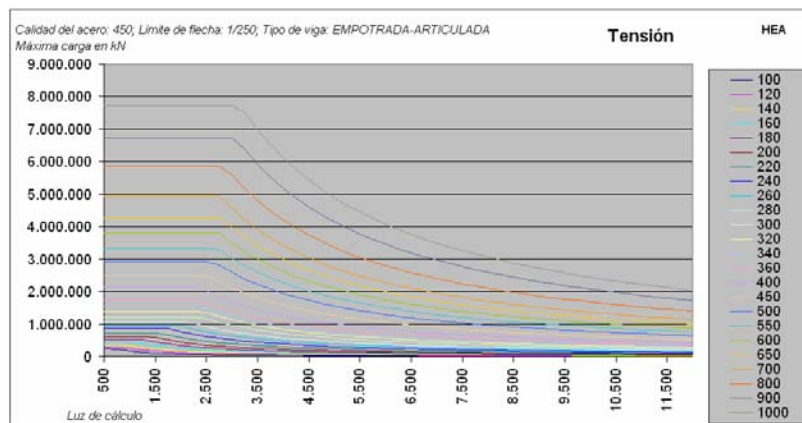
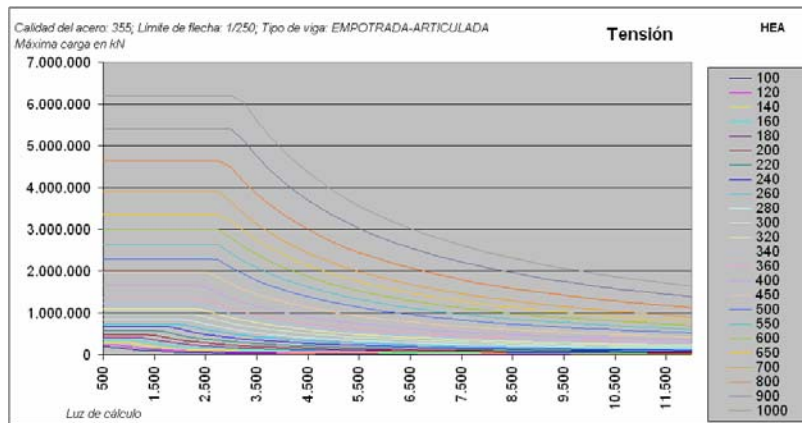
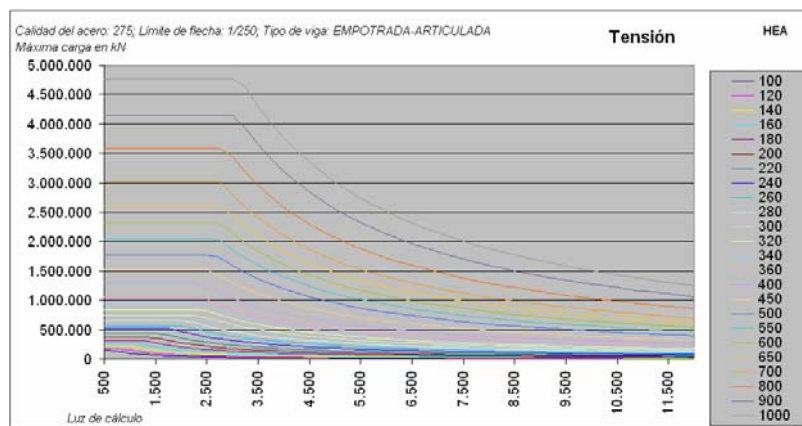
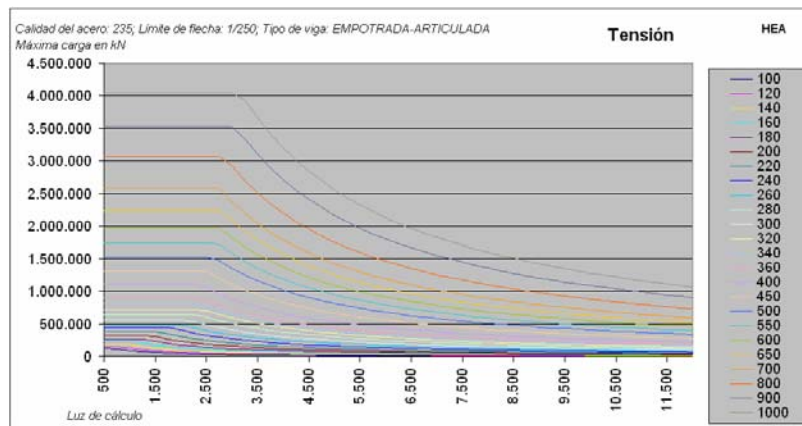
48 TENSIÓN: VIGA IPE, BIAPOYADA O ARTICULADA-EMPOTRADA. CARGA PUNTUAL.



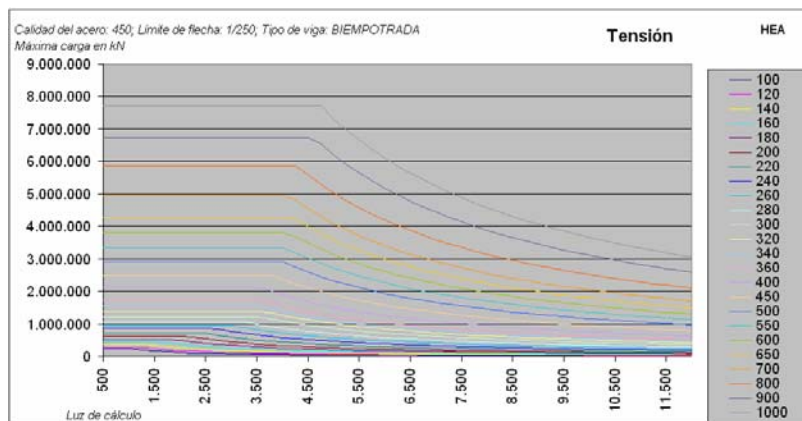
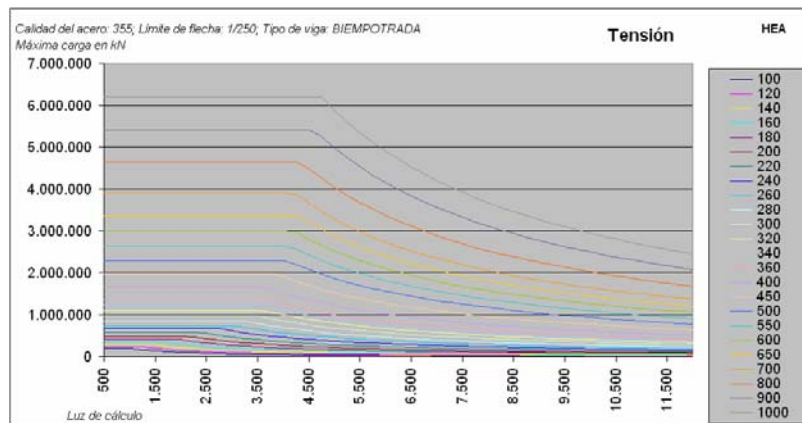
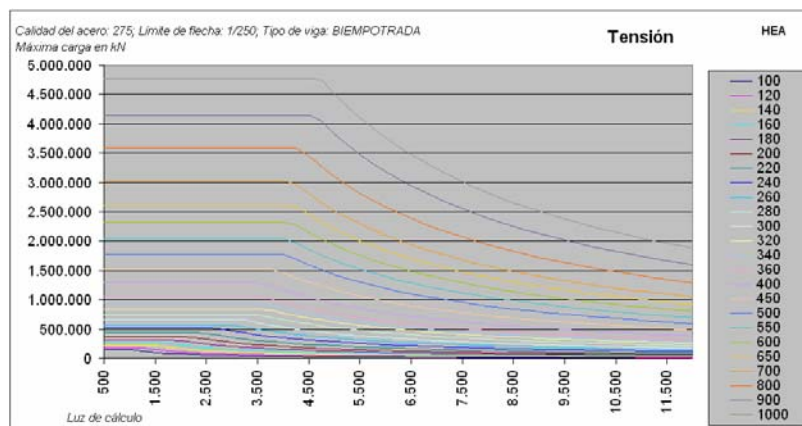
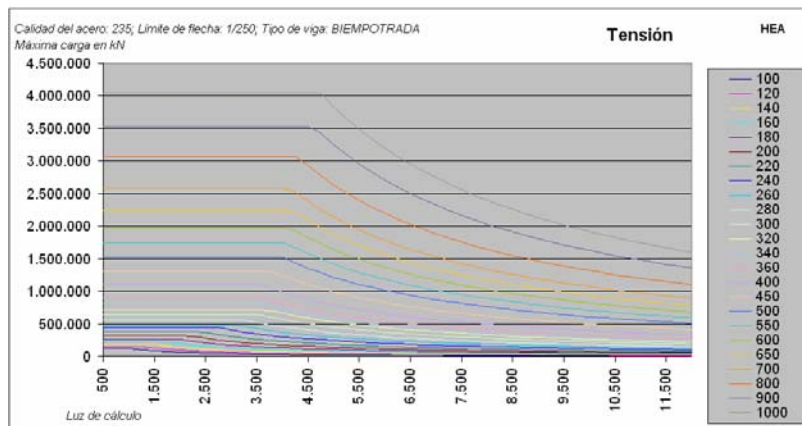
49 TENSIÓN: VIGA IPE, BIEMPOTRADA. CARGA PUNTUAL.



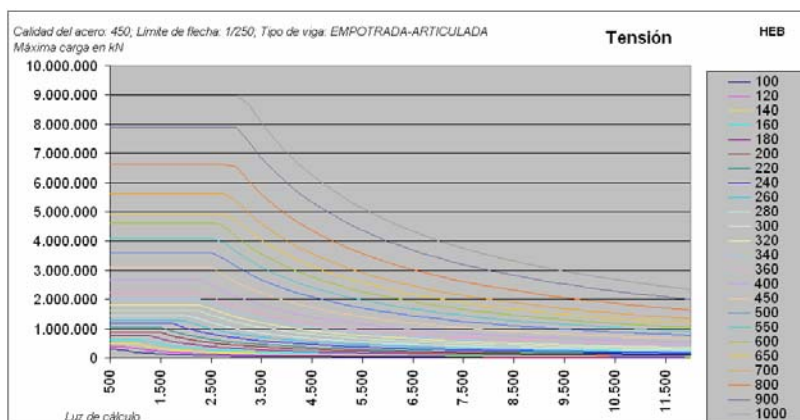
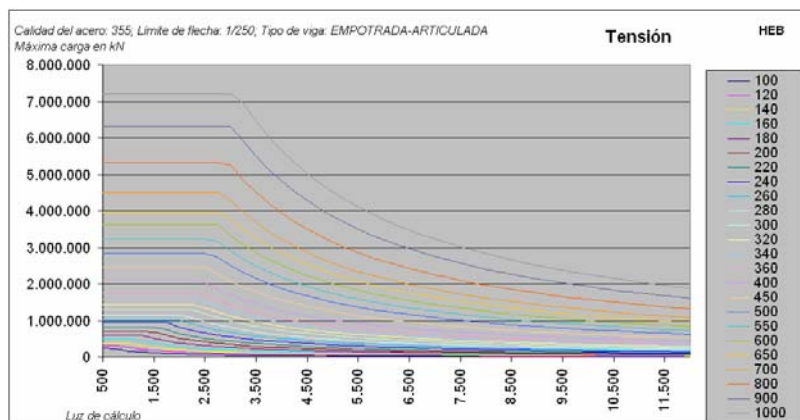
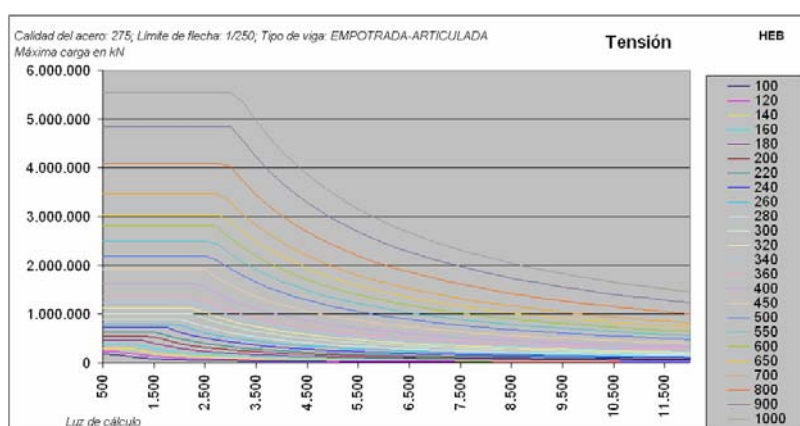
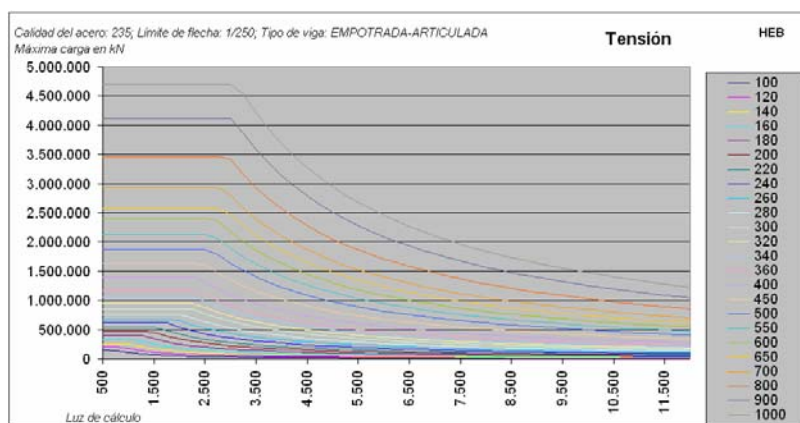
50 TENSIÓN: VIGA HEA, BIAPOYADA O ARTICULADA-EMPOTRADA. CARGA PUNTUAL.



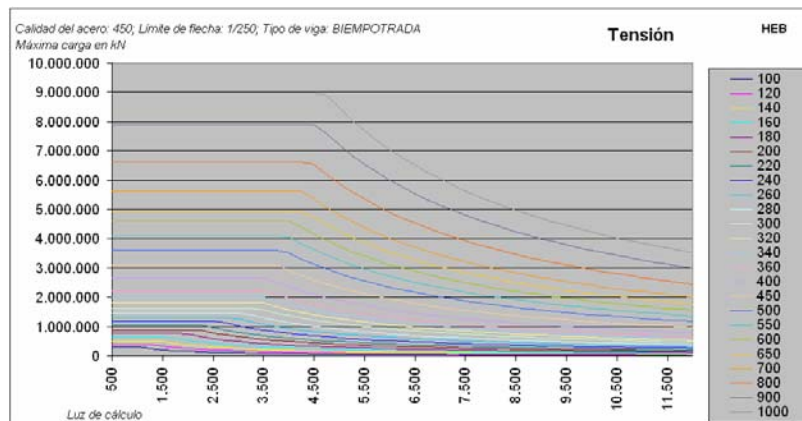
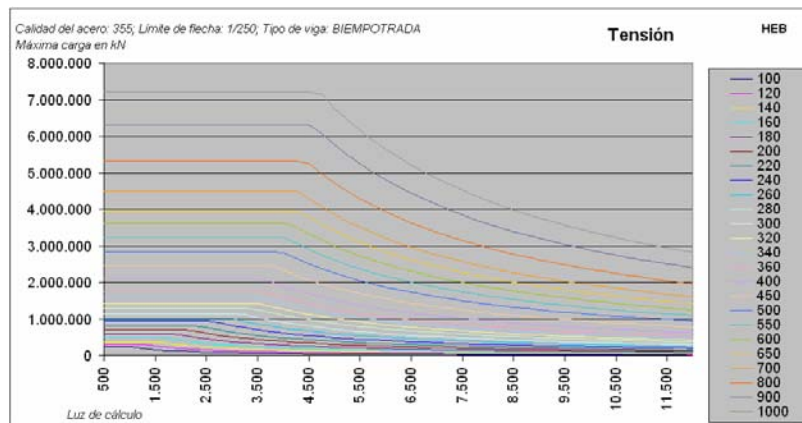
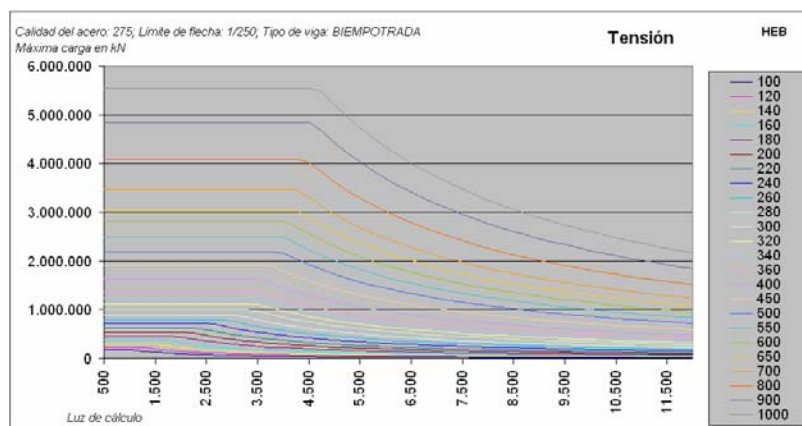
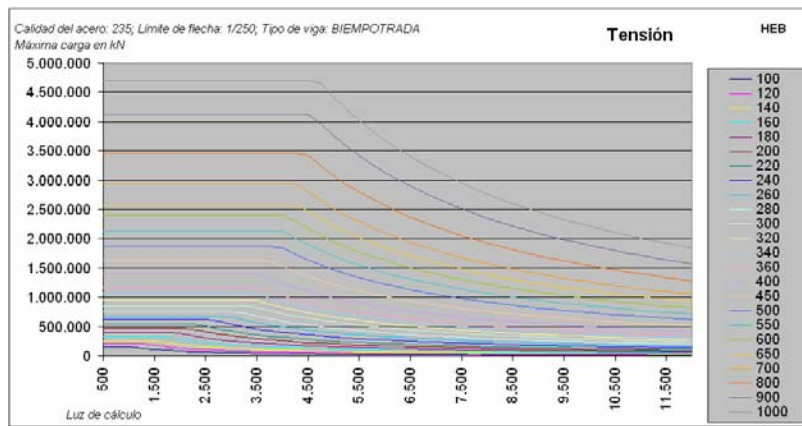
51 TENSIÓN: VIGA HEA, BIEMPOTRADA. CARGA PUNTUAL.



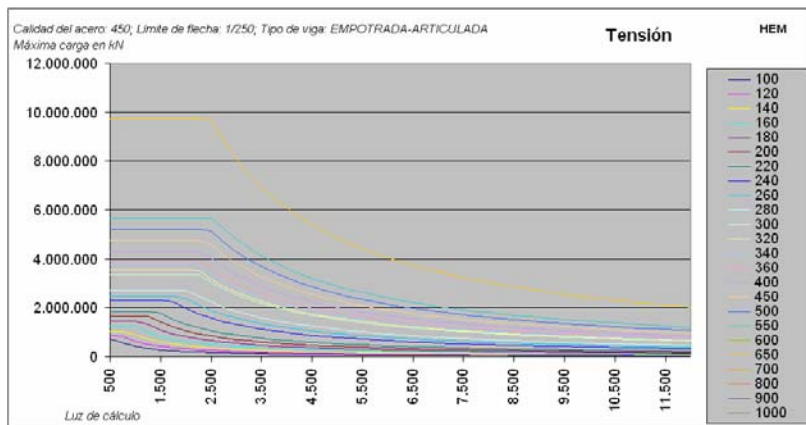
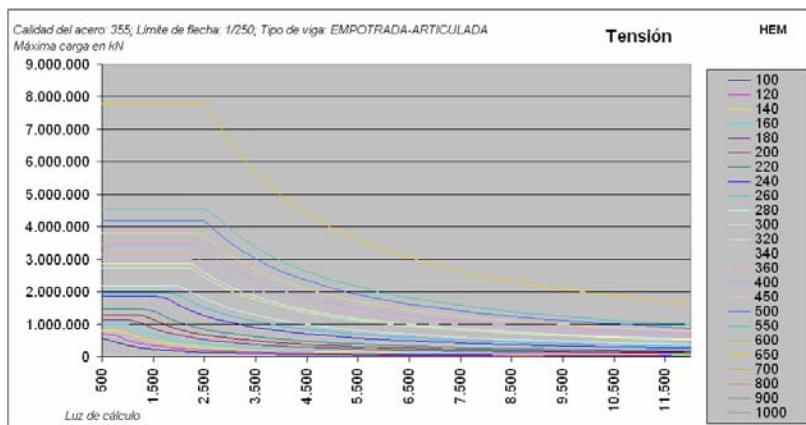
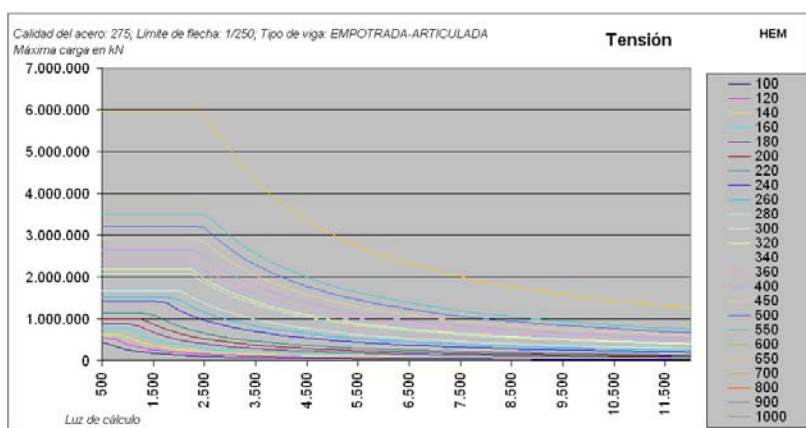
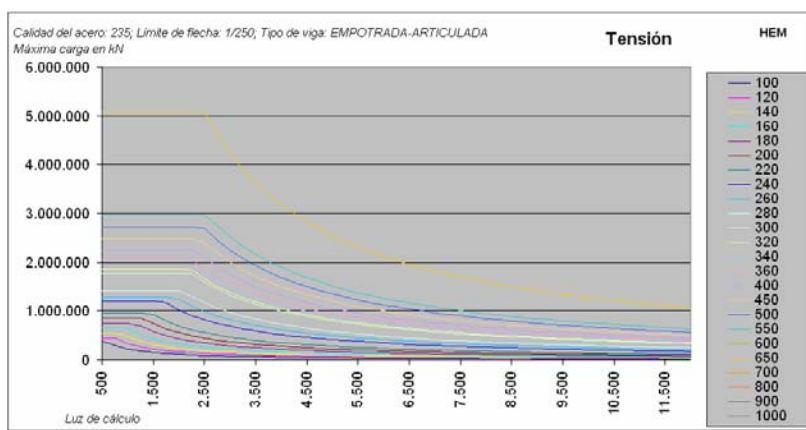
52 TENSIÓN: VIGA HEB, BIAPOYADA O ARTICULADA-EMPOTRADA. CARGA PUNTUAL.



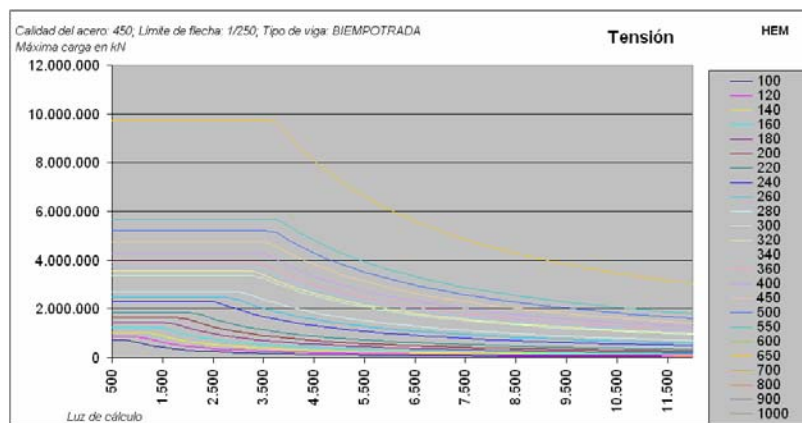
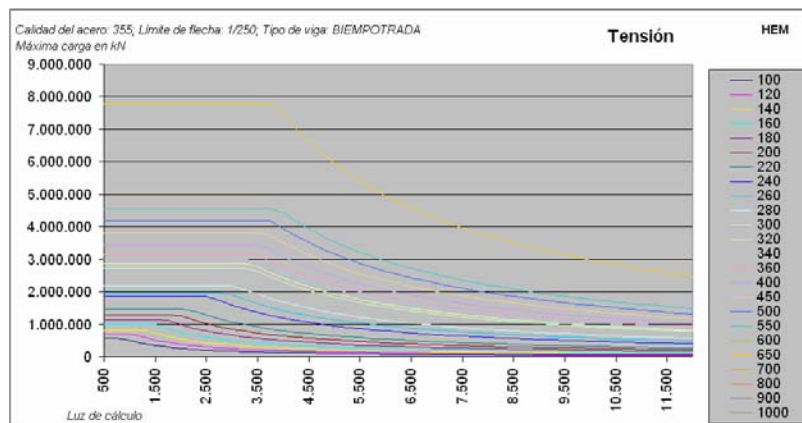
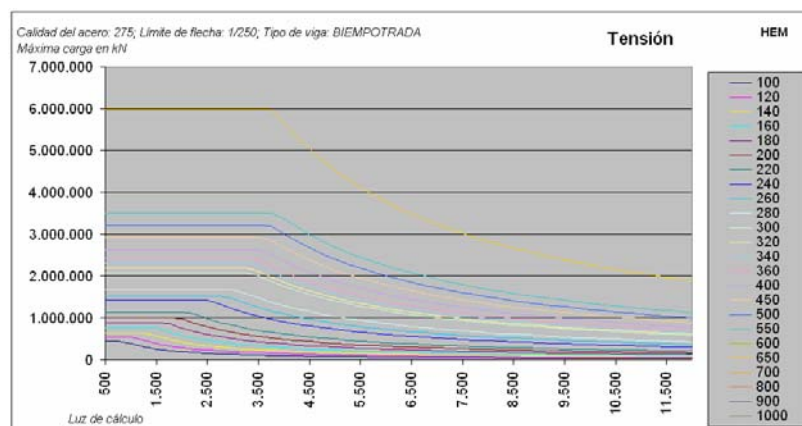
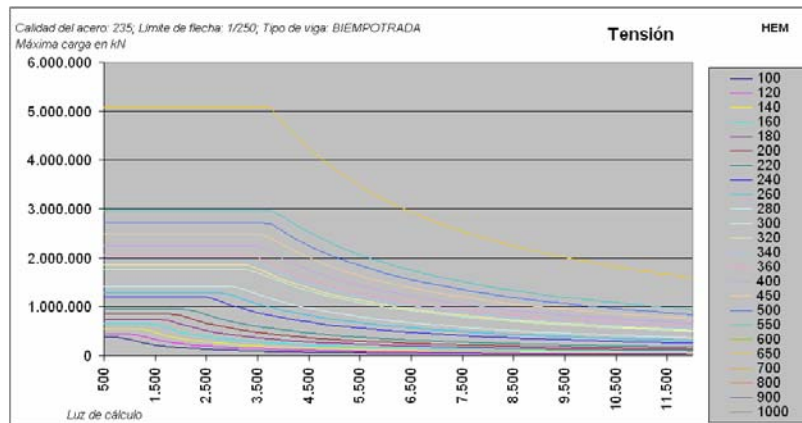
53 TENSIÓN: VIGA HEB, BIEMPOTRADA. CARGA PUNTUAL.



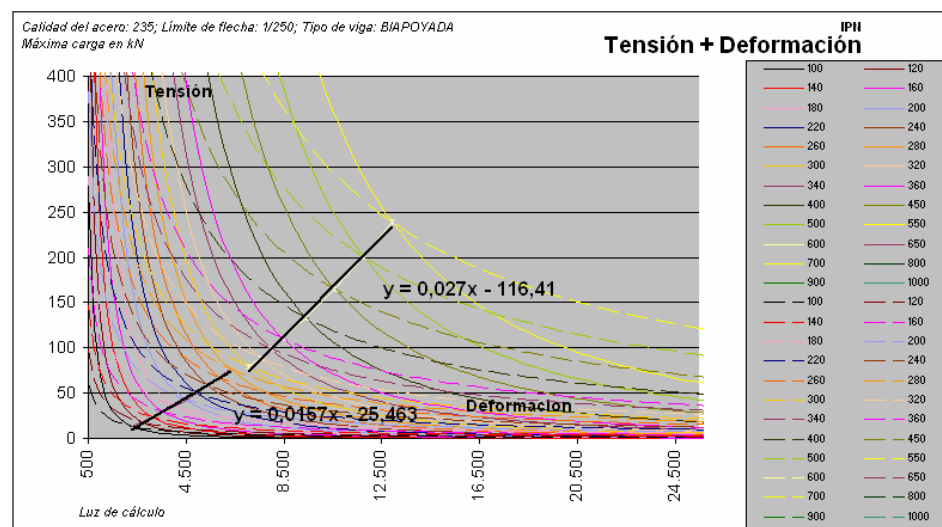
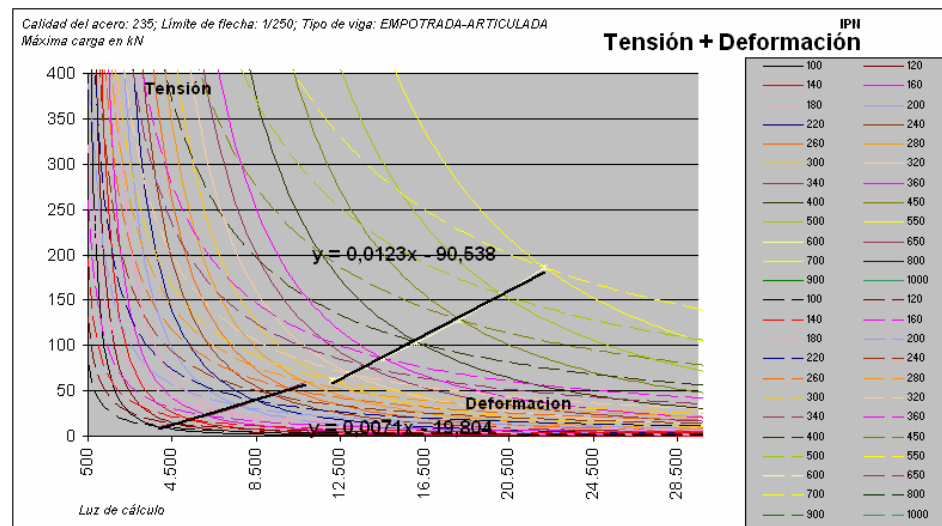
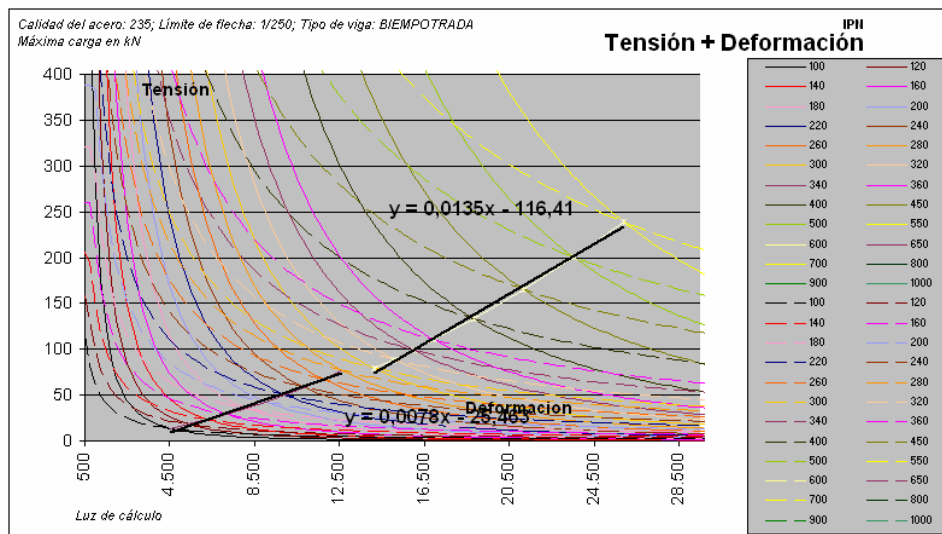
54 TENSIÓN: VIGA HEM, BIAPOYADA O ARTICULADA-EMPOTRADA. CARGA PUNTUAL.



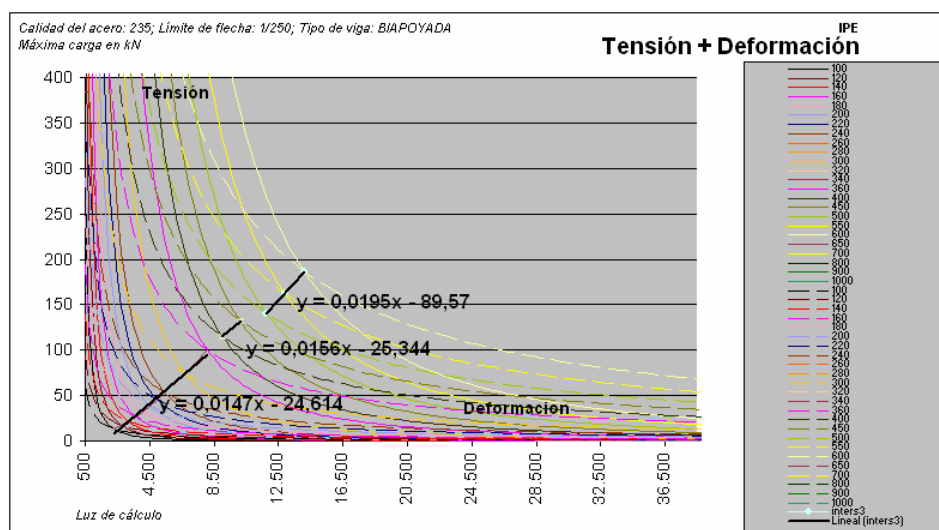
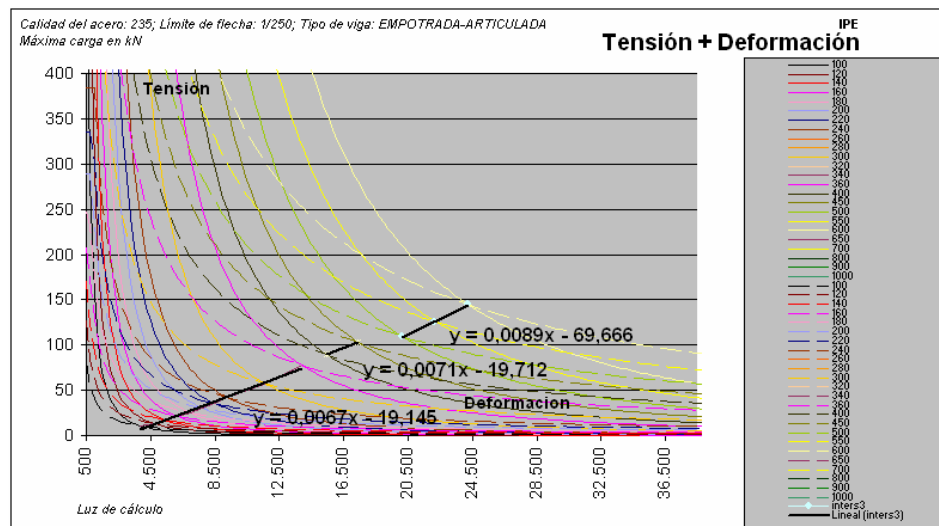
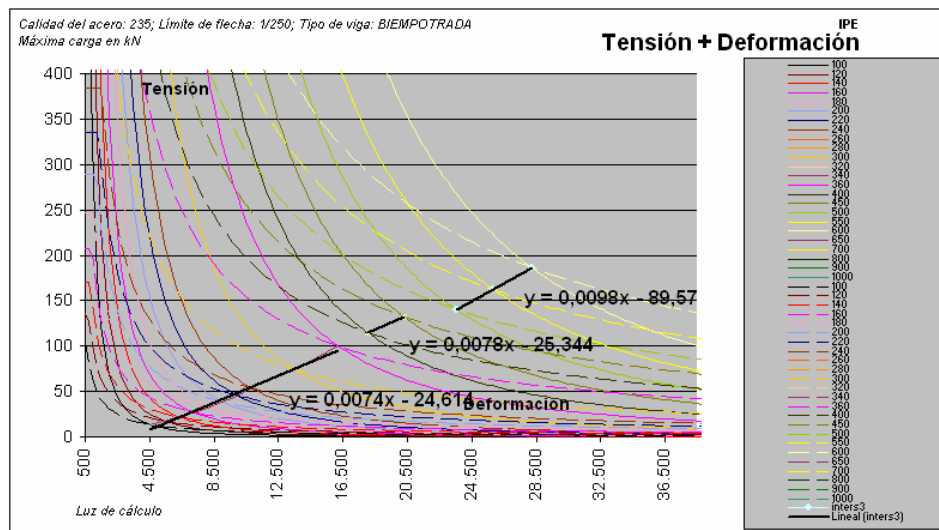
55 TENSIÓN: VIGA HEM, BIEMPOTRADA. CARGA PUNTUAL.



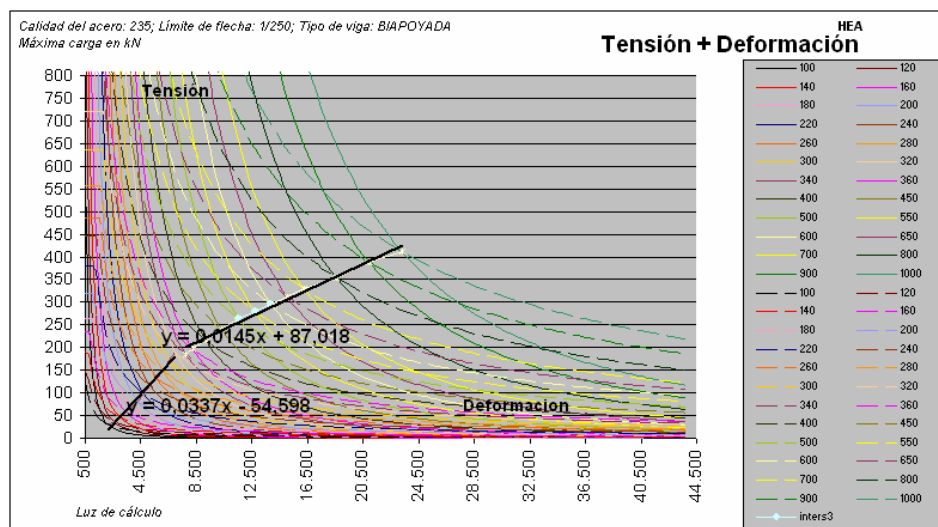
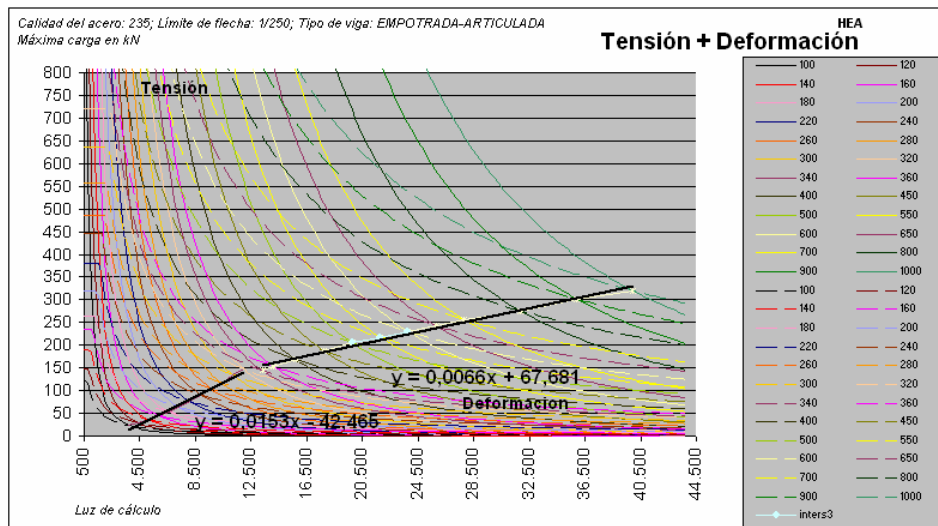
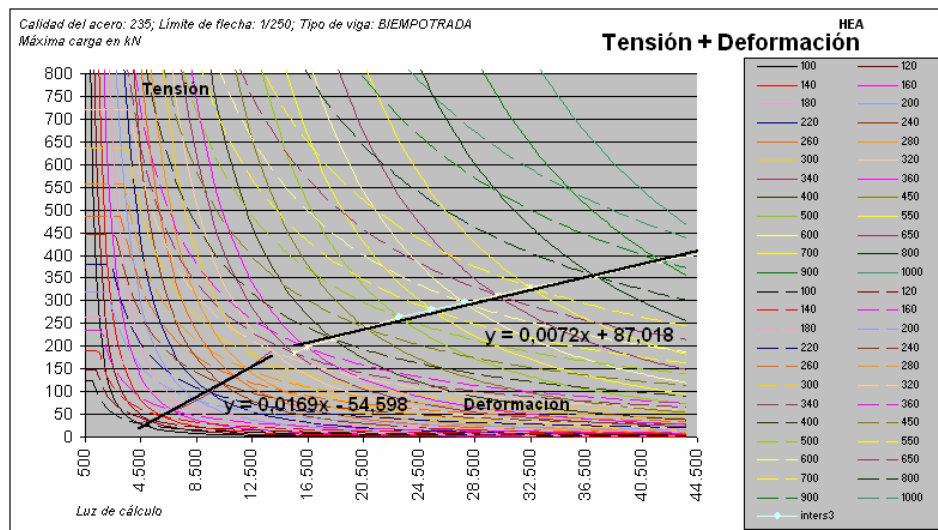
56 TENSIÓN + DEFORMACIÓN: VIGA IPN, S235, L/250. Carga Puntual.



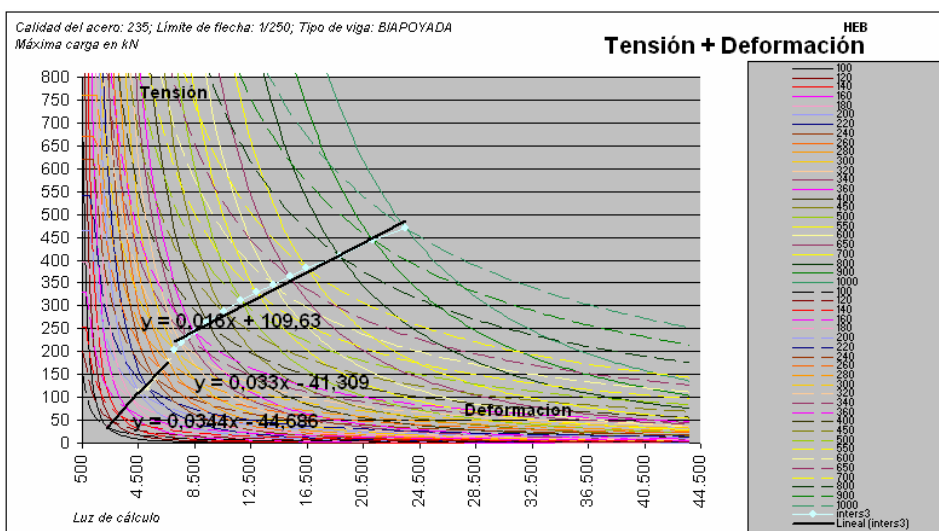
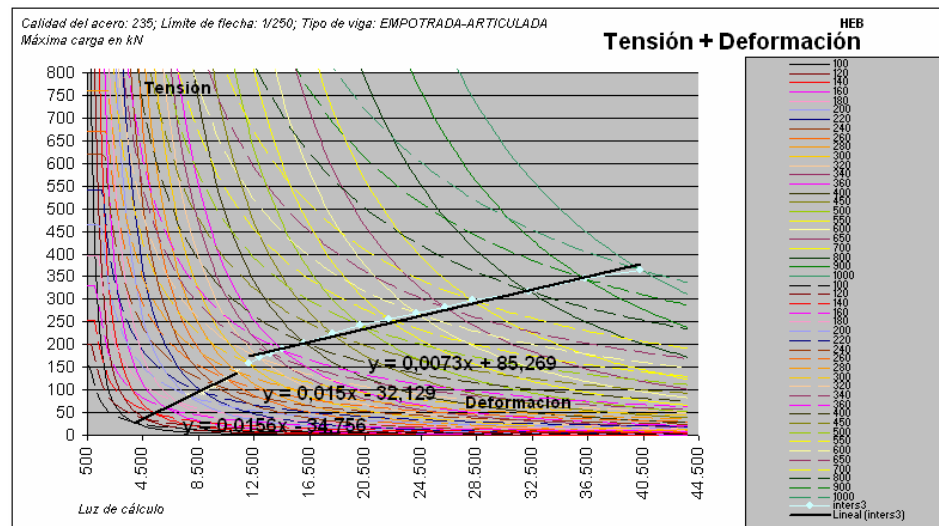
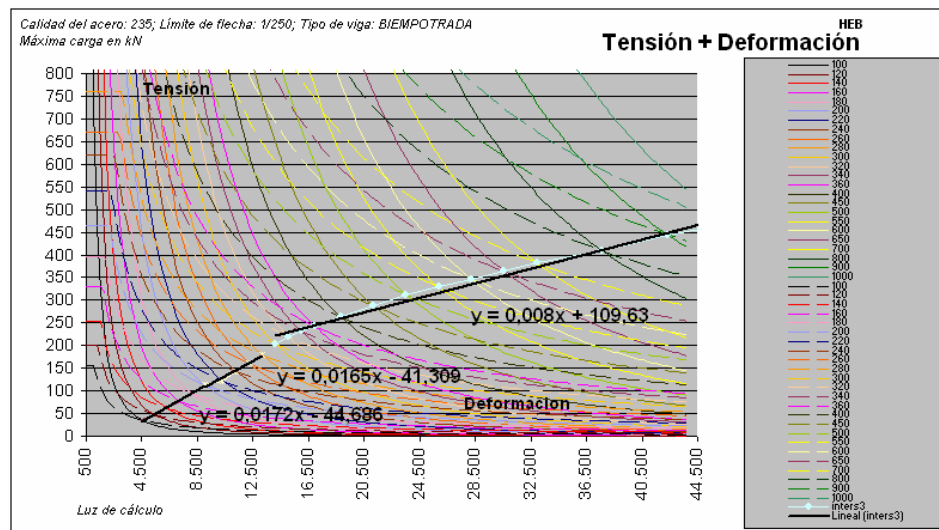
57 TENSIÓN + DEFORMACIÓN: VIGA IPE, S235, L/250. Carga Puntual.



58 TENSIÓN + DEFORMACIÓN: VIGA HEA, S235, L/250. Carga Puntual.



59 TENSIÓN + DEFORMACIÓN: VIGA HEB, S235, L/250. Carga Puntual.



60 TENSIÓN + DEFORMACIÓN: VIGA HEM, S235, L/250. Carga Puntual.

